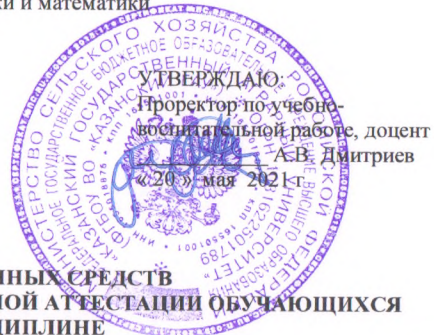




МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Казанский государственный аграрный университет»
(ФГБОУ ВО Казанский ГАУ)

Институт механизации и технического сервиса
Кафедра физики и математики



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Математика»
(Оценочные средства и методические материалы)

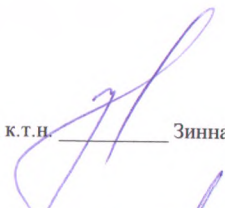
приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки
27.03.02 Управление качеством

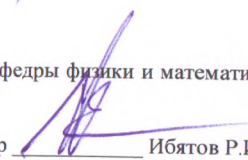
Направленность (профиль) подготовки
Управление качеством в производственно-технологических системах

Форма обучения
Очная

Казань – 2021

Составитель: доцент кафедры физики и математики, к.т.н.  Зиннатуллина А. Н.

Оценочные средства обсуждены и одобрены на заседании кафедры физики и математики
«12» мая 2021 (протокол № 9)

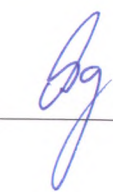
Заведующий кафедрой физики и математики, д.т.н., профессор  Ибятов Р.И.

Рассмотрены и одобрены на заседании методической комиссии Института механизации и
технического сервиса «14» мая 2021 г. (протокол № 9)

Председатель методической комиссии:
доцент кафедры ЭиРМ, к.т.н., доцент  Шайхутдинов Р.Р.

Согласовано:
Директор Института механизации
и технического сервиса,
д.т.н., профессор

Протокол Ученого совета ИМиТС № 10 от «17» мая 2021 г.

 Яхин С.М.

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения ОПОП бакалавриата по направлению обучения 27.03.02 Управление качеством, обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Математика»:

Таблица 1.1 – Требования к результатам освоения дисциплины

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов естественных наук и математики	ОПК-1.1. Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов математики	Знать: теоретические и практические основы положений, законов и методов линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для анализа задач профессиональной деятельности Уметь: применять математические методы для анализа задач профессиональной деятельности Владеть: методами инструментарием математического анализа для анализа математических задач в своей предметной области
ОПК-2. Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)	ОПК-2.1. Формулирует задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математики	Знать: основные положения, законы и методы профильных разделов математики, необходимые для анализа задач профессиональной деятельности Уметь: адекватно употреблять понятия математического аппарата и символы для выражения количественных и качественных отношений, анализировать и формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математики; доводить решения задач до приемлемого практического результата – числа, функции (ее графика), точного качественного вывода с применением адекватных вычислительных средств, таблиц, справочников, в том числе при использовании технологий онлайн-обучения Владеть: доступными методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, моделирования при формулировке простейших прикладных задач профессиональной деятельности

2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Таблица 2.1 – Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций (интегрированная оценка уровня сформированности компетенций)

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценка уровня сформированности			
		неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
ОПК-1.1. Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов математики	Знать: теоретические и практические основы положений, законов и методов линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для анализа задач профессиональной деятельности	Пробелы в знаниях основного программного материала, принципиальные ошибки при ответе на вопросы и в решении задачи	Знание основного программного материала в минимальном объеме, погрешности не принципиального характера в ответе на вопросы и в решении задачи	Полное знание программного материала, усвоение основной литературы, рекомендованной в программе, наличие малозначительных ошибок в решении задачи, или недостаточно полное раскрытие содержания вопроса	Всестороннее, систематическое и глубокое знание программного материала, усвоение основной и дополнительной литературы, правильное решение задачи
	Уметь: применять математические методы для анализа задач профессиональной деятельности	Частично освоенное умение применять математические методы для решения задач профессиональной деятельности	В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение применять математические методы для решения задач профессиональной деятельности	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять математические методы для решения задач профессиональной деятельности	Сформированное умение применять математические методы для решения задач профессиональной деятельности
	Владеть: методами инструментарием математического анализа для анализа математи-	Имеются грубые ошибки при владении методами математического анализа,	Имеется минимальный набор навыков при использовании методов математи-	Продemonстрированы базовые навыки использования методов математического	Продemonстрированы уверенные систематические владения методами математического

	ческих задач в своей предметной области	необходимых для решения типовых задач в предметной области	ческого анализа, необходимых при решении задач в своей предметной области	анализа, необходимых при решении задач в своей предметной области	анализа и инструментарием для решения математических задач в своей предметной области
ОПК-2.1. Формулирует задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математики	Знать: основные положения, законы и методы профильных разделов математики, необходимые для анализа задач профессиональной деятельности	Слабая сформированность знаний основных методов совершенствования и реализации новых математических методов, необходимых для анализа задач профессиональной деятельности	В основном знания проявляются, однако представляют собой разрозненное, поверхностное и не систематизированное представление о законах и методах профильных разделов математики, необходимых для анализа задач профессиональной деятельности	Наличие твердых знаний при недостаточно уверенном владении некоторыми понятиями, законами и методами профильных разделов математики, необходимые для анализа задач профессиональной деятельности	Глубокие и всесторонние знания, достаточно уверенное владение всеми понятиями и методами профильных разделов математики, необходимых для анализа задач профессиональной деятельности
	Уметь: адекватно употреблять понятия математического аппарата и символы для выражения количественных и качественных отношений, анализировать и формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математики; доводить решения задач до приемлемого	Слабая сформированность умений применять основные понятия и символы математического аппарата для выражения количественных и качественных отношений, анализировать и формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математики	Наличие основных умений, однако допускаются отдельные ошибки и погрешности при решении практических задач и применении специальной символики, понятий и определений профильных разделов математики	Уверенные умения совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач, но при этом допускаются нарушения последовательности действий и недостаточно полное использование понятий, свойств и определений профильных разделов мате-	Уверенные умения применять знания для анализа конкретных ситуаций и решения практических задач, не допуская нарушений последовательности действий и полном использовании понятий, свойств и определений профильных разделов математики

	практического результата – числа, функции (ее графика), точного качественного вывода с применением адекватных вычислительных средств, таблиц, справочников, в том числе при использовании технологий онлайн-обучения			матики	
	Владеть: доступными методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры при формулировке простейших прикладных задач профессиональной деятельности	Слабое владение основными методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры при формулировке простейших прикладных задач профессиональной деятельности	Владение в основном математическими понятиями, структурами и определениями, но при этом проявляется фрагментарность и непоследовательность, ошибки и недочеты в простейших прикладных задачах профессиональной деятельности	Уверенное владение основными методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры при формулировке простейших прикладных задач профессиональной деятельности	Уверенное владение основными математическими понятиями, структурами и определениями математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры при формулировке простейших прикладных задач профессиональной деятельности

Описание шкалы оценивания:

1. Оценка «неудовлетворительно» ставится студенту, не овладевшему ни одним из элементов компетенции, т.е. обнаружившему существенные пробелы в знании основного программного материала по дисциплине, допустившему принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине.

2. Оценка «удовлетворительно» ставится студенту, овладевшему элементами компетенции «знать», т.е. проявившему знания основного программного материала по дисциплине в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности, знакомому с основной рекомендованной литературой, допустившему неточности в ответе на экзамене, но в основном обладающему необходимыми знаниями для их устранения при корректировке со стороны экзаменатора.

3. Оценка «хорошо» ставится студенту, овладевшему элементами компетенции «знать» и «уметь», проявившему полное знание программного материала по дисциплине, освоившему основную рекомендованную литературу, обнаружившему стабильный характер знаний и умений и способному к их самостоятельному применению и обновлению в ходе последующего обучения и практической деятельности.

4. Оценка «отлично» ставится студенту, овладевшему элементами компетенции «знать», «уметь» и «владеть», проявившему всесторонние и глубокие знания программного материала по дисциплине, освоившему основную и дополнительную литературу, обнаружившему творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании усвоенных знаний.

