МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

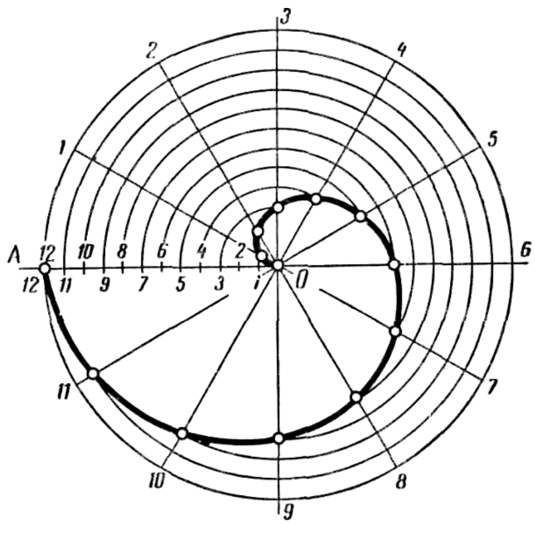
ИНСТИТУТ МЕХАНИЗАЦИИ И ТЕХНИЧЕСКОГО СЕРВИСА

Кафедра «Общеинженерные дисциплины»

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

Практикум для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по начертательной геометрии и инженерной графике

для студентов очного и заочного обучения
по направлениям подготовки:
35.03.06 Агроинженерия,
23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов,
20.03.01 Техносферная безопасность,
23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства,
44.03.04 Профессиональное обучение



Казань - 2021

УДК 514.18
ББК 22.151.3

Составители: Салахов И.М., Пикмуллин Г.В., Вагизов Т.Н.
Рецензенты:
Шайхутдинов Р.Р., к.т.н., доцент кафедры «Эксплуатация и ремонт машин» ФГБОУ ВО «Казанский ГАУ»;
Галимова Н.Я., к.т.н., доцент кафедры «Машиноведения и инженерной графики» ФГБОУ ВО «КНИТУ-КАИ».

Практикум утвержден и рекомендован к печати на заседании кафедры «Общеинженерные дисциплины» ФГБОУ ВО «Казанский ГАУ» «9» марта 2021 года (протокол № 9).

Практикум обсужден, одобрен и рекомендован к печати на заседании методической комиссии Института механизации и технического сервиса ФГБОУ ВО «Казанский ГАУ» «29» марта 2021 года (протокол № 8).

Салахов, И.М. Геометрические построения: Практикум для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по начертательной геометрии и инженерной графике / И.М. Салахов, Г.В. Пикмуллин, Т.Н. Вагизов. – Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2021. – 28 с.

Настоящий практикум посвящен изложению различных методов геометрических построений на плоскости, приводятся примеры решения задач, представлены варианты заданий для самостоятельной графической работы.

Практикум может быть использован студентами очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки: 35.03.06 Агроинженерия, 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 20.03.01 Техносферная безопасность, 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства, 44.03.04 Профессиональное обучение.

УДК 514.18
ББК 22.151.3

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

При выполнении чертежей различных изделии, а также графиков и диаграмм часто приходится выполнять элементарные построения на плоскости, которые основаны на основных положениях геометрии, с применением простейших чертежных инструментов. Например, построение параллельных или перпендикулярных прямых, деление отрезка и окружности на равные части, построение кривых линии и другие.

Владение навыками геометрических построений позволяет начертить рамку формата чертежа и верно расположить чертеж внутри ее, начертить контур изделия, точно разметить надписи и обозначения. Применение геометрических построений дает возможность овладеть правильными приемами работы с чертежными инструментами. Правильно выбранные приемы геометрических построений позволяют ускорить выполнение чертежа изделия. Таким образом, геометрические построения являются основой для выполнения любого чертежа.

Настоящий практикум разработан в соответствии с рабочей программой дисциплины «Начертательная геометрия и инженерная графика» и призван помочь студентам при изучении темы «Геометрические построения» и выполнении самостоятельной графической работы по этой теме.

Цель самостоятельной графической работы. Приобретение студентами навыков выполнения различных геометрических построений, которые в дальнейшим будут использоваться при выполнении графических работ по начертательной геометрии и инженерной графике.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Приемы ***геометрических построений*** позволяют решить задачу графическим способом без математических расчетов с использованием простейших чертежных инструментов: линейки (рейсшины), угольников, циркуля и лекал.

Степень точности решения задачи зависит в основном от аккуратности и внимания выполняющего геометрические построения. Поэтому, при выполнении геометрических построений необходимо учитывать следующие правила:

1. Геометрические построения выполняются твердым карандашом, чтобы проводимые линии получались тонкими.

2. При геометрических построениях на чертеже точка задается как точка пересечения двух линий. Например, пересечение двух прямых, двух дуг или прямой и дуги. При этом необходимо стремиться к тому, чтобы угол между этими линиями был прямым или приближался к нему (рисунок 1, *а*).

3. Если для проведения прямой задаются две точки, то желательно, чтобы они располагались подальше друг от друга, так как при близком расположении точек увеличивается возможность отклонения прямой от ее истинного направления (рисунок 1, *б*).

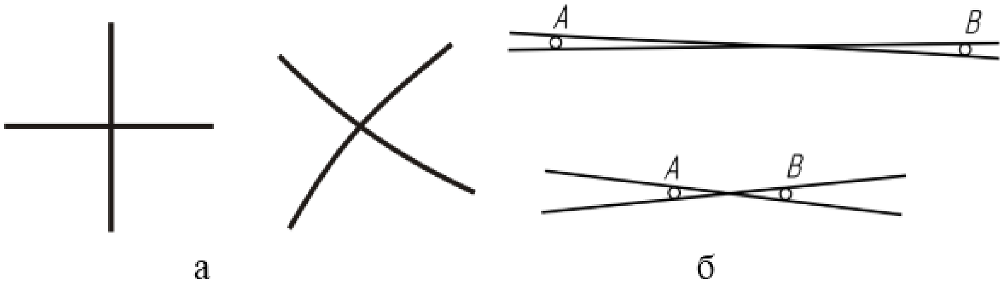


Рисунок 1 – Задание точки (а) и проведение прямых линии при геометрических построениях (б)

1. ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМЫХ ЛИНИИ

1.1 Построение взаимно-перпендикулярных прямых линии

Рассмотрим варианты построения взаимно-перпендикулярных прямых линии:

1. Построение перпендикуляра к прямой в заданной на ней точке.

На прямой ***MN*** (рисунок 2, *а*) задана точка ***A***, из которой произвольным радиусом R_1 проводят дугу до пересечения ее с прямой ***MN***. Получают точки O_1 и O_2. Из полученных точек радиусом R_2 (при этом $R_2 > R_1$) проводят дуги до взаимного их пересечения в точках ***B*** и ***C***. Через точки ***B*** и ***C***, проводят прямую, которая является искомым перпендикуляром к заданной прямой.

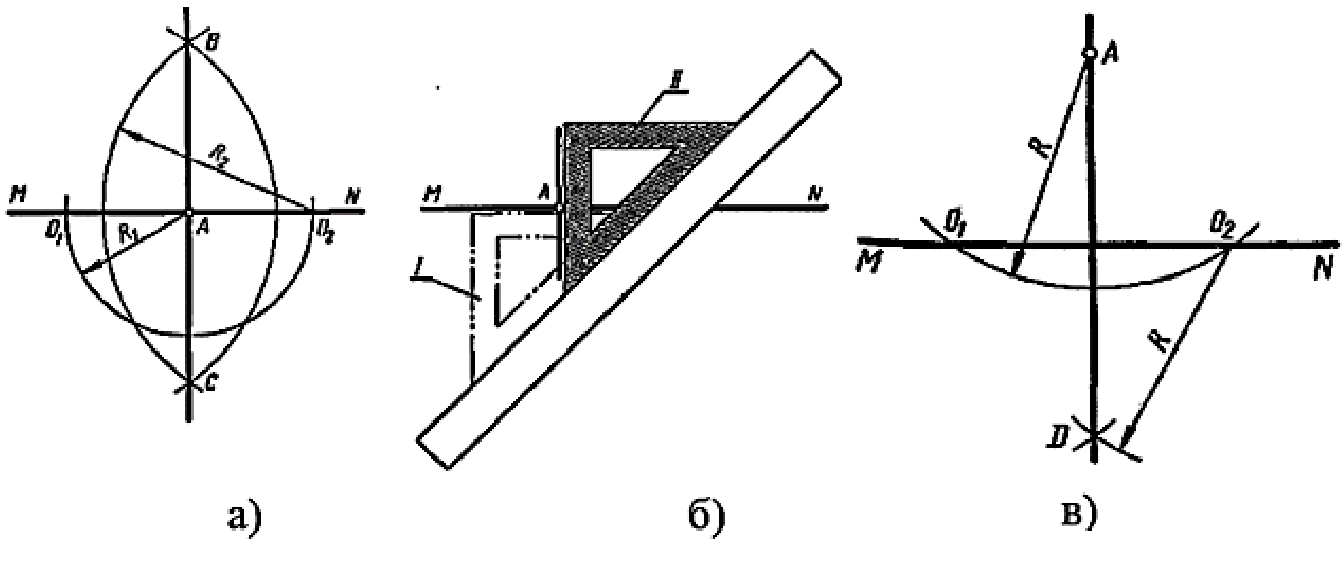


Рисунок 2 – Построение взаимно перпендикулярных прямых

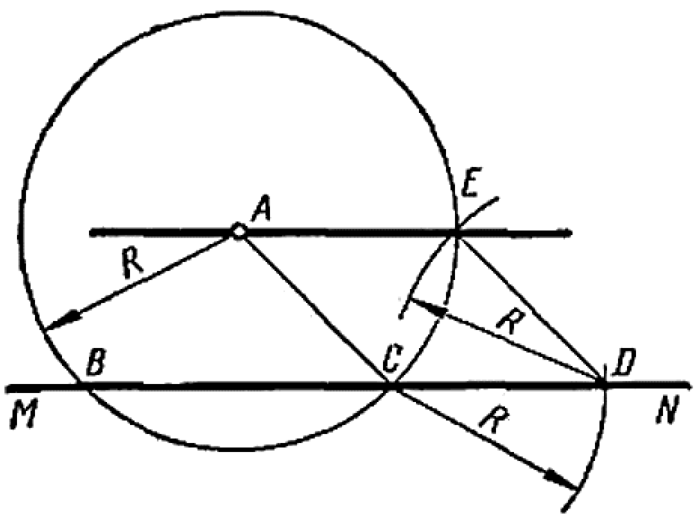
2. Построение перпендикуляра к заданной прямой с помощью линейки и угольника (рисунок 2, *б*). Сначала к заданной прямой ***MN*** прикладывают угольник катетом (положение угольника ***I***), а к его гипотенузе – линейку или другой угольник. Далее придерживая левой рукой линейку, правой передвигают угольник до совпадения его второго катета с точкой ***A*** (положение угольника ***II***), после чего проводят прямую, перпендикулярную к заданной.

