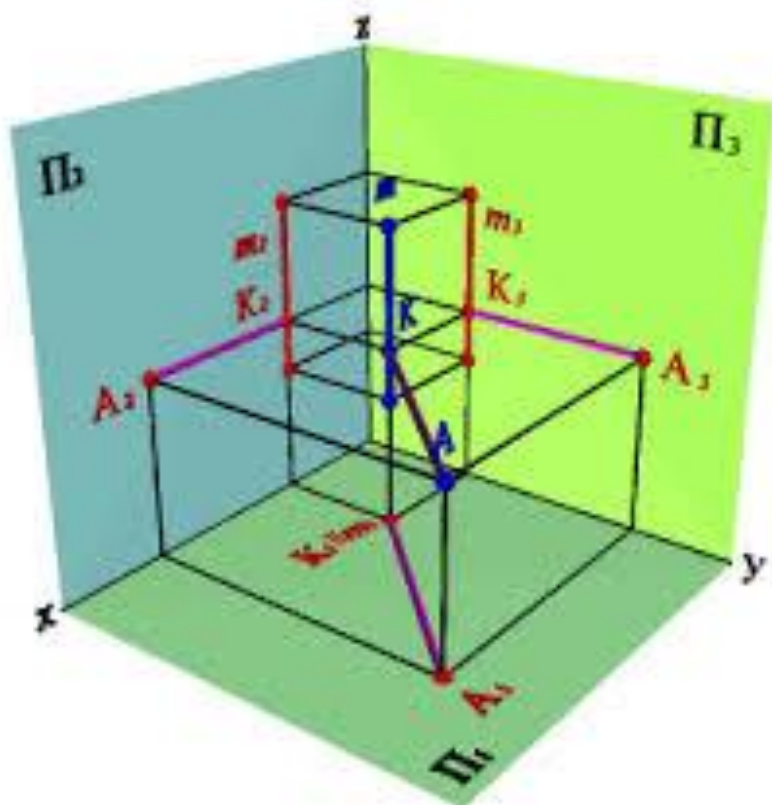


МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский государственный аграрный университет»

Кафедра «Общеинженерные дисциплины»

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Студент _____
Группа _____



Казань 2019

УДК 621.81(075.8)

Составители: к.т.н., доцент Пикмуллин Г.В.,
ст. преподаватель Гайнутдинов Р.Х.

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор кафедры «Тракторы,
автомобили и энергетические установки» КГАУ Хафизов К.А.
Кандидат технических наук, доцент кафедры
«Теоретические основы теплотехники» КГЭУ Шарипов И.И.

Рабочая тетрадь по дисциплине «Начертательная геометрия и инженерная графика» утвержден и рекомендован к печати на заседании кафедры общепрофессиональных дисциплин Казанского ГАУ 27 апреля 2019 года, протокол № 11 и на заседании методической комиссии Института механизации и технического сервиса Казанского ГАУ 12 мая 2019 года, протокол № 8.

Пикмуллин Г.В. Рабочая тетрадь по дисциплине «Начертательная геометрия и инженерная графика» / Г.В. Пикмуллин, Р.Х. Гайнутдинов.- Казань: КГАУ, 2019. - 48 с.

Рабочая тетрадь по начертательной геометрии предназначена для студентов бакалавров, в учебный план которых включены дисциплины «Начертательная геометрия и инженерная графика», «Начертательная геометрия» для направлений подготовки: 35.03.06 – «Агроинженерия», 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 20.03.01– «Техносферная безопасность», 44.03.04 - «Профессиональное обучение (по отраслям)» и 23.05.01 - «Наземные транспортно-технологические средства».

Настоящая рабочая тетрадь включает задачи, предназначенные для решения на лабораторных занятиях и комплекс упражнений для самостоятельной проработки курса.

Содержание рабочей тетради соответствует рабочим программам и стандартам общетехнических и машиностроительных специальностей вузов по дисциплинам «Начертательная геометрия и инженерная графика».

УДК 621.81(075.8)

© Казанский государственный аграрный университет, 2019г.

Введение

Предметом начертательной геометрии является изложение и обоснование способов построения изображений пространственных форм на плоскости и способов решения задач по заданным изображениям этих форм.

Изображения, построенные по правилам, изучаемым в начертательной геометрии, позволяют мысленно представить форму предметов и их взаимное расположение в пространстве, определить их размеры и другие свойства объектов.

О появлении первых графических изображений можно судить только по сохранившимся документам в архивах, музеях и библиотеках графических изображений Древней Руси.

В 1798г. французский геометр Гаспар Монж опубликовал свой труд «Начертательная геометрия», который лег в основу проекционного черчения.

Основоположителем начертательной геометрии в России был профессор Я.А. Севастьянов, издавший в 1821г. свой курс «Основания начертательной геометрии».