5. Оценка «зачтено» соответствует критериям оценок от «отлично» до «удовлетворительно».

6. Оценка «не зачтено» соответствует критерию оценки «неудовлетворительно»

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Таблица 3.1 – Типовые контрольные задания соотнесенные с индикаторами достижения компетенций

Индикатор достижения компетенции	№№ заданий (вопросов, билетов, тестов и пр.) для оценки результатов обучения по соотнесенному индикатору достижения компетенции
ОПК-1.1. Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов математики	Вопросы к экзамену и зачету в тестовой форме, в устной форме и образцы контрольных работ, относящиеся к разделам 1-5
ОПК-2.1. Формулирует задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математики	Вопросы к экзамену и зачету в тестовой форме, в устной форме и образцы контрольных работ, относящиеся к разделам 6-7

3.1. Вопросы к экзамену и зачету в тестовой форме

Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры

1. Система линейных алгебраических уравнений называется совместной, если

А) она не имеет ни одного решения

Б) она имеет хотя бы одно решение

В) если свободные члены этой системы равны нулю

Г) если ранг матрицы этой системы равен 1

2. Система линейных алгебраических уравнений называется несовместной, если

А) она не имеет ни одного решения

Б) она имеет хотя бы одно решение

В) если свободные члены этой системы равны нулю

Г) если ранг матрицы этой системы равен 1

3. Система линейных алгебраических уравнений называется определенной, если:

А) ранг этой системы равен 1

Б) если она имеет единственное решение

В) если она имеет более одного решения

Г) если она не имеет решений

4. Система линейных алгебраических уравнений называется неопределенной, если

А) ранг этой системы равен 1

Б) если она имеет единственное решение

В) если она имеет более одного решения

Г) если она не имеет решений

5. Теорема Кронекера-Капелли утверждает, что система линейных алгебраических уравнений $AX = B$ совместна тогда и только тогда, когда

А) $r(A) = r(A/B)$

Б) $r(A) \neq r(A/B)$

В) $r(A) < r(A/B)$

Г) $r(A) > r(A/B)$

6. Пусть дана система линейных алгебраических уравнений $AX = B$ и $r(A) = r(A/B) = n$ где n -число неизвестных системы. Тогда:

А) система не определена

Б) система совместна и определена

В) система однородная

Г) система совместна и не определена

7. Пусть дана система линейных алгебраических уравнений $AX = B$ и $r(A) = r(A/B) < n$ где n -число неизвестных системы. Тогда:

А) система не определена

Б) система совместна и определена

В) система однородная

Г) система совместна и не определена

8. Система линейных алгебраических уравнений $AX = B$ несовместна тогда, когда:

А) $r(A) = r(A/B)$

Б) $r(A) \neq r(A/B)$

В) $r(A) < r(A/B)$

Г) $r(A) > r(A/B)$

9. Любая невырожденная матрица имеет обратную матрицу следующего вида:

$$\text{А) } A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$\text{Б) } A^{-1} = |A| \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$\text{В)} A^{-1} = \frac{1}{|A^T|} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$\text{Г)} A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

10. Если A и B - квадратные матрицы, A - невырожденная, то решение матричного уравнения $AX = B$ имеет вид

$$\text{А)} X = B \cdot A^{-1}$$

$$\text{Б)} X = A^{-1} \cdot B$$

$$\text{В)} X = A^{-1} \cdot B^{-1}$$

$$\text{Г)} X = A \cdot B^{-1}$$

11. Три вектора в пространстве называются компланарными, если они

А) лежат в одной плоскости или на параллельных плоскостях

Б) лежат на одной прямой или на параллельных прямых

В) имеют равные длины и параллельны друг другу

Г) имеют равные длины и лежат в одной плоскости

12. Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются коллинеарными, если они

А) лежат в одной плоскости или на параллельных плоскостях

Б) лежат на одной прямой или на параллельных прямых

В) имеют равные длины и параллельны друг другу

Г) имеют равные длины и лежат в одной плоскости

13. Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются равными, если они

А) коллинеарные, имеют равные длины и направление

Б) имеют равные длины

В) имеют равные длины и коллинеарные

Г) имеют равные длины и лежат в одной плоскости

14. Модуль вектора $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ вычисляется по формуле:

$$\text{А)} |\vec{a}| = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

$$\text{Б)} |\vec{a}| = \sqrt{a_x + a_y + a_z}$$

$$\text{В)} |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\text{Г)} |\vec{a}| = \sqrt{a_x \cdot a_y \cdot a_z}$$

15. Скалярное произведение двух векторов $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ вычисляется по формуле:

$$\text{А)} \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

$$\text{Б)} \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot a_y \cdot a_z + b_x \cdot b_y \cdot b_z$$

$$\text{В)} \vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{a_x \cdot a_y \cdot a_z} + \sqrt{b_x \cdot b_y \cdot b_z}$$

$$\text{Г)} \vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{a_x + a_y + a_z} + \sqrt{b_x + b_y + b_z}$$

16. Косинус угла α между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вычисляется по формуле:

$$\text{А)} \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\text{Б)} \cos \alpha = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\text{В)} \cos \alpha = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\text{Г)} \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$$

17. Векторным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется:

А) третий вектор $\vec{c}$, длина которого численно равна площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ как на сторонах, направленный перпендикулярно плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$

Б) третий вектор $\vec{c}$, длина которого численно равна площади треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ как на сторонах, направленный перпендикулярно плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$

В) третий вектор $\vec{c}$, длина которого численно равна площади треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ как на сторонах, направленный параллельно плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$

Г) третий вектор $\vec{c}$, длина которого численно равна площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ как на сторонах, направленный параллельно плоскости, образованной векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$

18. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, вычисляется по формуле:

А) $S = |\vec{a} \times \vec{b}|$ Б) $S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$ В) $S = |\vec{a} \cdot \vec{b}|$ Г) $S = \frac{1}{2} |\vec{a} \cdot \vec{b}|$

19. Формула вычисления векторного произведения вектора $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ на вектор $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ имеет вид:

А) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k}$

Б) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k}$

В) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{k}$

Г) $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{k}$

20. Если вектора $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ коллинеарные, то справедливо следующее равенство:

А) $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$ Б) $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0$

В) $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 1$ Г) $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$

21. Если вектора $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ перпендикулярны, то справедливо следующее равенство:

А) $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$ Б) $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$

В) $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 1$ Г) $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$

22. Смешанным произведением трех векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называется:

А) скалярное произведение векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на вектор $\vec{c}$

Б) скалярное произведение суммы векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на вектор $\vec{c}$

В) векторное произведение вектора $\vec{a}$ на сумму векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$

Г) скалярное произведение вектора $\vec{a}$ на сумму векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$

23. Смешанное произведение трех векторов $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c} = (c_x, c_y, c_z)$ вычисляется по формуле:

А) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$

Б) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\vec{c}|$

В) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = |\vec{a}| + |\vec{b}| + |\vec{c}|$

Г) $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2$

24. Геометрический смысл смешанного произведения трех векторов заключается в том, что оно равно:

А) длине диагонали параллелепипеда, построенного на этих векторах;

Б) объему параллелепипеда, построенного на этих векторах;

В) длине вектора, равного сумме этих трех векторов;

Г) площади параллелограмма, построенного на двух векторах перпендикулярно третьему вектору.