3. Построение перпендикуляра к заданной прямой из точки, расположенной вне этой прямой (рисунок 2, *в*). Из точки ***A***, как из центра, произвольным радиусом ***R*** проводят дугу до пересечения заданной прямой в точках O_1 и O_2. Из полученных точек этим же радиусом ***R*** проводят дуги до их взаимного пересечения в точке ***D***. Через точки ***A*** и ***D***, проводят прямую, которая является искомым перпендикуляром к заданной прямой.

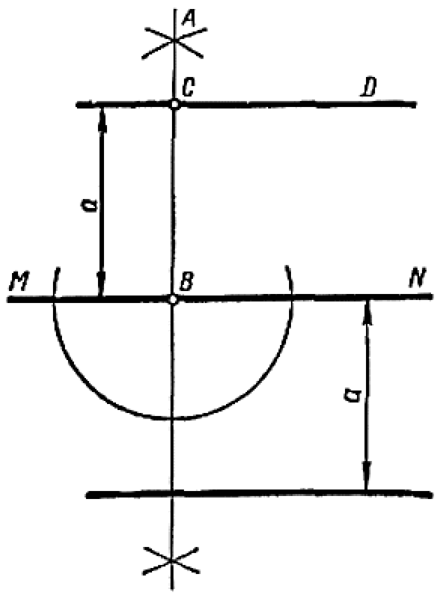
1.2. Построение параллельных прямых линий

Рассмотрим варианты построения параллельных прямых линии:

1. Построение прямой, параллельной заданной прямой, через точку, расположенную вне этой прямой (рисунок 3, *а*). Из точки ***A***, расположенной вне заданной прямой ***MN***, проводят окружность радиусом ***R***, пересекающую прямую ***MN*** в точках ***B*** и ***C***. От одной из них (в нашем случае точки ***C***) на прямой ***MN*** откладываем в любую сторону отрезок, равный радиусу ***R***, и получают точку ***D***. Из точки ***D*** тем же радиусом проводят дугу до пересечения ее с окружностью в точке ***E***. Через точки ***A*** и ***E***, проводят прямую, которая параллельна заданной прямой ***MN***, так как отрезки ***AE*** и ***CD*** являются противоположными сторонами ромба ***ACDE***.



а)



б)

Рисунок 3 – Построение параллельных прямых

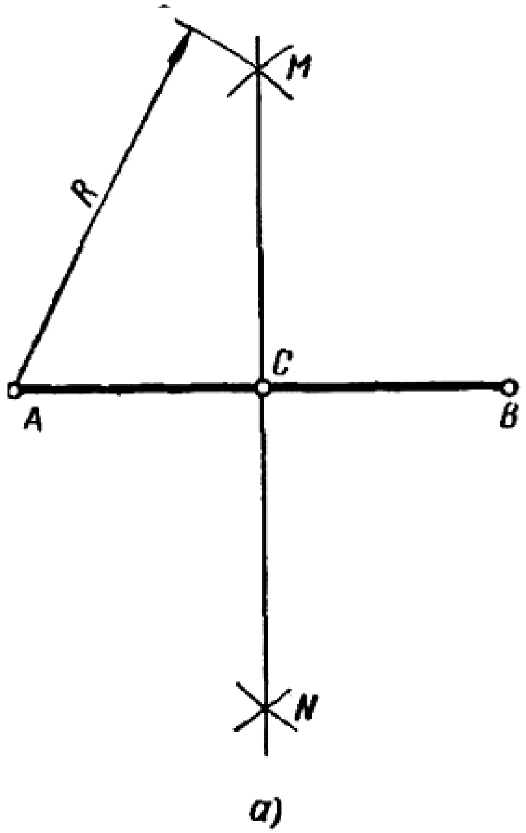
2. Построение прямой, параллельной заданной прямой и отстоящая от нее на расстоянии a (рисунок 3, *б*). На прямой ***MN*** отмечают произвольную точку ***B***, из которой проводят прямую ***AB***, перпендикулярную к заданной. На полученном перпендикуляре от точки ***B*** откладывают отрезок ***BC***, равный заданному расстоянию ***a***. Через точку ***C*** с помощью угольника и линейки проводят прямую ***CD***, параллельную заданной. Отрезок ***BC = a*** можно отложить на перпендикуляре в обе стороны, поэтому задача имеет два ответа.

1.3. Деление отрезка прямой на равные части

Рассмотрим ***деление заданного отрезка на равные части*** (рисунок 4, *а*).

Из концов заданного отрезка ***AB*** радиусом ***R*** (принимаем ***R*** > ***AB / 2***) проводят две дуги до их взаимного пересечения в точках ***M*** и ***N***. Через точки ***M*** и ***N*** проводят прямую. Точка пересечения прямых ***AB*** и ***MN*** (точка ***C***) делит заданный отрезок пополам.

Таким образом, если последовательно разделить каждую половину пополам, то заданный отрезок будет разделен на 4, 8, 16 и т.д. равных частей (рисунок 4, *б*).



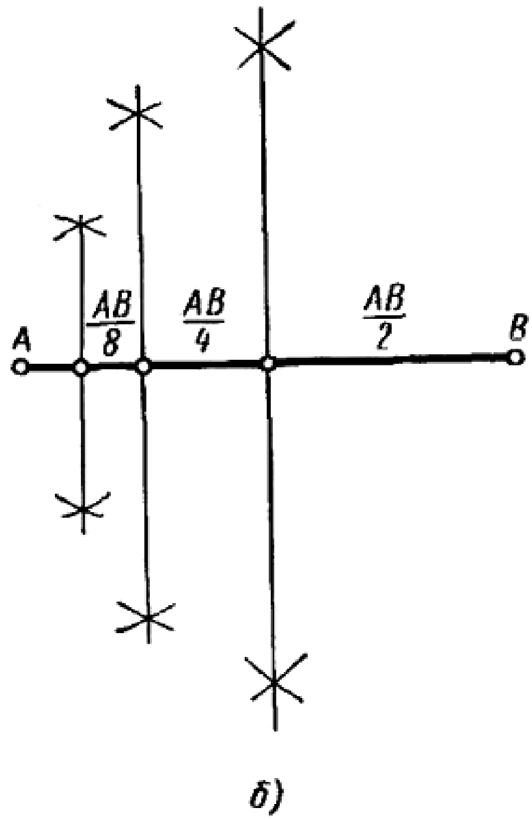


Рисунок 4 - Деление отрезка прямой на равные части

1.4. Деление отрезка прямой на произвольное число равных частей

При делении заданного отрезка прямой на произвольное число равных частей применяется свойство подобных треугольников.

Рассмотрим ***деление заданного отрезка на 7 равных частей*** (рисунок 5).

Для этого через любой конец заданного отрезка ***AB*** под произвольным острым углом к нему проводят вспомогательную прямую ***AC***. Вспомогательную прямую ***AC*** начиная от точки ***A*** делят на семь равных (можно использовать циркуль) и отмечают точки ***1***, ***2***, ..., *7*. Точку *7* соединяют с точкой ***B***, а через точки ***1***, ***2***, ..., ***6*** проводят прямые, параллельные прямой ***B****7*, до пересечения их с отрезком ***AB***. Точки пересечения разделят отрезок ***AB*** на 7 равных частей.

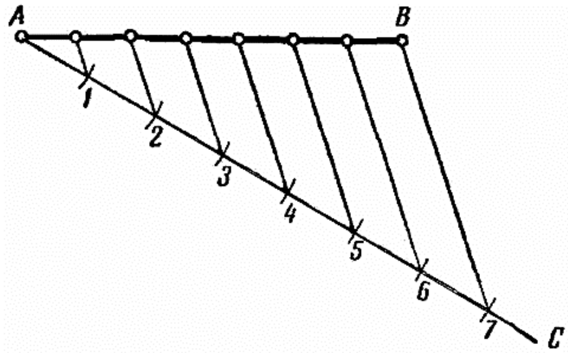


Рисунок 5 - Деление отрезка прямой на произвольное число равных частей

2. ПОСТРОЕНИЕ УГЛОВ

2.1. Построение угла, равного заданному

Пусть требуется на прямой ***MN*** при точке ***D*** построить угол, равный углу ***ABC*** (рисунок 6). Для этого сначала из вершины угла ***ABC*** проводят дугу произвольным радиусом ***R***, которая пересекает стороны угла ***ABC*** в точках ***K*** и ***L*** (рисунок 6, *а*). Далее на прямой ***MN*** из точки ***D*** проводят вторую дугу того же радиуса, которая пересекает прямую ***MN*** в точке ***F*** (рисунок 6, *б*). Измерив расстояние от точки ***К*** до точки ***L***, из точки ***F*** радиусом ***r = KL*** проводят дугу до пересечения с дугой радиуса ***R*** и получают точку ***E***. Если провести прямую через точки ***D*** и ***E***, то получают угол ***EDF***, который равен заданному углу ***ABC***.

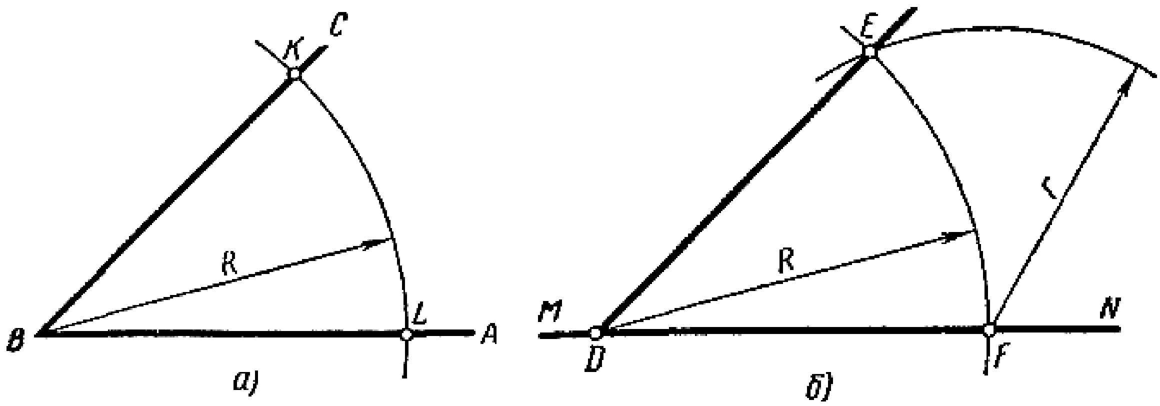


Рисунок 6 - Построение угла, равного данному

2.2. Деление углов на равные части

Рассмотрим ***деление угла пополам*** (рисунок 7, *а*). Задан угол ***ABC***, из вершины ***B*** которого произвольным радиусом $\boldsymbol{R_1}$ проводят дугу, которая пересекает стороны угла ***AB*** и ***BC*** в точках ***M*** и ***N***. Затем из точек ***M*** и ***N*** проводят дуги радиусом больше $\boldsymbol{R_1}$ до взаимного пересечения их в точке ***D***. Соединяя точки ***B*** и ***D*** прямой, получают биссектрису угла, т.е. прямая ***BD*** разделит заданный угол пополам.

Аналогичным образом, продолжив последовательное деление пополам каждой части заданного угла, получают деление угла на 4, 8 и т.д. равных частей (рисунок 7, *б*).