Большой вклад в развитие начертательной геометрии внесли также выдающиеся русские ученые В.И. Курдюмов, проф. Д.И. Каргин, проф. Н.А. Рынин. Огромное значение имеют труды проф. А.М. Добрякова по начертательной геометрии и видного ученого нашего времени проф. Н.Ф. Четверухина.

Одним из направлений перестройки высшей школы на современном этапе обучения является увеличение часов, предоставляемых студентам на самостоятельное изучение начертательной геометрии. Рабочая тетрадь для записей курса лекций содержит теоретический материал и задачи, предназначенные для решения при изучении дисциплины. Примеры сопровождаются графическими изображениями условий, что значительно сокращает время на их воспроизведение. Кроме того, поясняющие надписи будут способствовать самостоятельному изучению дисциплины. Поэтому рабочая тетрадь может быть рекомендована для студентов дневного отделения и для самостоятельного изучения дисциплины студентами заочной формы обучения.

Графические построения в рабочей тетради следует выполнять точно и аккуратно при помощи чертежных инструментов. Вспомогательные линии построения следует сохранять. Результат решения обвести цветным карандашом. Буквенные и цифровые обозначения наносить чертежным шрифтом.

1. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

В геометрии совокупность однородных объектов называется геометрическим пространством.

Начертательная геометрия рассматривает геометрическое пространство как множество точек.

Любое количество точек называется геометрической фигурой или геометрическим образом, т.е. основные геометрические образы, изучаемые в начертательной геометрии:

1. Точка,
2. Прямая,
3. Поверхность.

Точка не имеет размеров.

Линия-траектория непрерывного движения точки. Не имеет толщины, имеет бесконечную протяженность.

Прямая, луч, отрезок - частные случаи линии.

В начертательной геометрии поверхность определяется как след движущейся линии или другой поверхности.

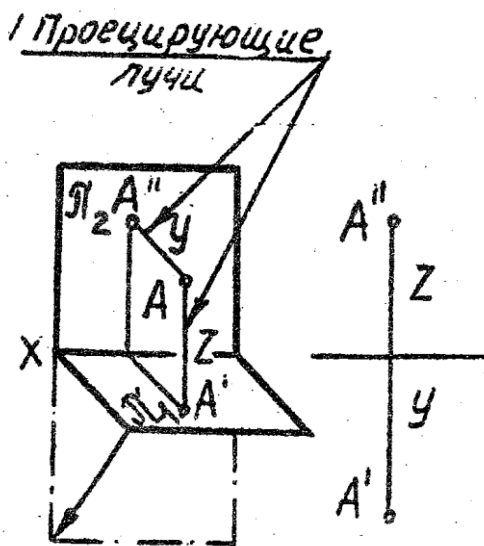


Рисунок 1 – Модель проецирования на две плоскости. Эпюр точки из двух проекций

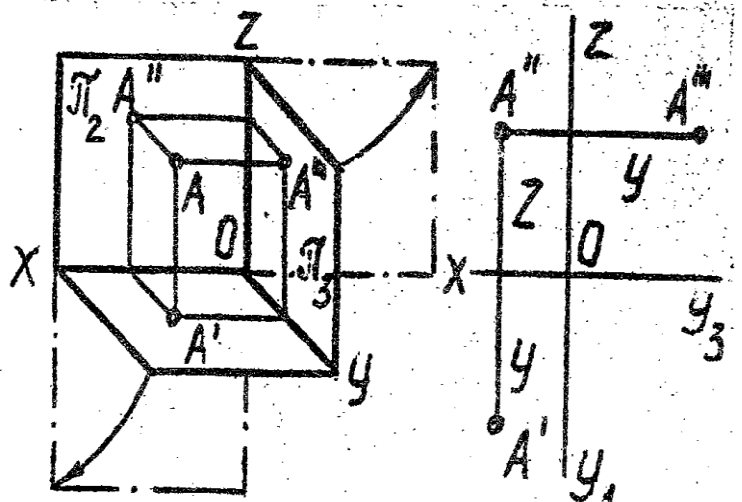


Рисунок 2 – Модель проецирования на три плоскости. Эпюр точки из трёх проекций

При построении эюра или его чтении учитывать следующие положения:

1. Горизонтальная и фронтальная проекции точки всегда располагаются на одной вертикальной линии связи ($A'A'' \perp OX$).

2. Фронтальная и профильная проекция точки всегда располагаются на одной горизонтальной линии связи ($A'A''' \perp OZ$).