25. Формула вычисления объема треугольной пирамиды имеет вид:

А) $V = \frac{1}{3} \vec{a}\vec{b}\vec{c}$

Б) $V = \frac{1}{2} \vec{a}\vec{b}\vec{c}$

В) $V = \frac{1}{6} \vec{a}\vec{b}\vec{c}$

Г) $V = \vec{a}\vec{b}\vec{c}$

Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

1. Угол между прямыми, заданными уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$, вычисляется по формуле:

А) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}$

Б) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1k_2}$

В) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 + k_1k_2}$

Г) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 - k_1k_2}$

2. Если прямые, заданные уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$, перпендикулярны, то угловые коэффициенты удовлетворяют равенству:

А) $k_2 = \frac{1}{k_1}$

Б) $k_2 = -\frac{1}{k_1}$

В) $k_1 = k_2$

Г) $k_1 = -k_2$

3. Если прямые, заданные уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$, параллельны, то угловые коэффициенты удовлетворяют равенству:

А) $k_2 = \frac{1}{k_1}$

Б) $k_2 = -\frac{1}{k_1}$

В) $k_1 = k_2$

Г) $k_1 = -k_2$

4. Расстояние от точки $M_0(x_0, y_0)$ до прямой $Ax + By + C = 0$ вычисляется по формуле:

A) $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Б) $d = \frac{|Ax_0 + By_0|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

В) $d = |Ax_0 + By_0 + C|$

Г) $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{A^2 + B^2}$

5. Эксцентриситет эллипса, заданного уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, вычисляется по формуле

A) $\varepsilon = \frac{a}{b}$

Б) $\varepsilon = \frac{b}{a}$

В) $\varepsilon = \frac{c}{a}$

Г) $\varepsilon = \frac{c}{b}$

6. Эксцентриситет эллипса, заданного уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, удовлетворяет равенству

A) $0 < \varepsilon < 1$

Б) $1 < \varepsilon < 2$

В) $\varepsilon > 1$

Г) $\varepsilon < 0$

7. Уравнения директрис эллипса, заданного уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, имеют вид

A) $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$

Б) $x = \pm \frac{b}{\varepsilon}$

В) $y = \pm \frac{a}{\varepsilon}$

Г) $y = \pm \frac{b}{\varepsilon}$

8. Эксцентриситет гиперболы, заданной уравнением $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, вычисляется по формуле

A) $\varepsilon = \frac{a}{b}$

Б) $\varepsilon = \frac{b}{a}$

В) $\varepsilon = \frac{c}{a}$

Г) $\varepsilon = \frac{c}{b}$

9. Эксцентриситет гиперболы, заданной уравнением $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, удовлетворяет равенству

A) $0 < \varepsilon < 1$

Б) $1 < \varepsilon < 2$

В) $\varepsilon > 1$

Г) $\varepsilon < 0$

10. Асимптоты гиперболы, заданной уравнением $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, имеют вид

A) $y = \pm \frac{b}{a}x$

Б) $y = \pm \frac{a}{b}x$

В) $x = \pm \frac{b}{a}y$

Г) $y = \pm \frac{b}{a}$

11. Уравнение директрисы параболы, заданной уравнением $y^2 = 2px$, имеет вид

A) $y = -\frac{p}{2}$

Б) $y = \frac{p}{2}$

В) $x = \frac{p}{2}$

Г) $x = -\frac{p}{2}$

12. Уравнение директрисы параболы, заданной уравнением $y^2 = -2px$, имеет вид

- А) $y = -\frac{p}{2}$ Б) $y = \frac{p}{2}$ В) $x = \frac{p}{2}$ Г) $x = -\frac{p}{2}$

13. Уравнение директрисы параболы, заданной уравнением $x^2 = -2py$, имеет вид

- А) $y = -\frac{p}{2}$ Б) $y = \frac{p}{2}$ В) $x = \frac{p}{2}$ Г) $x = -\frac{p}{2}$

14. Уравнение директрисы параболы, заданной уравнением $x^2 = 2py$, имеет вид

- А) $y = -\frac{p}{2}$ Б) $y = \frac{p}{2}$ В) $x = \frac{p}{2}$ Г) $x = -\frac{p}{2}$

15. Параметр параболы p удовлетворяет неравенству

- А) $p > 0$ Б) $p < 0$ В) $0 < p < 1$ Г) $p > 1$

Раздел 3. Введение в анализ

1. Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется:

- А) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$; Б) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{x}$ В) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0)}{x - x_0}$ Г) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

2. Производная $f'(x)$ в точке x есть:

А) касательная к графику функции $y = f(x)$ в точке x ;

Б) угол между касательной к графику функции и положительным направлением оси Ox ;

В) угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x .

3. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$, дифференцируема на интервале $(a; b)$, то найдется хотя бы одна точка $c \in (a; b)$ такая, что выполняется равенство:

А) $f(a) - f(b) = f'(c)(b - a)$

Б) $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$

В) $f(b) - f(a) = f'(c)(a - b)$

4. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$, дифференцируема на интервале $(a; b)$ и на концах отрезка принимает одинаковые значения $f(a) = f(b)$, то найдется хотя бы одна точка $c \in (a, b)$, в которой производная:

А) $f'(c) = 0$

Б) не существует

В) $f'(c) = 1$

5. Если функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$, дифференцируемы на интервале $(a; b)$, причем $\varphi'(x) \neq 0$ для $x \in (a; b)$, то найдется хотя бы одна точка $c \in (a, b)$ такая, что выполняется равенство:

А) $\frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)}$ Б) $\frac{f(a) - f(b)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)}$ В) $\frac{\varphi(b) - \varphi(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)}$

6. Для вычисления приближенных значений функций используется формула:

А) $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x) \cdot \Delta x$;

Б) $f(x) \approx f(\Delta x) + f'(x) \cdot \Delta x$;

В) $f(x + \Delta x) \approx f'(x) \cdot \Delta x$.

7. Если вторая производная $f''(x)$ при переходе через точку x_0 , в которой она равна нулю или не существует, меняет знак, то точка графика с абсциссой x_0 есть:

А) точка перегиба

Б) точка максимума

В) точка минимума

8. Если функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a;b)$ и $f'(x) > 0$ для $\forall x \in (a;b)$, то эта функция:

А) убывает

Б) возрастает

В) выпукла вниз

9. Если функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a;b)$ и $f'(x) < 0$ для $\forall x \in (a;b)$, то эта функция:

А) убывает

Б) возрастает

В) выпукла вниз

10. Если непрерывная функция $y = f(x)$ дифференцируема в некоторой δ – окрестности критической точки x_0 и при переходе через нее (слева направо) производная $f'(x)$ меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка:

А) максимума

Б) минимума

В) перегиба

11. Если непрерывная функция $y = f(x)$ дифференцируема в некоторой δ – окрестности критической точки x_0 и при переходе через нее (слева направо) производная $f'(x)$ меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка:

А) максимума

Б) минимума

В) перегиба

12. Угловым коэффициентом наклонной асимптоты $y = kx + b$ к графику функции $y = f(x)$ вычисляется по формуле:

А) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

Б) $k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$

В) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

14. Выберите верное утверждение:

А) $(u \cdot v)' = u' \cdot v - u \cdot v'$

Б) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2}$

В) $\left(\frac{C}{v}\right)' = -\frac{C}{v^2}$

Г) $\left(\frac{C}{v}\right)' = \frac{C}{v^2}$

15. Выберите ложное утверждение:

А) $d(u + v) = du + dv$

Б) $d(uv) = udu + vdv$

В) $d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - u dv}{v^2}$

Г) $d(uv) = vdu + u dv$

Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной независимой переменной

1. Функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ на некотором промежутке, если в любой точке этого промежутка выполняется равенство:

- А) $F'(x) = f'(x)$ Б) $F(x) = f(x)dx$ В) $F'(x) = f(x)$

2. Совокупность всех первообразных $F(x) + C$ для функции $f(x)$ называется:

- А) дифференциалом $f(x)$
Б) определенным интегралом
В) неопределенным интегралом

3. К интегрируемым функциям относятся все:

- А) постоянные Б) непрерывные В) прерывные

4. Если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то выполняется:

- А) $F(x) = f'(x)$ Б) $F(x) = f(x)dx$ В) $d(F(x) + C) = f(x)dx$

5. Производная от неопределенного интеграла равна:

- А) $\left(\int f(x)dx\right)' = F(x)$ Б) $\left(\int f(x)dx\right)' = F(x) + C$ В) $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$

6. Дифференциал от неопределенного интеграла равен:

- А) $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$ Б) $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)$ В) $d\left(\int f(x)dx\right) = F(x) + C$

7. Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен

- А) $\int dF(x) = F(x)$ Б) $\int dF(x) = F(x) + C$ В) $\int dF(x) = f(x)$

8. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа непрерывных функций равен:

- А) $\int (f(x) + \varphi(x))dx = \int f(x)dx + \int \varphi(x)dx$
Б) $\int (f(x) + \varphi(x))dx = \int f(x)dx - \int \varphi(x)dx$
В) $\int (f(x) + \varphi(x))dx = \int f(x)dx + \int \varphi(x)dx$

9. Интеграл $\int kf(x)dx$ равен:

- А) $k + \int f(x)dx$ Б) $k \int f(x)dx$ В) $k^2 \int f(x)dx$

10. Интегрирование по частям в неопределенных интегралах выполняется по формуле:

- А) $\int u dv = uv - \int v du$ Б) $\int u dv = uv + \int v du$ В) $\int u dv = uv - \int u dv$

11. Рациональная дробь называется правильной, если

- А) степень числителя равна степени знаменателя
Б) степень числителя меньше степени знаменателя
В) степень числителя больше степени знаменателя
Г) степень числителя и степени знаменателя равны единице

12. Если функция $y=f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $F(x)$ – какая либо ее первообразная на $[a, b]$ ($F'(x) = f(x)$), то формула Ньютона-Лейбница имеет вид:

$$\text{А) } \int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a) \quad \text{Б) } \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad \text{В) } \int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$$

12. Если c – постоянное число и функция $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, то

$$\text{А) } \int_a^b cf(x)dx = c \int_a^b f(x)dx \quad \text{Б) } \int_a^b cf(x)dx = c^2 \int_a^b f(x)dx \quad \text{В) } \int_a^b cf(x)dx = c + \int_a^b f(x)dx$$

13. Если функция $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$ и $a < c < b$, то

$$\text{А) } \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx;$$

$$\text{Б) } \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx;$$

$$\text{В) } \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$$

14. Если функция $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, то $f(x)$ интегрируема и на $[b, a]$ и выполняется:

$$\text{А) } \int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(-x)dx \quad \text{Б) } \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx \quad \text{В) } \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(-x)dx.$$

15. Если непрерывные функции удовлетворяют неравенству $f(x) \leq g(x)$ при $x \in [a, b]$, то

$$\text{А) } \int_a^b f(x)dx \leq \int_b^a g(x)dx \quad \text{Б) } \int_a^b g(x)dx \leq \int_a^b f(x)dx \quad \text{В) } \int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$$

16. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то существует точка $c \in [a, b]$ такая, что:

$$\text{А) } \int_a^b f(x)dx = f(c)(b+a)$$

$$\text{Б) } \int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$$

$$\text{В) } \int_a^b f(x)dx = f(c)(a-b)$$

17. Если функция $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, где $a < b$, а m и M - соответственно наименьшее и наибольшее значения на отрезке $[a, b]$, то

$$\text{А) } M(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq m(b-a);$$

$$\text{Б) } m(b-a) \leq \int_b^a f(x)dx \leq M(b-a);$$

$$\text{В) } m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a).$$

18. Определенный интеграл по частям вычисляется по формуле:

$$\text{А) } \int_a^b u dv = (uv)|_a^b + \int_a^b v du$$

$$\text{Б) } \int_a^b u dv = (uv)|_a^b - \int_a^b v du$$

$$\text{В) } \int_a^b u dv = (uv)|_a^b - \int_b^a v du$$

19. Площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$, прямыми $x = a$ и $x = b$ (при условии $f_2(x) \geq f_1(x)$) определяется по формуле:

$$\text{А); } S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$$

$$\text{Б) } S = \int_a^b (f_1(x) + f_2(x))dx$$

В)

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x))dx.$$

Раздел 5. Комплексные числа

1. Два комплексных числа называются равными если:

А) равны их действительные части

Б) равны их мнимые части

В) равны действительные и мнимые части

2. Аргумент комплексного числа это:

А) расстояние от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число

Б) мнимая единица

В) угол, который радиус-вектор от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число, образует с осью Ox

Г) само комплексное число без учёта знака

3. Верно, что число, сопряжённое с комплексным числом z

А) равно данному числу z

Б) отличается от числа z лишь знаком при мнимой части

В) не является комплексным числом

Г) равно данному числу z , деленному на некоторый коэффициент, который следует из условия задачи

4. Показательной формой комплексного числа называется запись вида:

$$\text{А) } z = re^i$$

$$\text{Б) } z = re^{i\varphi}$$

$$\text{В) } z = re^{\varphi}$$

$$\text{Г) } z = e^{i\varphi}$$

5. Тригонометрической формой комплексного числа называется запись вида

$$\text{А) } z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$\text{Б) } z = r(\cos \varphi + \sin \varphi)$$

$$\text{В) } z = r(\sin \varphi + i \cos \varphi)$$

$$\text{Г) } z = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

7. Модуль комплексного числа вычисляется по формуле:

А) $r = \sqrt{x + iy}$

Б) $r = x^2 + y^2$

В) $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

8. Числа $z = x + iy$ и $z = x - iy$ называются:

А) равными

Б) комплексно-сопряженными

В) противоположными

9. Формула для возведения комплексного числа в степень имеет вид:

А) $z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

Б) $z^n = r^n (\cos n\varphi + \sin n\varphi)$

В) $z^n = r^n (\cos \varphi + i \sin \varphi)$

10. Умножение комплексных чисел z_1 и z_2 вычисляется по формуле

А) $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$

Б) $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 (\cos(\varphi_1 \cdot \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 \cdot \varphi_2))$

В) $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 (\sin(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 + \varphi_2))$

11. Деление комплексных чисел z_1 и z_2 вычисляется по формуле

А) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$

Б) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\sin(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$

В) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) - i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$

12. Сколько значений существует у корня n -й степени (отличной от нуля) из комплексного числа?

А) n

Б) i/n

В) числу, равному модулю комплексного числа

Г) координате x точки, отображающей комплексное число

13. Корень n -ой степени из комплексного числа вычисляется по формуле:

А) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} (\sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n})$

Б) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} (\cos \frac{\varphi}{n} + i \sin \frac{\varphi}{n})$

В) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} (\sin \frac{\varphi}{n} + i \cos \frac{\varphi}{n})$

Г) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} (\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n})$

Раздел 6. Функции нескольких переменных

1. Частная производная по x от функции $z = f(x; y)$ определяется равенством:

А) $z'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x; y) - f(x + \Delta x; y)}{\Delta x};$

Б) $z'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x; y) - f(x; y)}{\Delta x};$

$$\text{В) } z'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x; y + \Delta y) - f(x; y)}{\Delta x}.$$

2. Частная производная по y от функции $z = f(x; y)$ определяется равенством:

$$\text{А) } z'_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x; y)}{\Delta y};$$

$$\text{Б) } z'_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x; y) - f(x, y + \Delta y)}{\Delta y};$$

$$\text{В) } z'_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x; y + \Delta y) - f(x; y)}{\Delta y}.$$

3. Формула для вычисления приближенных значений имеет вид:

$$\text{А) } f(x + \Delta x; y + \Delta y) \approx f(x + \Delta x; y + \Delta y) + f'_x(x, y)\Delta x + f'_y(x, y)\Delta y;$$

$$\text{Б) } f(x; y) \approx f(x + \Delta x; y + \Delta y) + f'_x(x, y)\Delta x + f'_y(x, y)\Delta y;$$

$$\text{В) } f(x + \Delta x; y + \Delta y) \approx f(x; y) + f'_x(x, y)\Delta x + f'_y(x, y)\Delta y.$$

4. Точка $(x_0; y_0)$ называется точкой максимума функции $z = f(x; y)$, если существует такая δ -окрестность точки $(x_0; y_0)$, что для каждой точки (x, y) , отличной от $(x_0; y_0)$, из этой окрестности выполняется неравенство:

$$\text{А) } f(x; y) \geq f(x_0, y_0)$$

$$\text{Б) } f(x; y) < f(x_0, y_0)$$

$$\text{В) } f(x; y) > f(x_0, y_0)$$

5. Точка $(x_0; y_0)$ называется точкой минимума функции $z = f(x; y)$, если существует такая δ -окрестность точки $(x_0; y_0)$, что для каждой точки $(x; y)$, отличной от $(x_0; y_0)$, из этой окрестности выполняется неравенство:

$$\text{А) } f(x; y) > f(x_0, y_0)$$

$$\text{Б) } f(x; y) < f(x_0, y_0)$$

$$\text{В) } f(x; y) \geq f(x_0, y_0)$$

6. Если в точке $N(x_0; y_0)$ дифференцируемая функция $z = f(x; y)$ имеет экстремум, то ее частные производные в этой точке:

$$\text{А) } f'_x(x_0; y_0) = 0, f'_y(x_0; y_0) = 0$$

$$\text{Б) } f'_x(x_0; y_0) \neq 0, f'_y(x_0; y_0) = 0$$

$$\text{В) } f'_x(x_0; y_0) \neq 0, f'_y(x_0; y_0) \neq 0$$

7. Если $z = f(x; y)$, а $x = x(t)$, $y = y(t)$, то

$$\text{А) } \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \quad \text{Б) } \frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \quad \text{В) } \frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t}$$