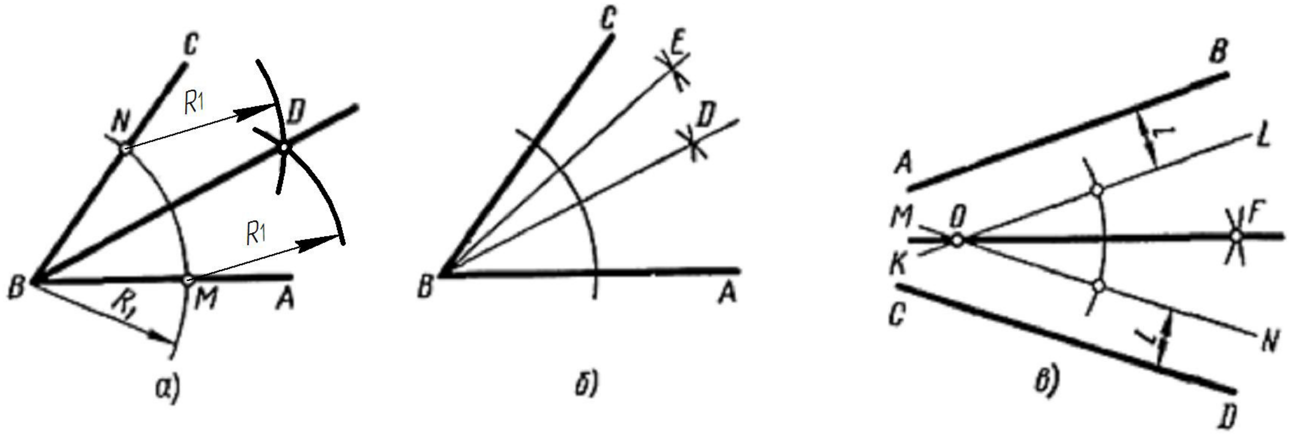


Рисунок 7 – Деление углов

На рисунке 7,*в* угол задан сторонами, не пересекающимися в пределах чертежа. В этом случае, параллельно каждой стороне угла проводят прямые (***KL*** || ***AB*** и ***MN*** || ***CD***) до их пересечения (точка ***O***) и получают угол ***LON***. Расстояние ***l*** выбирают произвольно. Далее производят построение биссектрисы полученного угла ***LON***. Полученная прямая ***OF*** является биссектрисой также и заданного угла, т.е. делят его пополам.

3. ДЕЛЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ

Если провести любой диаметр заданной окружности, то получим деление окружности пополам. Два взаимно-перпендикулярных диаметра разделят окружность на 4 равные части (рисунок 8, *а*). Если разделить каждую четвертую часть пополам, то можно получить деление окружности на 8 частей и т.д. такое деление также позволяет получить стороны правильного многоугольника вписанного в заданную окружность. Для этого необходимо соединить прямыми точки деления на окружности.

Например, построение вписанного в окружность правильного квадрата со сторонами a_4 и восьмиугольника со сторонами a_8 показано на рисунок 8, *в*.

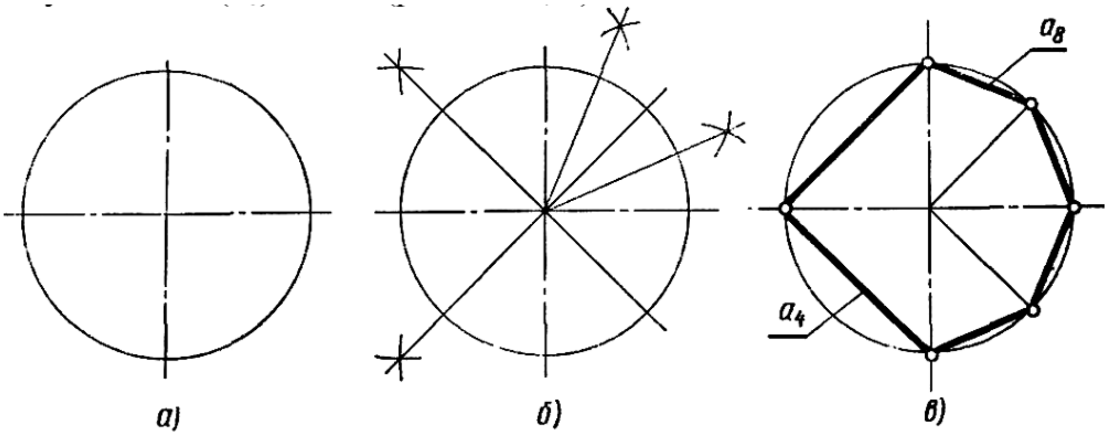


Рисунок 8 – Деление окружности на 2, 4, 8, 16 и т.д. равные части и построение правильных вписанных многоугольников

Деление окружности на 3, 6, 12 и т.д. равных частей, а также построение соответствующих правильных вписанных многоугольников осуществляют следующим образом. Сначала окружность делят на 4 равные части и отмечают точки ***1***, ***2***, ***3*** и ***4*** (рисунок 9, *а*). С помощью циркуля из точек ***1*** и ***2*** проводят дуги радиусом, равным радиусу заданной окружности ***R***, до пересечения с окружностью. На ней отмечают точки ***A***, ***B***, ***C*** и ***D***. Точки ***A***, ***B***, ***1***, ***C***, ***D*** и ***2*** делят окружность на шесть равных частей и позволяют построить правильный вписанный шестигранник. Точки ***A***, ***1***, и ***D*** или ***B***, ***C***, и ***2*** делят окружность на три равные части и позволяют построить правильный вписанный треугольник (рисунок 9, *б*). Если из точек ***3*** и ***4*** провести еще две дуги радиусом ***R***, то можно получить деление окружности на 12 равных частей (рисунок 9, *в*).

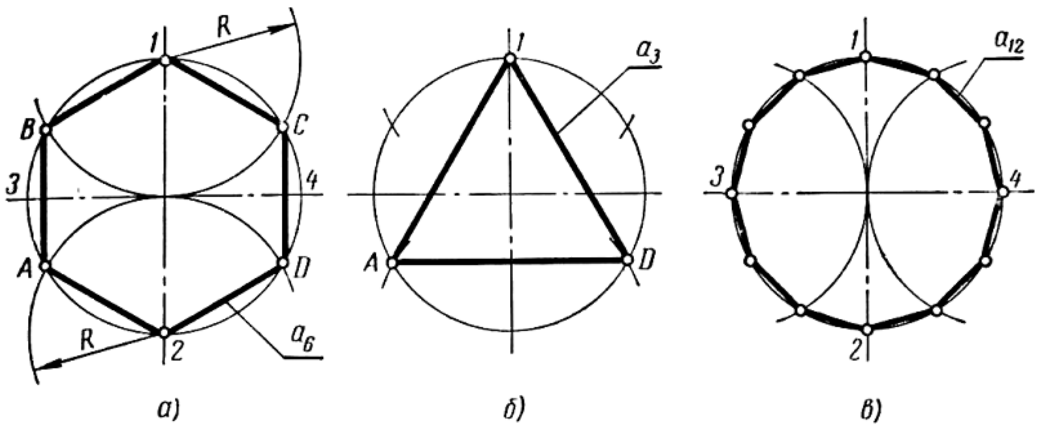
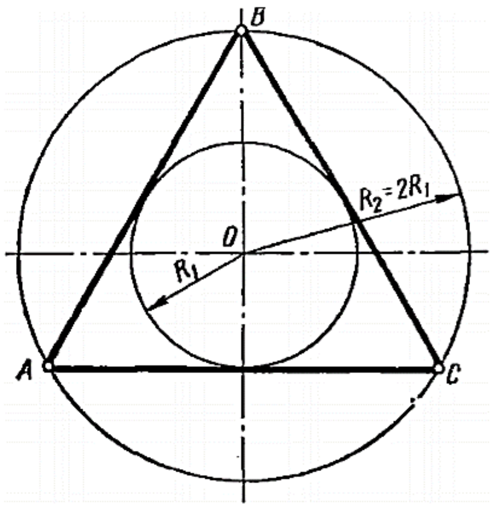


Рисунок 9 – Деление окружности на 3, 6, 12 и т.д. равные части и построение правильных вписанных многоугольников

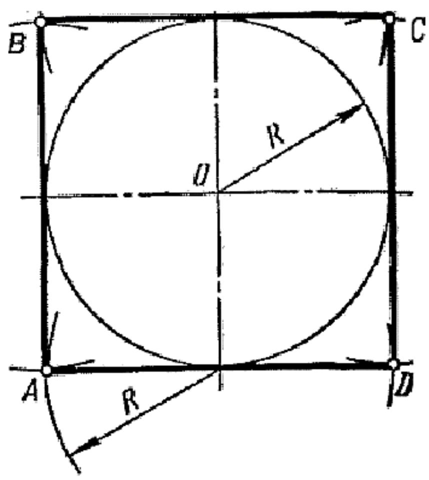
4. ПОСТРОЕНИЕ ПРАВИЛЬНЫХ ОПИСАННЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

Правильный описанный треугольник строят следующим образом (рисунок 10, *а*). Из центра заданной окружности радиуса $\boldsymbol{R_1}$ проводят окружность радиусом $\boldsymbol{R_2 = 2 \cdot R_1}$ и делят ее на три равные части. Отмечают точки деления ***A***, ***B*** и ***C***, которые являются вершинами правильного треугольника, описанного около окружности радиуса $\boldsymbol{R_1}$.

Правильный описанный четырехугольник (квадрат) можно построить с помощью циркуля и линейки следующим образом (рисунок 10, *б*). Проводят две взаимно-перпендикулярных диаметра заданной окружности, которые делят его на 4 равные части. Из точек пересечения диаметров с окружностью проводят дуги радиусом окружности ***R*** до взаимного их пересечения. Отмечают точки ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, которые являются вершинами квадрата, описанного около данной окружности.



а)



б)

Рисунок 10 – Построение многоугольников, описанных около окружности

5. ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕНИЙ

Контуры многих изделии имеют плавные переходы от одной линии к другой. Такие переходы называются с***опряжениями***. К основным элементам сопряжении относятся: радиус дуги сопряжения, центр дуги сопряжения, точки сопряжения (перехода).

Центр дуги сопряжения лежит всегда на расстоянии, равном *радиусу сопряжения* от сопрягаемых линий, а *точка сопряжения* – либо на перпендикуляре, проведенном из центра дуги к данной прямой, либо на линии, соединяющей центры сопрягаемых окружностей.

Рассмотрим построение сопряжений различных линии.

5.1. Построение касательной к окружности

При выполнении чертежей изделий часто приходится проводить касательные линии к окружности в заданной точке. Для этого в заданной точке ***К*** проводится радиус (прямая ***ОК***). Касательная к окружности линия проводится перпендикулярно к прямой ***ОК*** (рисунок 11).