8. Если $z = f(x; y)$, а $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, то

$$\text{А) } \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{du} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{du} \quad \text{Б) } \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u} \quad \text{В) } \frac{dz}{du} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{du} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{du}$$

9. Если $z = f(x; y)$, а $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$, то

$$A) \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial v} \quad B) \frac{dz}{dv} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dv} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dv} \quad B) \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dv} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dv}$$

36. Частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции z , заданной уравнением

$F(x, y, z) = 0$ имеют вид:

$$A) \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z}; \quad B) \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_y}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z}; \quad B) \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_z}{F'_x}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_z}{F'_y}.$$

Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики

1. Два размещения считаются различными, если они отличаются

А) только порядком расположения элементов

Б) только составом элементов

В) только числом элементов

Г) или составом элементов, или их порядком

2. Два сочетания считаются различными только в том случае, если

А) у них все элементы различны

Б) отличаются порядком расположения элементов

В) отличаются двумя элементами

Г) отличаются хотя бы одним элементом

3. Перестановка P_n – это

А) сочетание из n элементов по n

Б) сочетание из n элементов по 0

В) размещение из n элементов по n

Г) размещение из n элементов по 1

4. Число размещений A_n^m вычисляется по формуле:

$$A) \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad B) \frac{n!}{(n-m)!} \quad B) n!$$

5. Число размещений C_n^m вычисляется по формуле:

$$A) \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad B) \frac{n!}{(n-m)!} \quad B) n!$$

6. Число размещений P_n вычисляется по формуле:

$$A) \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad B) \frac{n!}{(n-m)!} \quad B) n!$$

7. Случайным называется событие A , которое

А) может произойти, а может не произойти

Б) никогда не произойдет

В) обязательно произойдет

Г) произойдет только совместно с событием $\bar{A}$

8. События A и B называются зависимыми, если
- А) сумма их вероятностей обязательно равна 1
 - Б) вероятности событий A и B не зависят друг от друга
 - В) вероятность наступления одного из событий зависит от появления или не появления другого
 - Г) они происходят одновременно
9. События A и B называются несовместными, если
- А) вероятность наступления одного из событий зависит от появления или не появления другого
 - Б) появление одного из них исключает появление другого
 - В) сумма их вероятностей никогда не равна 1
 - Г) если одновременно они могут появиться только конечное число раз
10. Рассматривается пространство из N элементарных событий. Событию A благоприятствуют M элементарных событий. Классическая вероятность события A равна
- А) $\frac{N}{M}$
 - Б) $1 - \frac{N}{M}$
 - В) $\frac{M}{N}$
 - Г) $1 - \frac{N}{M}$
11. Произведено n испытаний. Событие A произошло m раз. Относительная частота события A равна
- А) $W(A) = \frac{n}{m}$
 - Б) $W(A) = 1 - \frac{m}{n}$
 - В) $W(A) = \frac{m}{n}$
 - Г) $W(A) = m \cdot n$
12. Вероятность P любого события принадлежит отрезку
- А) $[1; 2]$
 - Б) $[0; 2]$
 - В) $[1; 4]$
 - Г) $[0; 1]$
13. Сумма вероятностей событий, образующих полную группу, равна
- А) 0
 - Б) $1/2$
 - В) 1
 - Г) 4
14. Два события называются противоположными, если они
- А) независимы
 - Б) не совместны
 - В) единственно возможны
 - Г) образуют полную группу событий
15. События образуют полную группу событий, если являются
- А) независимыми
 - Б) единственно возможными и независимыми
 - В) несовместными и единственно возможными
 - Г) несовместными и равновероятными
16. Суммой событий A и B называется событие C , которое происходит, если происходят:
- А) только событие A
 - Б) только событие B
 - В) одно из событий A или B
 - Г) оба события A и B

17. Произведением событий A и B называется событие C , которое происходит, если происходит:

- А) только событие A
- Б) только событие B
- В) одно из событий A или B
- Г) оба события A и B

18. Обязательным условием применения формулы $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ является

- А) независимость событий A и B
- Б) события A и B единственно возможны
- В) события A и B противоположны
- Г) совместность событий A и B

19. Обязательным условием применения формулы $P(A+B)=P(A)+P(B)$ является

- А) независимость событий A и B
- Б) несовместность событий A и B
- В) события A и B единственно возможны
- Г) совместность событий A и B

20. Вероятность $P(A/B)$ это – ...

- А) вероятность события A при условии, что A и B противоположные события
- Б) вероятность события A при условии, что A и B несовместные события
- В) вероятность события A при условии, что событие B произошло
- Г) произведение событий A и B

21. Обязательным условием применения формулы $P(AB)=P(A)P(B)$ является

- А) противоположность событий A и B
- Б) независимость событий A и B
- В) несовместность событий A и B
- Г) зависимость событий A и B

22. Обязательным условием применения формулы $P(AB)=P(A)P(A/B)$ является

- А) противоположность событий A и B
- Б) независимость событий A и B
- В) несовместность событий A и B
- Г) зависимость событий A и B

23. Формула полной вероятности имеет вид:

- А) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A) \cdot P_{H_i}(A)$
- Б) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_A(H_i)$
- В) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)$
- Г) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A) \cdot P_A(H_i)$

24. Вероятность появления события A m раз в n повторных независимых испытаниях при $n < 10$ определяется

- А) формулой Бернулли
- Б) локальной теоремой Лапласа
- В) интегральной теоремой Лапласа

Г) формулой Пуассона

25. Формула Бернулли имеет вид

А) $P_n(m) = C_m^n p^n q^{n-m}$

Б) $P_n(m) = C_n^m p^n q^m$

В) $P_n(m) = C_m^n p^n q^m$

Г) $P_n(m) = C_n^m p^n q^{n-m}$

26. Наивероятнейшим числом наступлений события A в n независимых испытаниях называется

А) наибольшее число наступлений события A

Б) наибольшая вероятность наступления события A

В) число наступлений события A при наибольшем числе испытаний

Г) число наступлений события A , при котором вероятность наступления события A в n независимых испытаниях наибольшая

27. Формула для определения наивероятнейшего числа m_0 имеет вид

А) $np - p \leq m_0 \leq np + p$

Б) $np - q \leq m_0 \leq np + q$

В) $np - q \leq m_0 \leq np + p$

Г) $q \leq m_0 \leq p$

28. Локальная теорема Лапласа позволяет вычислить

А) наивероятнейшее число наступлений события в n независимых испытаниях

Б) относительную частоту наступлений события в n независимых испытаниях

В) вероятность появления события m раз в n независимых испытаниях ($n > 10$)

Г) вероятность отклонения числа появлений события m от числа независимых испытаний n

29. В локальной теореме Лапласа $P \approx \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$ аргумент функции $\varphi(x)$ равен

А) $x = \frac{m}{\sqrt{npq}}$

Б) $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$

В) $x = \frac{np}{\sqrt{npq}}$

Г) $x = m - np$

30. Интегральная теорема Лапласа позволяет вычислить

А) вероятность появления события A m раз в n испытаниях ($n > 10$)

Б) вероятность появления события A в n испытаниях не менее a , но не более b раз ($n > 10$)

В) наивероятнейшее число появлений события A в n независимых испытаниях ($n > 10$)

Г) относительную частоту наступлений события A в n независимых испытаниях

31. В интегральной формуле Лапласа $P(k_1 \leq m \leq k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, аргумент x_1 равен

А) $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$

Б) $x_1 = \frac{k_1}{\sqrt{npq}}$

В) $x_1 = \frac{np}{\sqrt{npq}}$

Г) $x_1 = k_1 - np$

32. В интегральной формуле Лапласа $P(k_1 \leq m \leq k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, аргумент x_2 равен

А) $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$ Б) $x_2 = \frac{k_2}{\sqrt{npq}}$ В) $x_2 = \frac{np}{\sqrt{npq}}$ Г) $x_2 = k_2 - np$