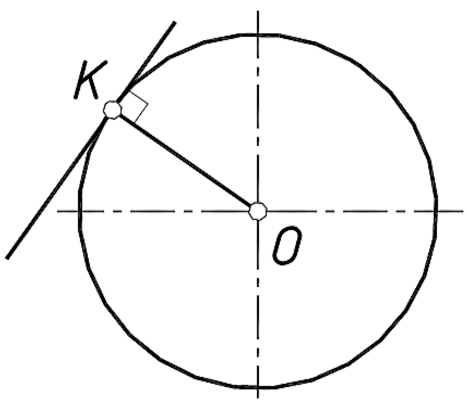
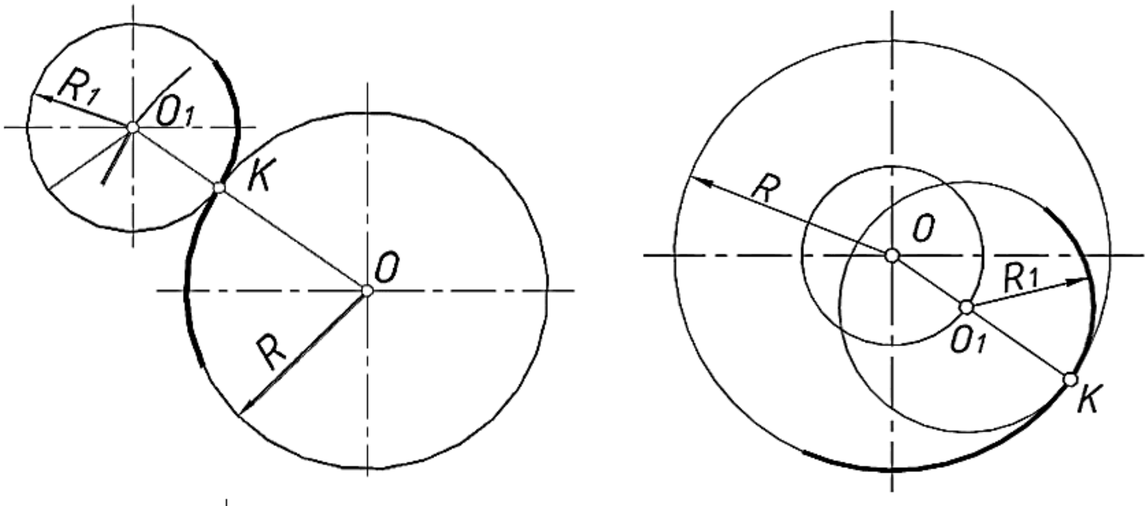


Рисунок 11 - Построение касательной к окружности в заданной точке

5.2. Построение касания двух окружностей

Построение ***внешнего касания двух окружностей*** производится следующим образом (рисунок 12, *а*). Касание двух окружностей происходит в точке $\boldsymbol{K}$, которая лежит на прямой, соединяющей центры окружностей, точки $\boldsymbol{O}$ и $\boldsymbol{O_1}$. Длина отрезка $\boldsymbol{OO_1}$ равна сумме радиусов двух окружностей. В этом случае из центра $\boldsymbol{O}$ данной окружности проводится дуга вспомогательной окружности радиусом $\boldsymbol{R} + \boldsymbol{R_1}$. Любая точка этой дуги может быть принята за центр искомой окружности радиусом $\boldsymbol{R_1}$.

Если точка касания $\boldsymbol{K}$ задана, то, проведя прямую $\boldsymbol{OK}$ до пересечения с дугой вспомогательной окружности, находят центр искомой окружности $\boldsymbol{O_1}$.



а) б)

Рисунок 12 – Построение внешнего (а) и внутреннего (б) касания двух окружностей

Построение ***внутреннего касания двух окружностей*** производится следующим образом (рисунок 12, *б*).

Касание двух окружностей также происходит в точке $\boldsymbol{K}$, которая лежит на прямой, соединяющей центры окружностей, точки $\boldsymbol{O}$ и $\boldsymbol{O_1}$. Но, длина отрезка $\boldsymbol{OO_1}$ равна разнице радиусов двух окружностей, т.е. $\boldsymbol{OO_1} = \boldsymbol{R} - \boldsymbol{R_1}$. В этом случае проводится вспомогательная окружность радиусом $\boldsymbol{R} - \boldsymbol{R_1}$.

5.3. Сопряжение пересекающихся прямых линий

Построение ***сопряжения пересекающихся прямых линий*** производится следующим образом. Центр дуги сопряжения $\boldsymbol{O}$ определяется как точка пересечения двух прямых, параллельных заданным и расположенных от них на расстоянии, равном радиусу сопряжения $\boldsymbol{R}$. Точки перехода $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ находятся с помощью перпендикуляров, опущенных из центра сопряжения $\boldsymbol{O}$ на заданные прямые (рисунок 13).

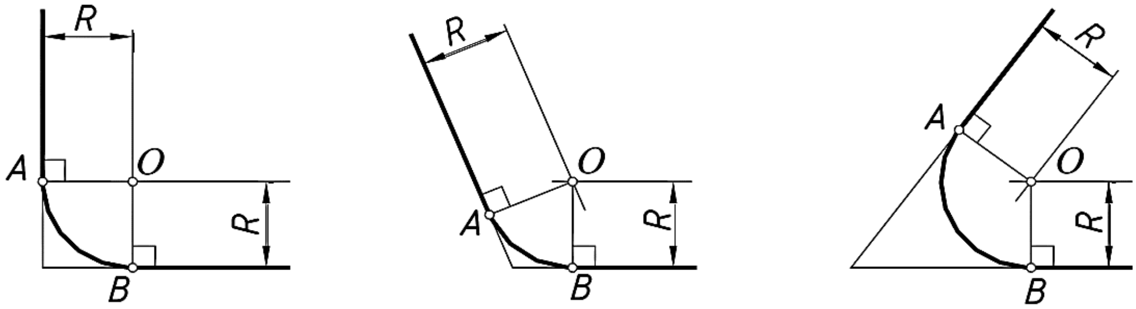


Рисунок 13 - Сопряжение пересекающихся прямых линий

Построение ***сопряжения двух перпендикулярных прямых линий*** с помощью циркуля осуществляется следующим образом (рисунок 14, *а*). Из точки пересечения двух перпендикулярных прямых проводят дугу радиусом сопряжения ***R***, который пересекает прямые в точках ***A*** и ***B***. Из этих точек проводят две дуги радиусом ***R***, которые пересекаются в точки ***O***, который является центром дуги сопряжения. Далее из точки ***O*** проводят дугу сопряжения из точки ***A*** до точки ***B***.

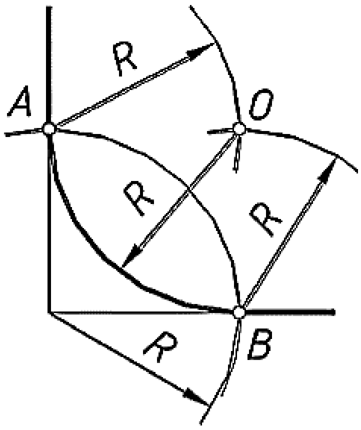


Рисунок 14 - Сопряжение перпендикулярных прямых

5.4. Сопряжение параллельных прямых линий

Построение ***сопряжения двух параллельных прямых дугой, проходящей через точку К на одной из них*** производится следующим образом. Сначала из точки ***К*** восстанавливают перпендикуляр к одной из прямых. На середине этого перпендикуляра отмечают точку ***O***, которая является центром дуги сопряжения. Далее проводится дуга радиусом ***R*** (рисунок 15).

Рисунок 15 - Сопряжение параллельных прямых

5.5. Сопряжение сторон угла дугой

При построении ***сопряжения сторон угла дугой, проходящей через точку К на одной из них***, центром дуги сопряжения является точка пересечения перпендикуляра, проведенного в точке ***К*** к стороне угла, и биссектрисы угла (рисунок 16).

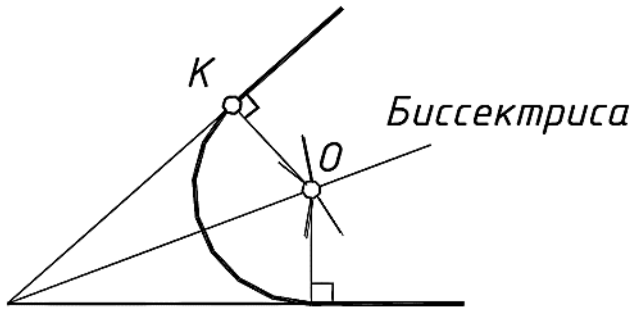


Рисунок 16 - Сопряжение сторон угла дугой

5.6. Сопряжение окружности и прямой

1. Построение внешнего сопряжения окружности и прямой. Для этого из центра ***O*** заданной окружности радиусом ***R*** проводится вспомогательная дуга радиусом $\boldsymbol{R + R_1}$, а на расстоянии $\boldsymbol{R_1}$ – прямая, параллельная данной (рисунок 17,*а*).

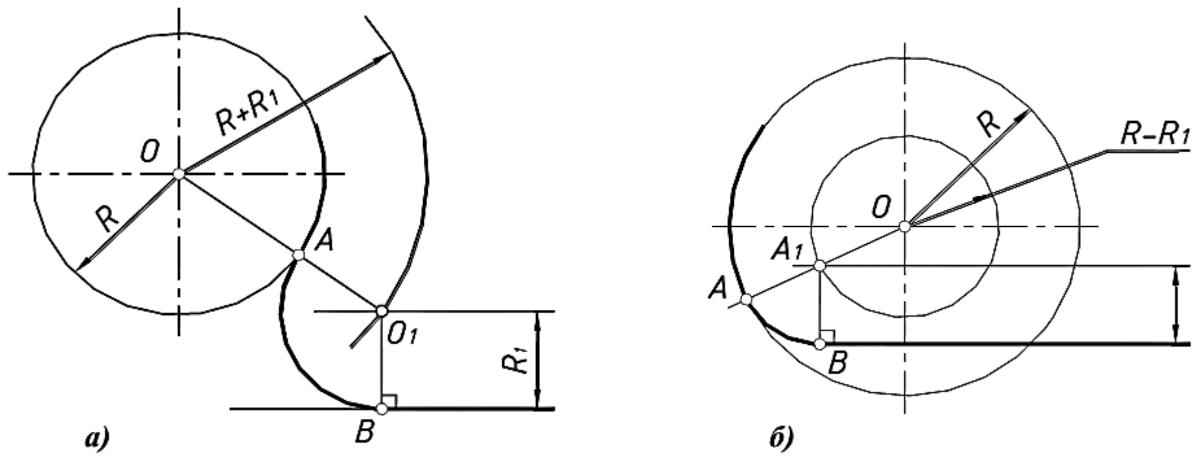


Рисунок 17 – Внешнее (а) и внутреннее (б) сопряжения окружности и прямой

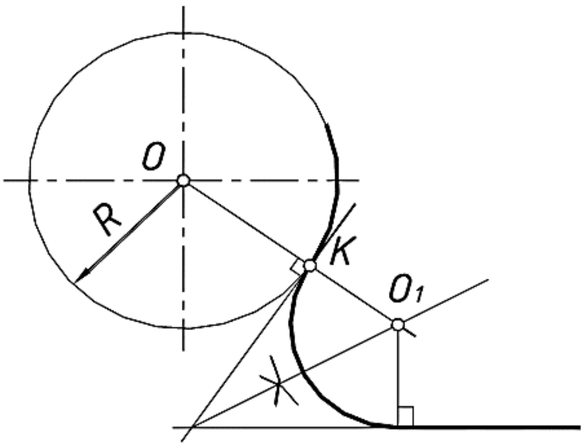
Центр дуги сопряжения $\boldsymbol{O_1}$ находится в точке пересечения проведенной прямой и вспомогательной дуги. Если соединить точку $\boldsymbol{O_1}$ с точкой ***O*** и опустить перпендикуляр на заданную прямую, определяют положение точек касания ***A*** и ***B***, между которыми проводят дугу сопряжения радиусом $\boldsymbol{R_1}$.

2. Построение внутреннего сопряжения окружности и прямой.

Построение внутреннего сопряжения производится аналогично построению внешнего сопряжения окружности и прямой, только радиус вспомогательной дуги равен $\boldsymbol{R - R_1}$ (рисунок 17, *б*).

3. Построение сопряжения окружности и прямой при заданной точке сопряжения на окружности.

На окружности задана точка сопряжения ***К***, в которой к окружности проводится касательная линия (рисунок 18). Касательная и заданная прямая образуют угол, которую делят пополам. На пересечении биссектрисы угла и продолжении радиуса ***ОК*** отмечают положение центра сопряжения (точка $\boldsymbol{O_1}$), из которой проводят дугу сопряжения радиусом $\boldsymbol{R_1 = O_1K}$.



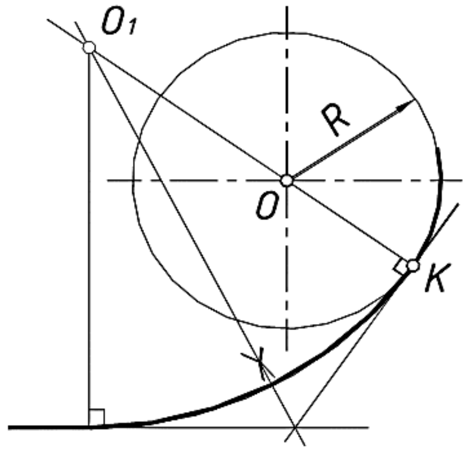
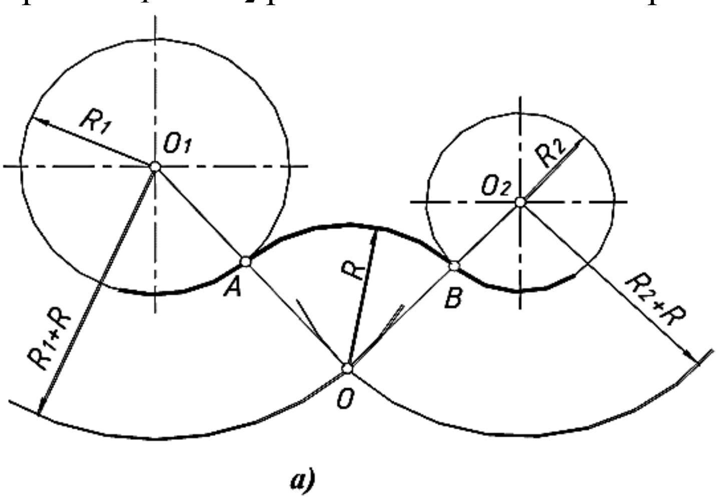


Рисунок 18 - Сопряжение окружности и прямой

5.7. Сопряжение двух окружностей

1. Построение внешнего сопряжения двух окружностей дугой заданного радиуса.

Для этого сначала определяют положение центра дуги сопряжения ***О***, который является точкой пересечения двух вспомогательных дуг окружностей радиусом $\boldsymbol{R_1 + R}$ с центром $\boldsymbol{O_1}$ и радиусом $\boldsymbol{R_2 + R}$ с центром $\boldsymbol{O_2}$ (рисунок 19, *а*). На линиях центров $\boldsymbol{OO_1}$ и $\boldsymbol{OO_2}$ расположены точки сопряжения ***A*** и ***B***.



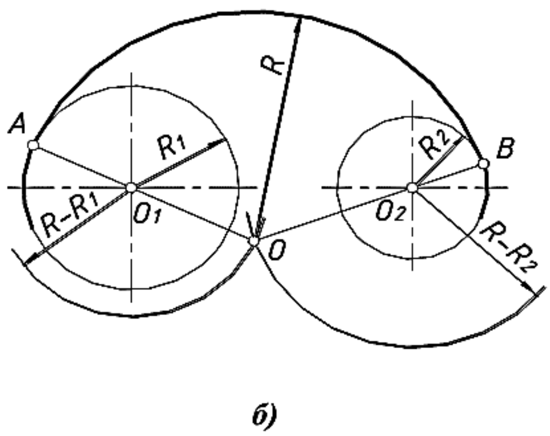


Рисунок 19 - Внешнее (а) и внутреннее (б) сопряжения окружностей

2. Построение внутреннего сопряжения двух окружностей дугой заданного радиуса.

Построение внутреннего сопряжения двух окружностей производится аналогично построению внешнего сопряжения двух окружностей, только дуги вспомогательных окружностей имеют радиусы $\boldsymbol{R - R_1}$ и $\boldsymbol{R - R_2}$ (рисунок 19, *б*).

3. Построение смешанного сопряжения двух окружностей дугой заданного радиуса.

В этом случае за центр дуги сопряжения ***O*** принимается точка пересечения двух вспомогательных дуг окружностей радиусом $\boldsymbol{R - R_1}$ с центром $\boldsymbol{O_1}$ и радиусом $\boldsymbol{R_2 + R}$ с центром $\boldsymbol{O_2}$ (рисунок 20). На линиях центров $\boldsymbol{OO_1}$ и $\boldsymbol{OO_2}$ расположены точки сопряжения ***A*** и ***B***.

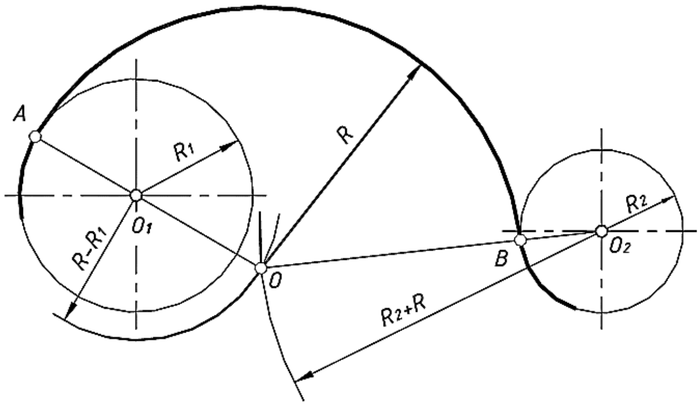


Рисунок 20 - Смешанное сопряжение окружностей

6. ПОСТРОЕНИЕ ЛЕКАЛЬНЫХ КРИВЫХ

При построении лекальных кривых определяются положения нескольких точек, которые сначала следует соединить тонкой плавной кривой линией от руки, а затем обвести эту линию основной сплошной линией с использованием лекала. При этом подбор лекал должен быть таким, чтобы его кромка проходила через возможно большее число точек (не менее трех) намеченной кривой. Далее обводится следующий участок кривой. При этом кромка лекала должна перекрывать небольшую величину предыдущего участка.

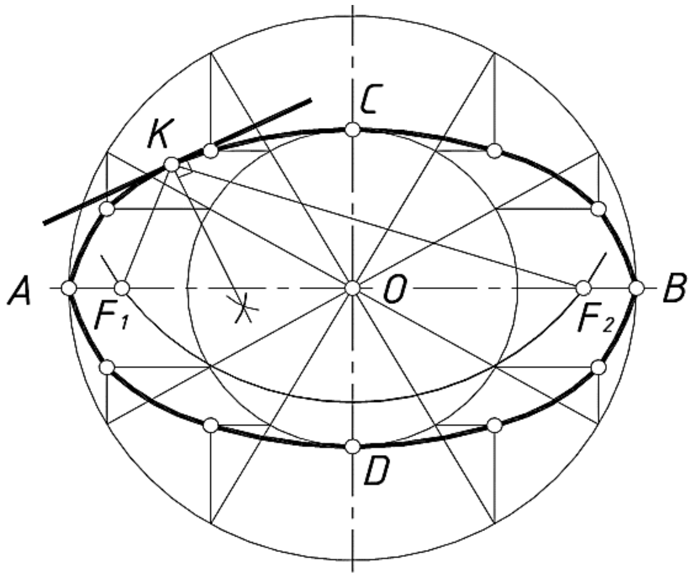
6.1. Построение эллипса по двум его осям

Эллипс – замкнутая кривая, для которой сумма расстояний от любой ее точки до двух точек – ***фокусов*** – есть величина постоянная.

Точка пересечения заданных осей эллипса (точка ***O***) является его центром (рисунок 21). Из центра эллипса проводят две окружности, радиус одной из них равен $\boldsymbol{R = OC = OD}$, а другой - $\boldsymbol{R = OA = OB}$.

Далее производится деление большой окружности на равные части (в нашем случае, на 12). Центр эллипса (точка ***O***) соединяют прямыми с точками деления. Эти прямые также делят малую окружность на такое же количество равных частей.

Через точки деления на большой окружности проводят линии параллельные малой оси, а на малой окружности – параллельные большой оси. Точки пересечения этих линий являются точками эллипса. Далее эти точки обводятся с помощью лекала. Рекомендуется при обводке эллипса и других симметричных кривых делать на лекале засечки карандашом и прикладывать этот участок лекала к симметричной части кривой.



AB – большая ось эллипса; ***CD*** – малая ось эллипса

Рисунок 21 - Построение эллипса по двум осям

Для определения положения ***фокусов*** эллипса (точки F_1 и F_2) необходимо из точки ***C*** или ***D*** провести дугу радиусом ***R = AB / 2 = OA*** до пересечения с большой осью эллипса.

Для построения ***касательной*** в точке ***K***, лежащей на эллипсе, соединяют точку ***K*** с фокусами F_1 и F_2, проводят биссектрису этого угла и строят перпендикуляр к ней, проходящий через точку ***K***.

6.2. Построение параболы

Парабола – кривая, каждая точка которой расположена на одинаковом расстоянии от заданной прямой, называемой ***директрисой***, и точки, называемой ***фокусом*** параболы.

Рассмотрим построение параболы по трем точкам: ***O*** – вершина, ***A*** – произвольная точка, ***OM*** – направление оси (рисунок 22). Для этого строится прямоугольник со сторонами ***AM*** и ***OM***. Стороны ***OB*** и ***AB*** делят на произвольное одинаковое число равных частей и нумеруют точки деления. Вершину ***O*** соединяют с точками деления стороны ***AB***, а из точек деления отрезка ***OB*** проводят прямые, параллельные оси. Пересечением прямых, проходящих через точки с одинаковыми номерами, определяют ряд точек параболы. Полученные точки соединяют плавной лекальной кривой.