33. Случайные величины делятся на

- А) переменные и постоянные
Б) четные и нечетные
В) рациональные и иррациональные
Г) дискретные и непрерывные

34. Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле

А) $\sum_{i=1}^n x_i$ Б) $\sum_{i=1}^n (x_i - p_i) \cdot x_i$ В) $\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i$ Г) $\sum_{i=1}^n x_i p_i$

35. Математическое ожидание случайной величины ($cX+Y$), где $c=\text{const}$, а X, Y – независимые случайные величины, равно:

А) $cM(X)+M(Y)$ Б) $cM(X)-M(Y)$ В) $M(X)+M(Y)$ Г) $M(X) \cdot M(Y)$

36. Математическое ожидание постоянной величины C равно

А) C Б) 1 В) 0 Г) не определено

37. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин X и Y равно

А) $M(X) + M(Y)$ Б) $M(X) - M(Y)$ В) $\frac{M(X)}{M(Y)}$ Г) $M(X) \cdot M(Y)$

38. Дисперсия дискретной случайной величины определяется по формуле:

А) $\sum_{i=1}^n x_i p_i - (\sum_{i=1}^n x_i p_i)^2$ Б) $\sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \sum_{i=1}^n x_i p_i$
Б) $\sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - (\sum_{i=1}^n x_i p_i)^2$ Г) $\sum_{i=1}^n x_i p_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i p_i)^2$

39. Дисперсия случайной величины ($cX+Y$), где $c=\text{const}$, а X, Y – независимые случайные величины, равно

А) $cD(X)+D(Y)$ Б) $c^2D(X)+D(Y)$ В) $D(X)+D(Y)$ Г) $cD(X)-D(Y)$

40. Дисперсия разности двух независимых случайных величин X и Y равна:

А) $D(X)-D(Y)$ Б) 0 В) $D(X)+D(Y)$ Г) $D(X) \cdot D(Y)$

41. Дисперсия постоянной величины C равна

А) 1 Б) C В) 0 Г) не определена

42. Математическое ожидание квадрата отклонения $M(X - M(X))^2$ равно

А) $D(X)$ Б) $\delta(X)$ В) $M(X)$ Г) V

43. Дисперсия от математического ожидания $D(M(X))$ равна

- А) $M(X)$ Б) 0 В) X Г) 1

44. Среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$ случайной величины X равно

- А) $D(X)$ Б) $\sqrt{M(X)}$ В) $\sqrt{D(X)}$ Г) $M(X)$

45. Математическое ожидание $M(X)$ непрерывной случайной величины X , заданной на интервале (a, b) , определяется формулой:

- А) $M(x) = \int_a^b x^2 f(x) dx$ Б) $M(x) = \int_a^b x f(x) dx$

46. Дисперсия $D(X)$ непрерывной случайной величины, заданной на интервале (a, b) , определяется формулой

- А) $D(X) = \int_a^b x^2 f(x) dx - (M(X))^2$ Б) $D(X) = \int_a^b (x - M(X))^2 dx$
Б) $D(X) = \int_a^b (x - M(X)) \cdot f(x) dx$ Г) $D(X) = \int_a^b (x - M(X)) dx$

47. Графическая форма задания закона распределения случайной величины – это

- А) парабола
Б) прямая линия
В) окружность
Г) полигон

48. Табличная форма задания закона распределения случайной величины называется

- А) суммой распределения
Б) интегралом распределения
В) рядом распределения
Г) полем распределения

49. Дискретная случайная величина принимает ...:

- А) только множество целых значений
Б) только множество положительных значений
В) все значения из интервала $(-\infty; +\infty)$
Г) конечное или бесконечное счетное множество значений

50. Непрерывная случайная величина принимает

- А) множество целых значений
Б) множество рациональных значений
В) конечное множество значений
Г) любое значение из конечного или бесконечного интервала

51. Если X – непрерывная случайная величина, a и b – конкретные значения, то отсюда следует, что

- А) $P(a \leq X < b) \neq P\{a < X \leq b\}$
Б) $P(a < X \leq b) \neq P(a < X < b)$
В) $P(a < X < b) \neq P(a \leq X \leq b)$

Г) $P(a \leq X < b) = P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a < X < b)$

52. Если $f(x)$ – плотность распределения, то $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$ равен

- А) ∞
- Б) -1
- В) 0
- Г) 1

53. Если $f(x)$ – плотность распределения, то $\int_{-\infty}^x f(x)dx$ определяет

- А) $M(X)$
- Б) $D(X)$
- В) $\sigma(X)$
- Г) $F(X)$

54. Функция распределения случайной величины X задается формулой:

- А) $F(x) = P(X > x)$
- Б) $F(x) = P(X = x)$
- В) $F(x) = P(X < x)$
- Г) $F(x) = X$

55. Дискретная случайная величина, выражающая число появления события A в n независимых испытаниях, проводимых в равных условиях и с одинаковой вероятностью появления события в каждом испытании, называется распределенной по ... :

- А) нормальному закону
- Б) по закону Пуассона
- В) биномиальному закону
- Г) по показательному закону

56. Если случайная величина имеет биномиальное распределение, n – число независимых испытаний, а p – вероятность наступления события, то математическое ожидание вычисляется по формуле

- А) $M(X)=n$
- Б) $M(X)=p$
- В) $M(X)=npq$
- Г) $M(X)=np$

57. Если случайная величина имеет биномиальное распределение, n – число независимых испытаний, а p – вероятность наступления события, то дисперсия случайной величины вычисляется по формуле

- А) $D(X)=npq$
- Б) $D(X) = np$
- В) $D(X) = n-p$
- Г) $D(X) = p$

58. Математическое ожидание равномерно распределенной случайной величины вычисляется по формуле

- А) $M(X)=\frac{a-b}{2}$
- Б) $M(X)=\frac{a+b}{2}$
- В) $M(X)=\frac{b-a}{2}$
- Г) $M(X)=a+b$

59. Дисперсия равномерно распределенной случайной величины вычисляется по формуле

- А) $D(X)=b-a$
- Б) $D(X)=b+a$
- В) $D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$
- Г) $D(X)=\frac{(b-a)}{12}$

60. Вероятность попадания равномерно распределенной случайной величины в интервал $[\alpha; \beta] \subset [a, b]$ вычисляется по формуле:

$$\begin{array}{ll} \text{А) } P(\alpha \leq X \leq \beta) = \frac{\alpha + \beta}{a + b} & \text{Б) } P(\alpha \leq X \leq \beta) = \frac{\alpha - \beta}{a + b} \\ \text{В) } P(\alpha \leq X \leq \beta) = \frac{\beta - \alpha}{a + b} & \text{Г) } P(\alpha \leq X \leq \beta) = \frac{\beta - \alpha}{b - a} \end{array}$$

61. Плотность распределения случайной величины с показательным распределением имеет вид:

$$\begin{array}{ll} \text{А) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} & \text{Б) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \lambda e^{\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} \\ \text{В) } f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x < 0, \\ 0, & x \geq 0 \end{cases} & \text{Г) } f(x) = e^{\lambda x} \end{array}$$

62. Функция распределения случайной величины с показательным распределением имеет вид:

$$\begin{array}{ll} \text{А) } F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ e^{\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} & \text{Б) } F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} \\ \text{В) } F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases} & \text{Г) } F(x) = e^{\lambda x} \end{array}$$

63. У показательного распределения математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение

- А) всегда различны
- Б) всегда различаются на единицу
- В) всегда равны

64. Функция плотности нормального распределения с математическим ожиданием a и средне – квадратическим отклонением σ задается формулой:

$$\begin{array}{ll} \text{А) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} & \text{Б) } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma}} \\ \text{В) } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} & \text{Г) } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{\sigma^2}} \end{array}$$

65. График плотности нормального распределения называется

- А) кривой Гаусса
- Б) кривой Бернулли
- В) кривой Пуассона
- Г) кривой Лапласа

66. В точке $x=a$ кривая Гаусса имеет

- А) точку перегиба
- Б) точку минимума
- В) точку разрыва

Г) точку максимума

67. Точки $x_1 = a - \sigma$ и $x_2 = a + \sigma$ являются для кривой Гаусса

- А) точками перегиба
- Б) точками максимума
- В) точками минимума
- Г) точками разрыва

68. Параметрами нормального распределения являются:

- А) математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение
- Б) функция распределения и функция плотности распределения
- В) функция $p(x)$ и $\Phi(x)$
- Г) дисперсия и среднеквадратическое отклонение

69. Генеральная совокупность – это ...