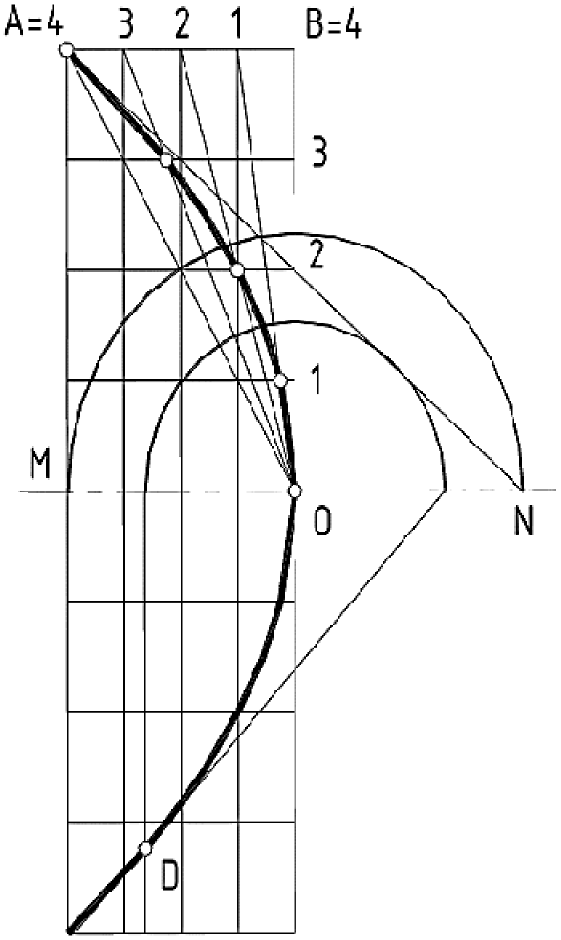


Рисунок 22 - Построение параболы

Если требуется построить ***касательную*** к параболе в заданной точке (например, в точке ***A***), то необходимо из этой точки опустить перпендикуляр на ось эллипса, на которой отмечают точку ***M***. От вершины ***O*** эллипса откладывают отрезок ***ON*** = ***OM***. Если провести прямую через точки ***N*** и ***A***, то эта прямая будет касательной к параболе в точке ***A.*** Аналогичным образом можно построить касательную к параболе в любой точке.

6.3. Построение эвольвенты (развертки окружности)

Эвольвента – кривая, которую описывает точка прямой линии, катящейся без скольжения по неподвижной окружности.

Для построения эвольвенты заданной окружности необходимо окружность поделить на произвольное число равных частей (например, на 12 (рисунок 23)). Каждую точку деления соединяют с центром окружности. В точках деления проводят касательные к окружности, направленные в одну сторону.

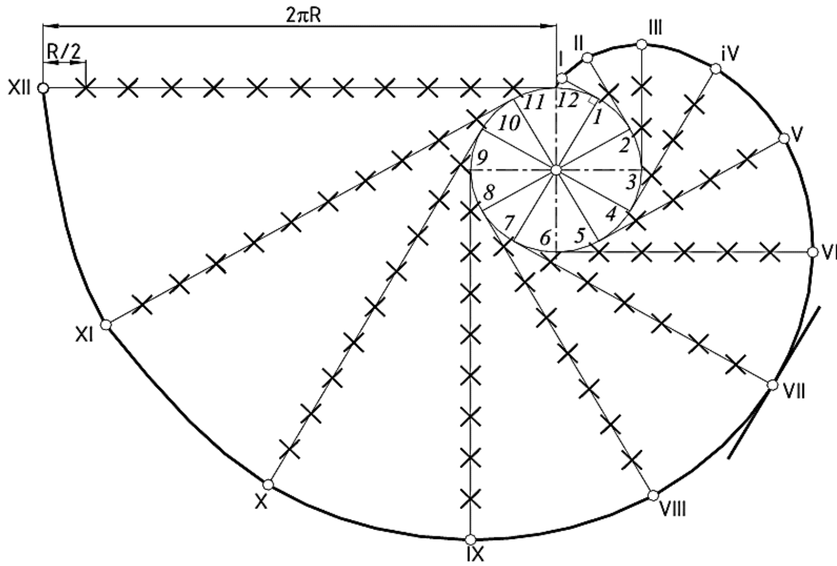


Рисунок 23 - Построение эвольвенты

На касательной, проведенной через последнюю точку деления (в нашем случае, точка ***12***), откладывают отрезок, равный длине окружности (***2πR ≈ 6R***), и делят его на то же число равных частей.

На касательной в точке ***1*** откладывается одно деление, в точке ***2*** – два, в точке ***3*** – три и т.д. Отмечают точки ***I***, ***II***, ***III***, ***IV*** и т. д., которые следует соединить и обвести с помощью лекала.

Если требуется провести ***касательную к эвольвенте***, например в точке ***VII***, то необходимо провести перпендикуляр к касательной ***7-VII*** окружности.

6.4. Построение циклоиды

Циклоида – плоская кривая, описываемая точкой окружности, катящейся без скольжения по неподвижной прямой.

Для построения циклоиды заданную окружность делят на произвольное число равных частей и отмечают точки ***0***, ***1***, ***2***, ***3*** и т. д. (рисунок 23, *а*). Далее через эти точки деления проводят вертикальные прямые и откладывая на них соответствующее число делений, находят точки циклоиды. Полученные точки следует соединить плавной лекальной кривой. Так как окружность делят на 12 равных частей, то в этом случае одно деление будет приблизительно равно ***R / 2***.

6.5. Построение синусоиды

Синусоида – плоская кривая, графически изображающая изменение синуса в зависимости от изменения его аргумента (угла). Синусоида используется при построении проекций винтовых линий.

Для построения синусоиды (рисунок 23, *б*) заданную окружность делят на произвольное число равных частей, например, на двенадцать и отмечают точки ***1***, ***2***, ***3***, … , ***12***. На такое же число равных частей делят отрезок прямой ***OM***, равный длине данной окружности (***OM*** = ***2πR*** ≈ ***6R***) и получают точки ***1′***, ***2′***, ***3′***, ..., ***12′***. В этом случае одно деление будет приблизительно равно ***R / 2***.

Проведя через точки деления на окружности вертикальные прямые, а через точки деления на отрезке ***OM*** горизонтальные прямые, на их пересечении находят точки синусоиды. Полученные точки соединяют плавной лекальной кривой.

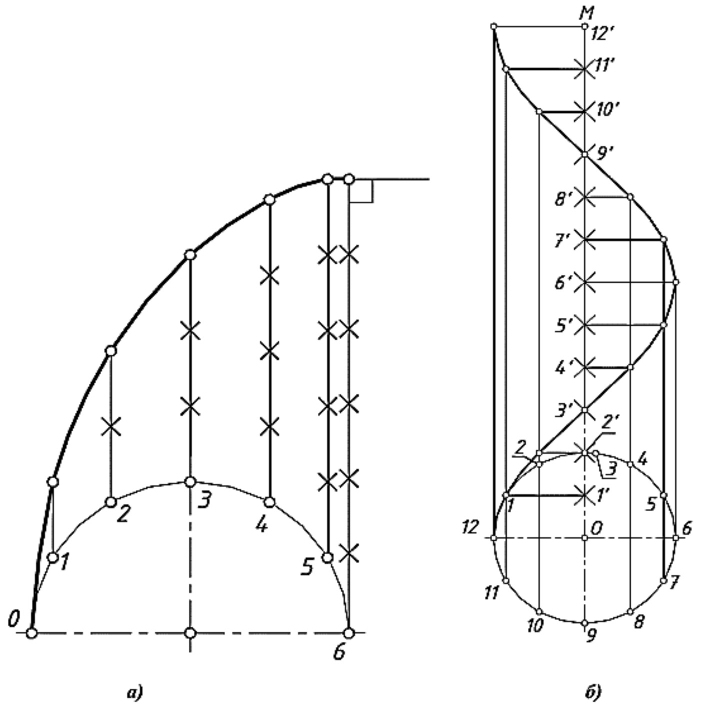


Рисунок 23 - Построение лекальных кривых: а) – циклоиды; б) – синусоиды

СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Графическая работа по теме «Геометрические построения» выполняется на листе чертежной бумаги формата А3 (297 х 420 мм). Масштаб – 1:1.

Данные для своего варианта графической работы взять из приложения 1.

Пример выполнения графической работы представлен в приложении 2.

Задание. Построить очертание кулачка по заданным параметрам.

Перед выполнением работы следует изучить основные положения стандартов: ГОСТ 2.301-68, ГОСТ 2.302-68, ГОСТ 2.303-68, ГОСТ 2.304-81, ГОСТ 2.307-2011.

На рабочем поле чертежа сначала необходимо нанести оси координат ***Ox*** и ***Oy***. Затем приступают к построению лекальных кривых по их заданным параметрам согласно своему варианту и выделяют их участки, входящие в очертание кулачка.

Для построения лекальных кривых необходимо найти ряд принадлежащих им точек и через эти точки провести линию. Для проведения кривых линий по точкам применяются лекала.

Примерные вопросы при защите графической работы:

1. Что такое геометрическая задача на построение?
2. Дайте определение сопряжения.
3. Назовите виды сопряжений.
4. Как строится сопряжение двух окружностей?
5. Какие кривые относятся к лекальным кривым?
6. Алгоритм построения эллипса.
7. Какие кривые относятся к циркульным кривым?
8. Какие кривые относятся к закономерным и незакономерным кривым?
9. Какая плоская кривая называется эвольвентой?
10. Какая кривая называется параболой?

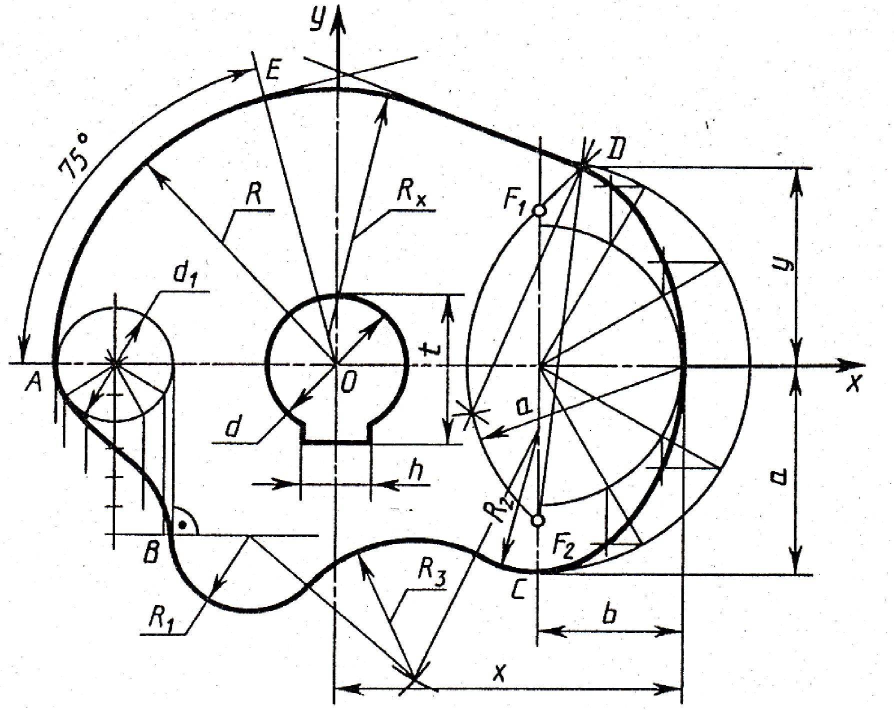
Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Общие правила выполнения чертежей.
2. Основные методы решения задач на геометрическое построение.
3. Алгоритм построения овала.
4. Алгоритм построения завитка.
5. Алгоритм построения овоида.
6. Алгоритм построения гиперболы.
7. Алгоритм построения эпициклоиды.
8. Алгоритм построения гипоциклоиды.
9. Алгоритм построения спирали Архимеда.
10. Применение плоских и пространственных кривых в машиностроении.