- А) вся исследуемая совокупность объектов
- Б) совокупность случайно отобранных объектов
- В) совокупность объектов, выбранных через определенный интервал
- Г) совокупность из непересекающихся групп

70. Выборочная совокупность – это ...

- А) совокупность из непересекающихся групп
- Б) совокупность случайно отобранных объектов
- В) вся исследуемая совокупность объектов
- Г) совокупность объектов, выбранных через определенный интервал

71. Объем выборки – это ...

- А) число, равное количеству объектов генеральной или выборочной совокупности
- Б) число, равное среднему арифметическому объектов
- В) число, равное максимальному значению совокупности
- Г) число, равное минимальному значению совокупности

72. При повторном отборе зарегистрированные и обследованные единицы

- А) вновь возвращаются в генеральную совокупность и снова могут принять участие в дальнейшем отборе
- Б) в генеральную совокупность не возвращаются
- В) в генеральную совокупность возвращаются, но принять участие в дальнейшем отборе не могут
- Г) помечаются специальным знаком

73. При бесповторном отборе зарегистрированные и обследованные единицы

- А) возвращаются в генеральную совокупность
- Б) не возвращаются в генеральную совокупность
- В) возвращаются в генеральную совокупность и могут принять участие в дальнейшем отборе
- Г) либо возвращаются, либо не возвращаются в генеральную совокупность

74. Графическая форма задания закона распределения случайной величины – это

- А) парабола
- Б) прямая линия
- В) окружность
- Г) полигон

75. ... – это наиболее часто встречающееся значение варианты.

80. Выборочная дисперсия вычисляется по формуле
- А) $D_B = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_B)^2 \cdot n_i$ Б) $D_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_B)^2 \cdot n_i$ В) $D_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_B) \cdot n_i$

Раздел 3. Введение в анализ

1. Числовые последовательности и способы их задания.
2. Предел числовой последовательности. Теоремы о пределах числовых последовательностей.
3. Предел функции. Непрерывность функции.
4. Понятие производной и ее геометрический смысл.
5. Теоремы дифференциального исчисления.
6. Производная сложной и обратной функции.
7. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
8. Исследование функций с помощью первой производной.
9. Исследование функций с помощью второй производной.

Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной независимой переменной

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Вычисление неопределенных интегралов.
3. Методы вычисления неопределенных интегралов: метод подстановки.
4. Методы вычисления неопределенных интегралов: метод интегрирования по частям.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Определенный интеграл и его геометрический смысл.
7. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Приложения определенного интеграла: длина дуги кривой, площадь плоской фигуры, вычисление пути, пройденного точкой, вычисление работы силы.

Раздел 5. Комплексные числа

1. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация.
2. Различные формы записи комплексных чисел.
3. Операции над комплексными числами, записанными в алгебраической форме.
4. Операции над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме

Раздел 6. Функции нескольких переменных

1. Понятие функциональной зависимости между несколькими переменными.
2. Предел и непрерывность функции двух независимых переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных.
4. Экстремумы функции двух независимых переменных.

Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики

1. Комбинаторика: размещения, сочетания, перестановки. Размещения, сочетания и перестановки с повторениями. Примеры.
2. Предмет и основные определения теории вероятностей.
3. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности, вытекающие из классического определения. Примеры.
4. Статистическое определение вероятности, его особенности и связь с классическим определением.
5. Зависимые и независимые события. Условные и безусловные вероятности.
6. Теоремы умножения вероятностей.
7. Теоремы сложения вероятностей.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
9. Формула Бернулли. Биномиальное распределение. Наивероятнейшее число появлений события.
10. Приближенные формулы в схеме Бернулли (формула Пуассона, локальная и интегральная теоремы Лапласа).

11. Случайные величины и случайные события.
12. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины и способы его задания.
13. Числовые характеристики случайных величин.
14. Математическое ожидание случайной величины. Его смысл и примеры. Свойства математического ожидания.
15. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Их смысл и примеры вычисления. Формулы для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии.
16. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение частоты и частоты.
17. Важнейшие распределения случайных величин.
18. Нормальное распределение. Плотность нормального распределения и ее свойства. Функция распределения нормально распределенной случайной величины.
19. Нормированное (стандартное) нормальное распределение.
20. Функция Лапласа: график, свойства, таблицы.
21. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
22. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от своего математического ожидания. Правило трех сигм.
23. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Дисперсия среднего арифметического.
24. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
25. Системы случайных величин. Закон распределения двумерной случайной величины.
26. Системы случайных величин. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
27. Предмет и основные задачи математической статистики.
28. Генеральная и выборочные совокупности случайных величин. Первичная обработка выборочных данных группировка, построение гистограммы распределения случайных величин.
29. Эмпирические интегральная и дифференциальная функции распределения. Их свойства.
30. Выборочные числовые характеристики случайных величин (точечные оценки) дисперсии, математического ожидания, коэффициентов асимметрии, эксцесса, корреляции.
31. Статистические оценки параметров распределения (сущность теории оценивания): несмещенность, состоятельность, эффективность оценок.
32. Точечные оценки: выборочная средняя, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
33. Точечная оценка генеральной средней по выборочной средней.
34. Точечная оценка генеральной дисперсии. «Исправленные» выборочная дисперсия и среднее квадратическое отклонение.
35. Интервальные оценки. Точность оценки. Доверительная вероятность.
36. Доверительный интервал для оценки математического ожидания при известном и неизвестном σ .
37. Распределение Стьюдента.
38. Доверительный интервал для оценки среднеквадратического отклонения нормального распределения

3.3. Образцы контрольных работ

Раздел 1. Элементы линейной и векторной алгебры

Контрольная работа №1. Матрицы. Определители

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Вычислить: 1) $2A + BC$; 2) $B^T + C$; 3) A^2 ; 4) $AB + 4B$; 5) $B + 3C$.

2. Вычислить следующие определители:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

3. Дана матрица: $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Показать, что $(A^{-1})^{-1} = A$.

4. Определить при каких λ существует матрица, обратная данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \lambda & -1 \\ 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Найти матрицу, обратную матрице:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа №2. Векторная алгебра

Даны координаты четырех точек:

$$A(1; -3; 1), B(2; 1; 2), C(-1; 3; 2), D(1; 1; 3)$$

Найти:

- 1) координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $2\overline{AB} + 3\overline{CD}$;
- 2) длины векторов $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $2\overline{BC} - 3\overline{AD}$;
- 3) скалярное произведение векторов $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$;
- 4) косинус угла между векторами $\overline{BC}$ и $\overline{BD}$;
- 5) проекцию вектора $\overline{AB}$ на направление вектора $\overline{CD}$;
- 6) векторное произведение векторов $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$;
- 7) площадь треугольника ABD ;
- 8) синус угла между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$;
- 9) смешанное произведение $\overline{AB} \cdot \overline{CD} \cdot \vec{b}$, где $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$;
- 10) объем пирамиды $ABCD$, длину высоты, опущенной из вершины B .

Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

Контрольная работа №3. Аналитическая геометрия на плоскости

1. Даны координаты вершин треугольника ABC :

$$A(3; 2), B(-4; 3), C(-1; -2)$$

Требуется составить уравнения:

- 1) стороны AB ;
- 2) медианы AK , проведенной из точки A ;
- 3) высоты BM , проведенной из точки B .

Сделать чертеж в системе координат.

2. Дано уравнение кривой 2-го порядка. Привести заданное уравнение к каноническому виду, определить тип кривой, найти ее характерные элементы.

- 1) $2x^2 - 4y^2 - 12x + 16y - 6 = 0$;
- 2) $3x^2 - 6x - y + 4 = 0$;
- 3) $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y + 5 = 0$, $x - 2y - 5 = 0$ – найти точки пересечения кривой и заданной прямой. Построить в исходной системе координат.

Контрольная работа №4. Аналитическая геометрия в пространстве

Даны координаты точек – вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(1; 3; 6), B(2; 2; 1), C(-1; 0; 1), D(-4; 5; -3)$$

Требуется:

- 1) найти уравнение плоскости грани ABC ;
 - 2) составить параметрические уравнения прямой AB ;
 - 3) составить канонические уравнения высоты пирамиды DK , проведенной из вершины D ;
 - 4) найти координаты точки пересечения DK и грани ABC ;
 - 5) найти угол β между ребрами AB и BC ;
 - 6) найти угол γ между ребром AD и гранью ABC .
- Сделать чертеж пирамиды в системе координат.

Раздел 3. Введение в анализ

Контрольная работа №5. Предел функции

Вычислить пределы:

- | | | |
|---|--|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - x - 10}{x^2 + 3x + 2}$ | 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x^4 + 4}{3x^3 + 2x^2 + 5}$ | 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x} - 3}{\sqrt{x+4} - 2}$ |
| 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 6x}{4x^2}$ | 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}$ | 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 5x + 1}{3x - x^2 - 2}$ |
| 7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$ | 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{3x+1})$ | 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$ |

Контрольная работа №6. Производная функции и ее применение

1. Найти производные первого порядка данных функций, используя правила вычисления производных:

- | | | |
|---|---|---------------------------------------|
| 1) $y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x}$; | 2) $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} 3x$; | 3) $y = \frac{\ln x}{4 - 3\cos x}$; |
| 4) $y = (\sin x)^{\operatorname{arctg} x}$; | 5) $\begin{cases} x = \operatorname{arcsin} 2t, \\ y = \frac{1}{1 - 4t^2}; \end{cases}$ | 6) $y = x + \operatorname{arctg} y$. |

2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

- | | |
|---|--|
| 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{\sin^2(x-3)}$; | 2) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x}$. |
|---|--|

3. Построить график функции $y = f(x)$, используя общую схему исследования:

$$y = \frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1}.$$

Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной независимой переменной

Контрольная работа №7. Неопределенный и определенный интегралы

1. Вычислить неопределенные интегралы:

- 1) $\int (3^x + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x}) dx$; 2) $\int (\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}}) dx$; 3) $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 7}}$;
4) $\int (2x - 5)e^{3x} dx$; 5) $\int \frac{7 - 3x}{x^2 - 4x + 8} dx$; 6) $\int \frac{x dx}{x^2 - 5x + 6}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x - x^2$, $y = -x$.

Раздел 5. Комплексные числа

Контрольная работа №8. Комплексные числа

1. Выполнить действия сложения, умножения, деления с КЧ $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - 2i$.

2. Решить уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$. Корни изобразить графически радиус-векторами.

3. Выполнить действия над КЧ $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{20} + i^{17}$ в алгебраической форме. Результат

записать в тригонометрической и показательной формах.

4. Выполнить действия $z = 6(\cos 190^\circ + i \sin 190^\circ) : 4(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$ в тригонометрической форме. Результат записать в показательной и алгебраической формах.

5. Решить уравнение $x^4 + 2 = 0$. Корни представить во всех трех формах и изобразить графически радиус-векторами.

Раздел 6. Функции нескольких переменных

Контрольная работа №9. Функции нескольких переменных

1. Найти полный дифференциал функции $u = \cos^2(x^2y + y^3z^4 + zx^2)$.

2. Найти дифференциал 2-ого порядка функции $z = \sin(xy^3 - y^2)$.

3. Найти частные производные от сложной функции по u , v : $z = x^4y^6$, где $x = \cos^2(u+v)$, $y = \sin^3(u-2v)$.

4. Найти частные производные от неявной функции по x , y : $e^{2z} + (x+y)^2 - yz^3 = 0$.

5. Исследовать на экстремум функцию $z = \frac{1}{2}x^2 - 4xy + 9y^2 + 3x - 14y + \frac{1}{2}$.

6. Исследовать на условный экстремум функцию $z = x^2 + y^2$ при $x + y = 3$ ($x > 0$, $y > 0$) методом Лагранжа.

Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Контрольная работа №10. Теория вероятностей

1. В группе 16 студенток и 6 студентов. Найти вероятность того, что среди четырех наугад выбранных учащихся окажется одна студентка и 3 студента.

2. Среди сотрудников фирмы 28% знают английский язык, 30% – немецкий, 42% – французский; английский и немецкий – 8%, английский и французский – 10%, немецкий и французский – 5%, все три языка – 3%. Найти вероятность того, что случайно выбранный сотрудник фирмы: а) знает английский или немецкий; б) знает английский, немецкий или французский; в) не знает ни один из перечисленных языков.

3. В магазине имеются в продаже однотипные изделия, изготовленные двумя заводами. Заводом №1 изготовлены 60% изделий, а остальные изготовлены заводом №2. Завод №1 в среднем выпускает 2% брака, а завод №2 – 5% брака. Какова вероятность того, что купленное в магазине изделие окажется бракованным?

4. Производиться испытание пяти приборов, каждый из которых выходит из строя с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что хотя бы два прибора выйдут из строя при испытании.

5. Фабрика выпускает 70% изделий высшего сорта. Найти вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760.

6. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины, заданной законом распределения:

X	2	3	5
p	0,1	0,6	0,3

7. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Требуется: а) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$, б) найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; в) вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал (1; 4); г) построить графики функции распределения $F(x)$ и плотности распределения $f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{где } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25}, & \text{где } 0 < x \leq 5, \\ 1, & \text{где } x > 5. \end{cases}$$

Контрольная работа №11. Основы математической статистики

Известны $X_1, X_2, \dots, X_n$ – результаты независимых наблюдений над случайной величиной X .

Задание

1. Сгруппировать эти данные в интервальную таблицу.
2. Построить гистограмму, полигон частот и эмпирическую функцию распределения.
3. Найти и построить моду и медиану.
4. Найти несмещенную оценку математического ожидания и дисперсии случайной величины X .
5. Найти интервальные оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины X с надежностью $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,95$.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Лекции оцениваются по посещаемости, активности, умению выделить главную мысль.

Практические занятия оцениваются по самостоятельности выполнения работы, грамотности в оформлении, правильности выполнения.

Самостоятельная работа оценивается по качеству и количеству выполненных домашних или контрольных работ, грамотности в оформлении, правильности выполнения.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Для получения зачета студент очного обучения должен в течение семестра активно посещать лекции и принимать участие в обсуждении вопросов касающихся изучаемой темы, выполнить и защитить отчеты по практическим занятиям.

Для получения зачета студент заочник должен написать контрольную работу, активно посещать лекции и принимать участие в обсуждении вопросов касающихся изучаемой темы.

Критерии оценки экзамена могут быть получены в тестовой форме: количество баллов или удовлетворительно, хорошо, отлично. Для получения соответствующей оценки на зачете или экзамене по курсу используется накопительная система балльно-рейтинговой работы студентов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов или оценок, полученных по всем разделам курса и суммы баллов полученной на зачете или экзамене.

Таблица 4.1 - Критерии оценки уровня знаний студентов с использованием теста на зачете или экзамене по учебной дисциплине

Оценка	Характеристики ответа студента
Отлично	86-100 % правильных ответов
Хорошо	71-85 %
Удовлетворительно	51- 70%
Неудовлетворительно	Менее 51 %

Оценка «зачтено» соответствует критериям оценок от «отлично» до «удовлетворительно».

Оценка «не зачтено» соответствует критерию оценки «не удовлетворительно».

Количество баллов и оценка неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично определяются программными средствами по количеству правильных ответов к количеству случайно выбранных вопросов.

Критерии оценивания компетенций следующие

1. Ответы имеют полные решения (с правильным ответом). Их содержание свидетельствует об уверенных знаниях обучающегося и о его умении решать профессиональные задачи, оценивается в 5 баллов (отлично);

2. Более 75 % ответов имеют полные решения (с правильным ответом). Их содержание свидетельствует о достаточных знаниях обучающегося и его умении решать профессиональные задачи – 4 балла (хорошо);

3. Не менее 50 % ответов имеют полные решения (с правильным ответом). Их содержание свидетельствует об удовлетворительных знаниях обучающегося и о его ограниченном умении решать профессиональные задачи, соответствующие его будущей квалификации – 3 балла (удовлетворительно);

4. Менее 50 % ответов имеют решения с правильным ответом. Их содержание свидетельствует о слабых знаниях обучающегося и о его неумении решать профессиональные задачи – 2 балла (неудовлетворительно).