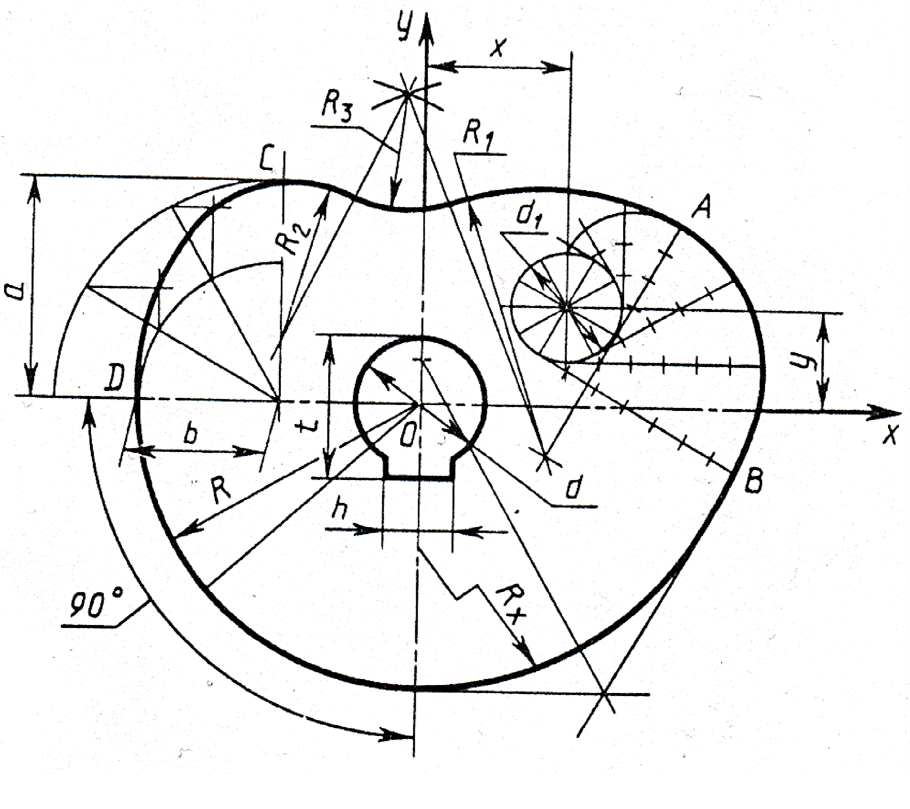
Список литературы

1. Борисенко, И.Г. Начертательная геометрия. Начертательная геометрия и инженерная графика: учебник / И.Г. Борисенко, К.С. Рушелюк, А.К. Толстихин. — 8-е изд., перераб. и доп. — Красноярск: СФУ, 2018. — 332 с. — ISBN 978-5-7638-3757-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/157538 (дата обращения: 10.01.2021).
2. ГОСТ 2.301-68. Единая система конструкторской документации. Форматы (с Изменениями N 1, 2, 3). – Москва: Стандартинформ, 2007. – 4 с.
3. ГОСТ 2.302-68. Единая система конструкторской документации. Масштабы (с Изменениями N 1, 2, 3). – Москва: Стандартинформ, 2007. – 3 с.
4. ГОСТ 2.303-68. Единая система конструкторской документации. Линии (с Изменениями N 1, 2, 3). – Москва: Стандартинформ, 2007. – 8 с.
5. ГОСТ 2.304-81 Единая система конструкторской документации. Шрифты чертежные (с Изменениями N 1, 2). – Москва: Стандартинформ, 2007. – 22 с.
6. ГОСТ 2.307-2011. Единая система конструкторской документации. Нанесение размеров и предельных отклонений (издание с поправкой). – Москва: Стандартинформ, 2020. – 32 с.
7. Егоров, А.Г. Основные правила оформления чертежей. Геометрические построения: учебное пособие / А.Г. Егоров. — Тольятти: ТГУ, 2019. — 59 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/139695 (дата обращения: 10.01.2021).
8. Тончева, Н.Н. Начертательная геометрия и инженерная графика: учебно-методическое пособие: в 2 частях / Н.Н. Тончева. — Чебоксары: ЧГПУ им. И.Я. Яковлева, 2019 — Часть 2: Инженерная графика — 2019. — 102 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/159360 (дата обращения: 10.01.2021).

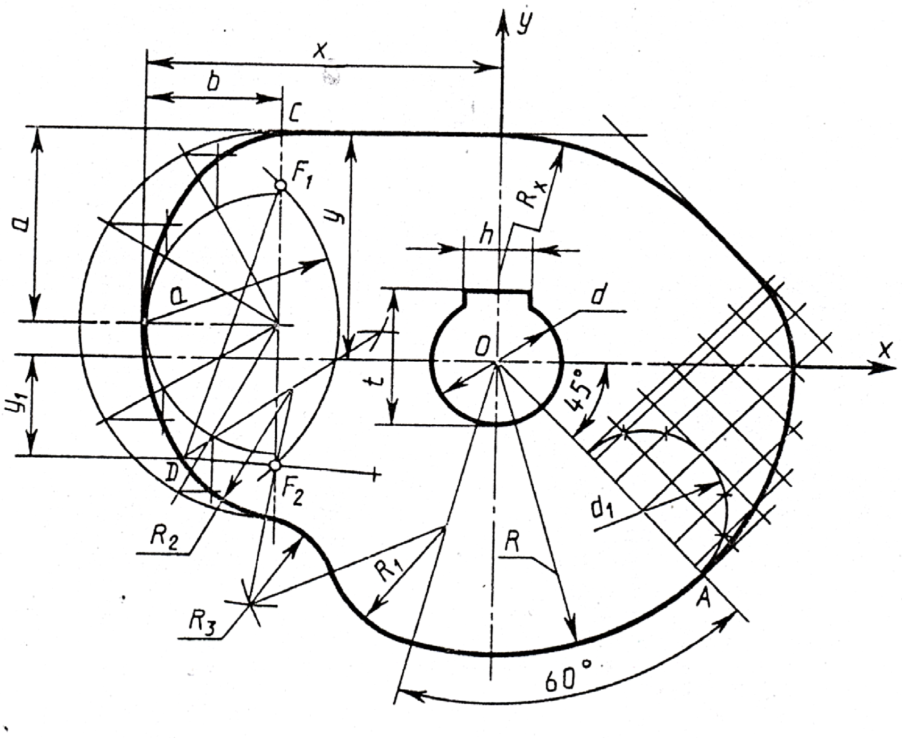
Приложение 1 – Индивидуальные задания для выполнения графической работы



Варианты	*R*	*R₁*	*R₂*	*R₃*	*a*	*b*	*d*	*d₁*	*h*	*t*	*x*	*y*
1, 10	115	35	55	35	75	45	40	55	12	45	115	70
11, 20	110	45	50	40	70	40	35	50	10	40	120	60

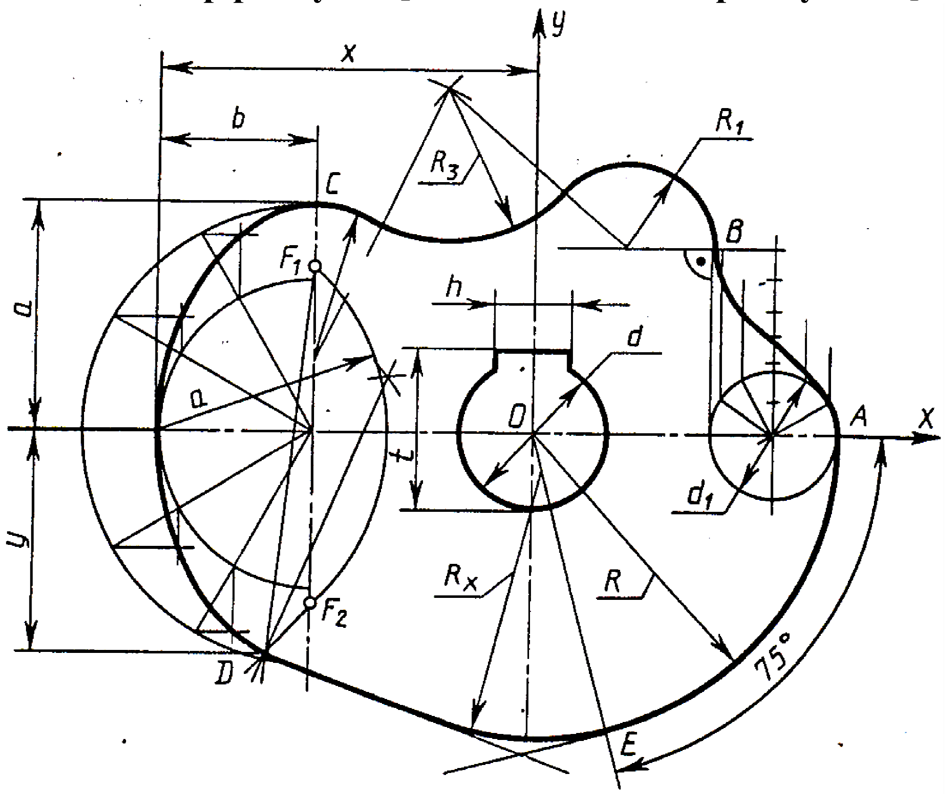


Варианты	*R*	*R₁*	*R₂*	*R₃*	*a*	*b*	*d*	*d₁*	*h*	*t*	*x*	*y*
2, 21	120	100	50	30	80	50	45	40	14	50,5	40	35
12, 22	115	110	75	40	90	55	50	45	16	56	45	40

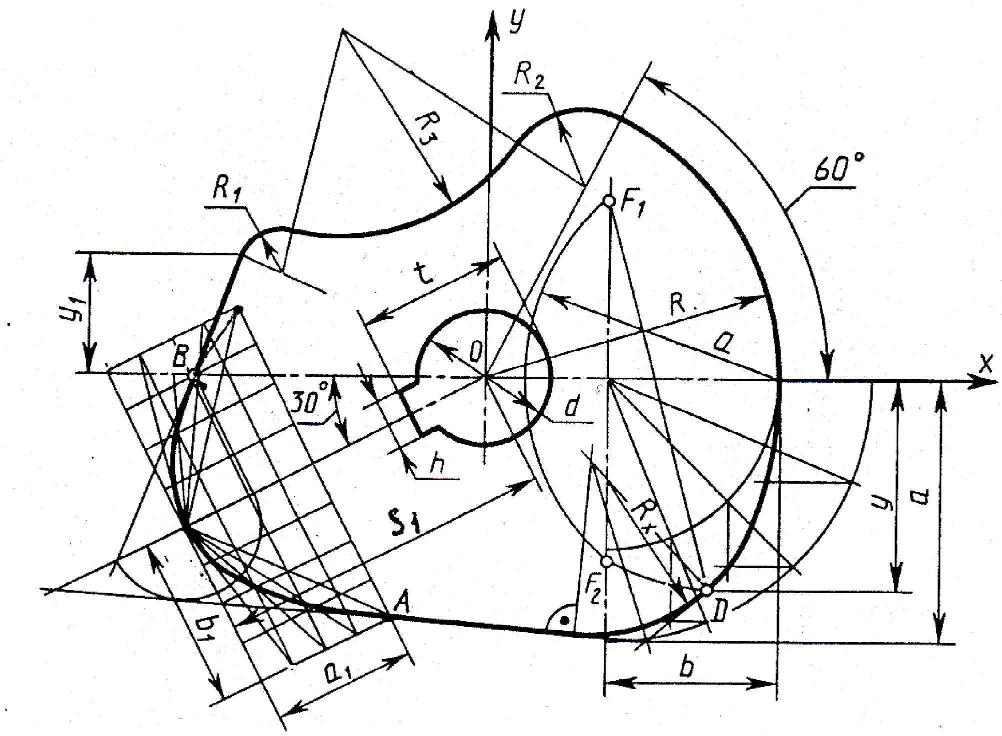


Варианты	R	R_1	R_2	R_3	a	b	d	d_1	h	t	x	y_1	y
3, 23	95	35	35	25	70	50	40	60	12	45	100	40	85
13, 24	90	40	40	25	75	45	40	60	12	45	110	35	90

***Примечание*: центр радиуса R_2 лежит на биссектрисе угла F_1DF_2.**

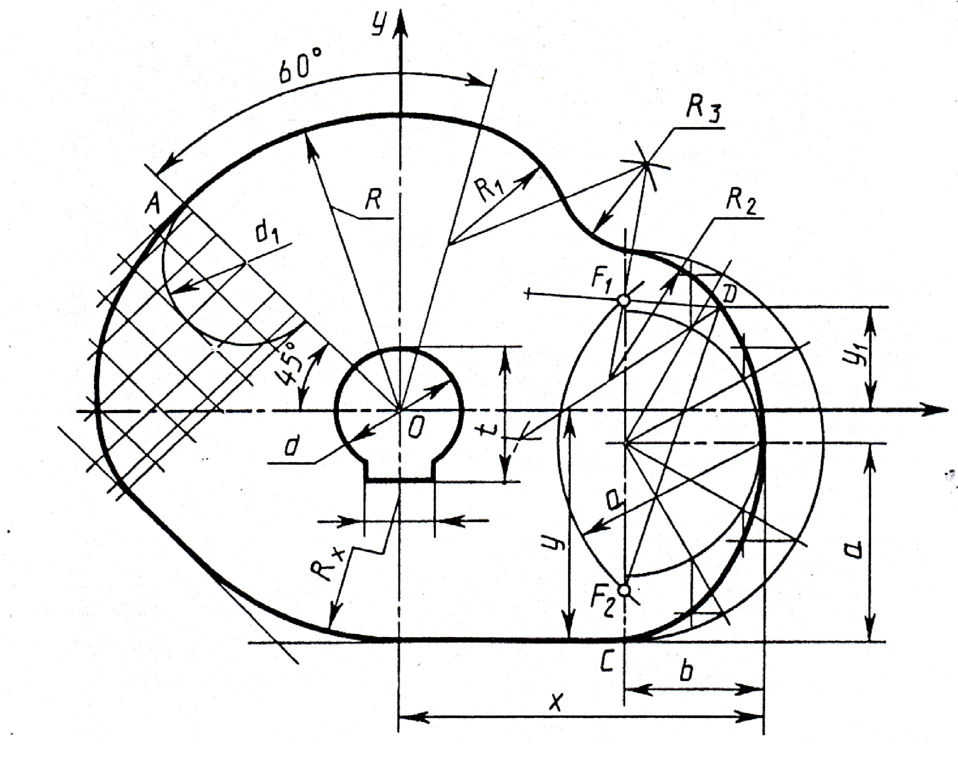


Варианты	R	R_1	R_2	R_3	a	b	d	d_1	h	t	x	y
4, 25	115	35	55	35	75	45	40	55	12	45	115	70
14, 26	110	45	50	40	70	40	35	50	10	40	120	60



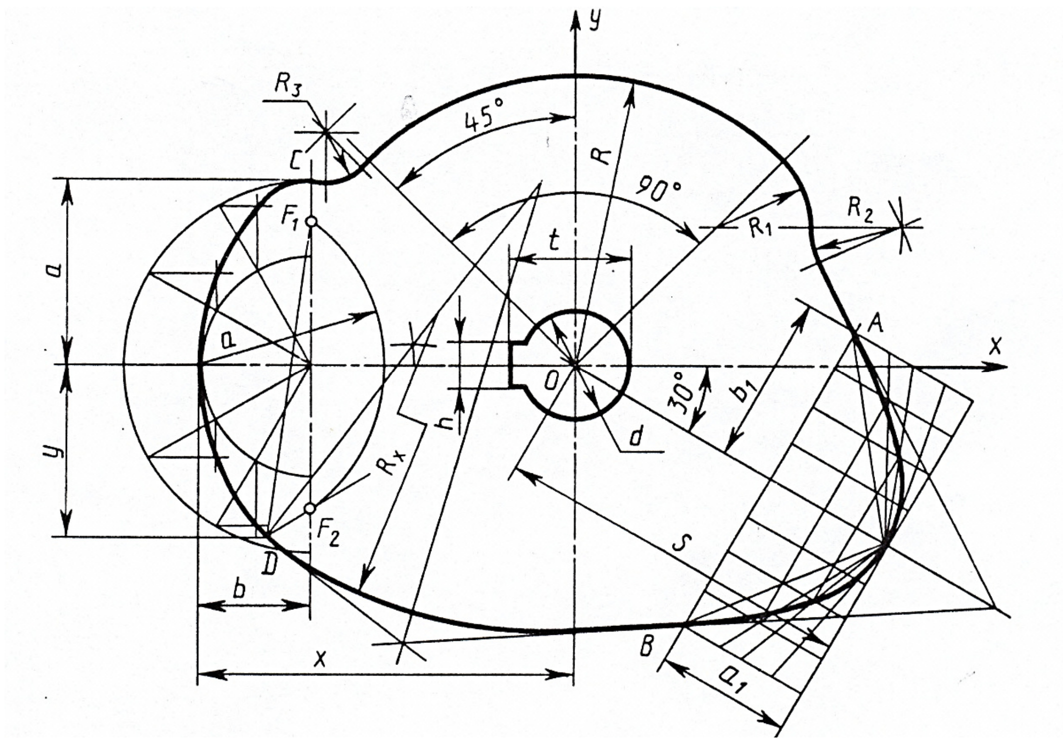
Варианты	S_1	a_1	b_1	R	a	b	y	y_1	R_1	R_2	R_3	t	h	d
5, 27	125	52	65	110	100	65	85	45	15	30	80	56	16	50
15, 28	120	50	60	100	90	60	82	40	10	25	75	50,5	14	45

***Примечание*: центр радиуса R_x лежит на биссектрисе угла F_1DF_2.**



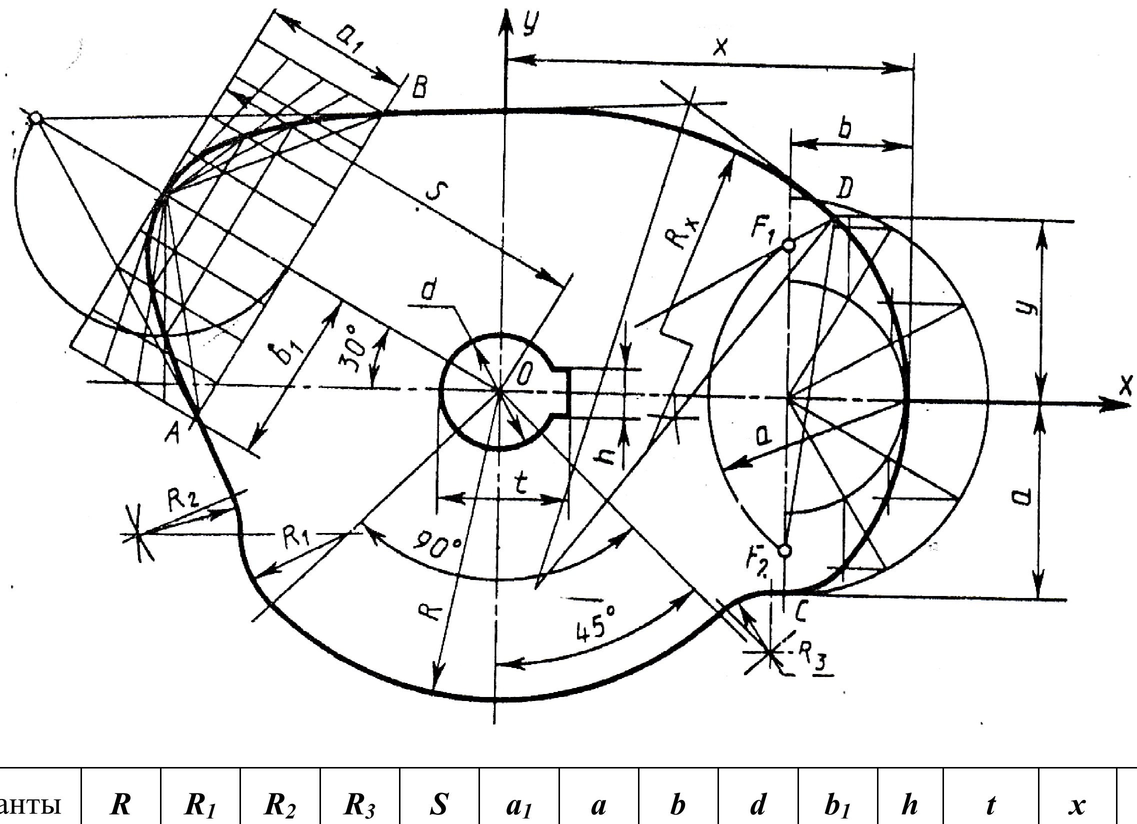
Варианты	R	R_1	R_2	R_3	a	b	d	d_1	h	t	x	y_1	y
6, 29	95	35	35	25	70	50	40	60	12	45	100	40	85
16, 30	90	40	40	25	75	45	40	60	12	45	100	35	90

***Примечание*: центр радиуса R_2 лежит на биссектрисе угла F_1DF_2.**



Варианты	R	R_1	R_2	R_3	S	a_1	a	b	d	b_1	h	t	x	y
7, 31	100	35	30	20	115	45	60	40	45	50	14	50,5	135	54
17, 32	95	50	40	18	120	40	55	45	50	52	16	56	130	45

***Примечание*: центр радиуса R_x лежит на биссектрисе угла F_1DF_2.**



Варианты	R	R_1	R_2	R_3	S	a_1	a	b	d	b_1	h	t	x	y
8, 19	100	35	30	20	115	45	60	40	45	50	14	50,5	135	54
9, 18	95	50	40	18	120	40	55	35	50	52	16	56	130	45

***Примечание*: центр радиуса R_x лежит на биссектрисе угла F_1DF_2.**

Приложение 2 – Пример выполнения и оформления графической работы