3. Расстояние от фронтальной проекции точки до оси OX измеряет высоту самой точки над плоскостью π_1 , численное значение которой

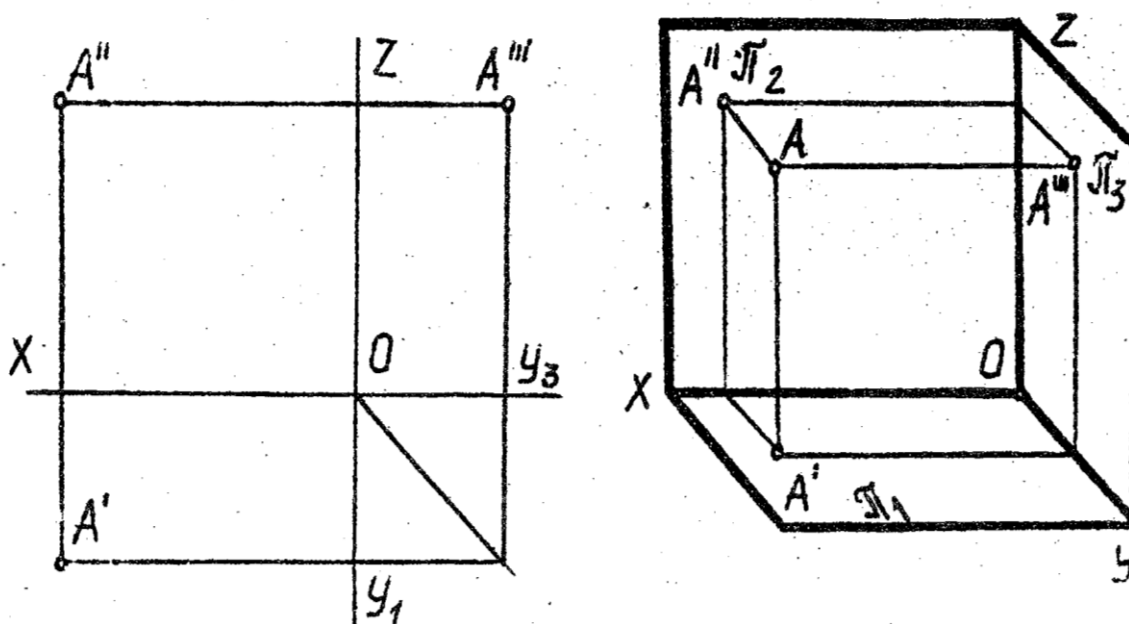
определяется координатой "Z". Аналогично расстояние от горизонтальной проекции точки до оси OX измеряет расстояние от самой точки до плоскости π_2 (глубину) и определяется координатой "Y".

Расстояние от фронтальной проекции точки до оси OZ равно расстоянию самой точки до плоскости π_3 , численное значение которой определяется координатой «X».

Каждая из проекций точек может быть построена по координатам:
 $A'(X,Y)$; $A''(X,Z)$; $A'''(Y,Z)$

УПРАЖНЕНИЯ:

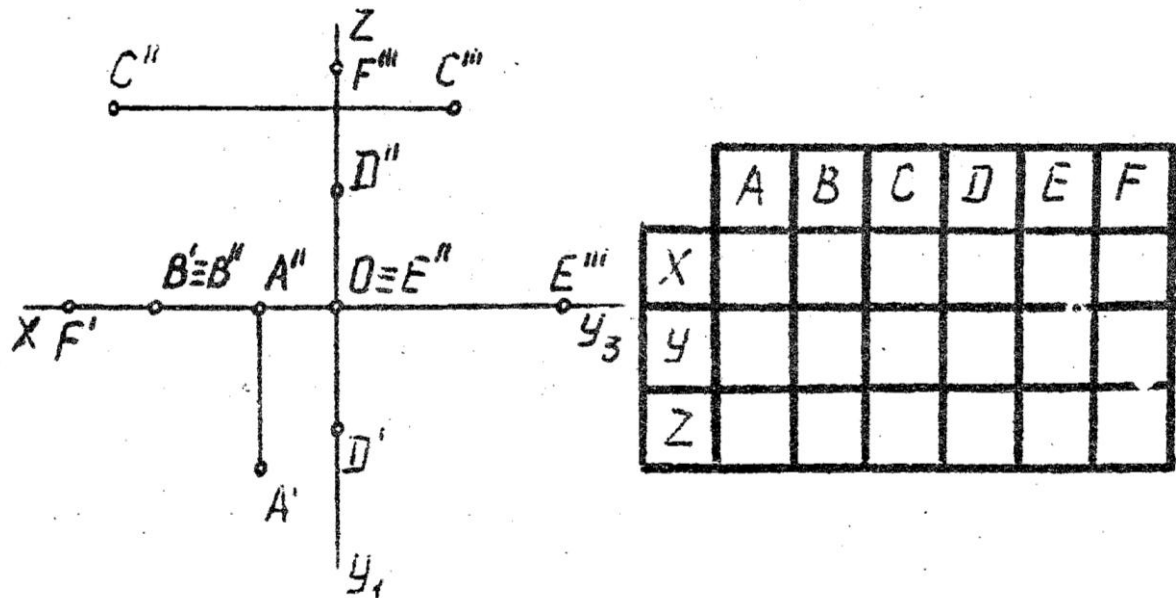
1. Построить эпюры точек $B(20,0,30)$, $C(0,25,0)$, $D(30,10,15)$ по заданным координатам и фронтальную диметрию их (по образцу точки $A(40,20,35)$).



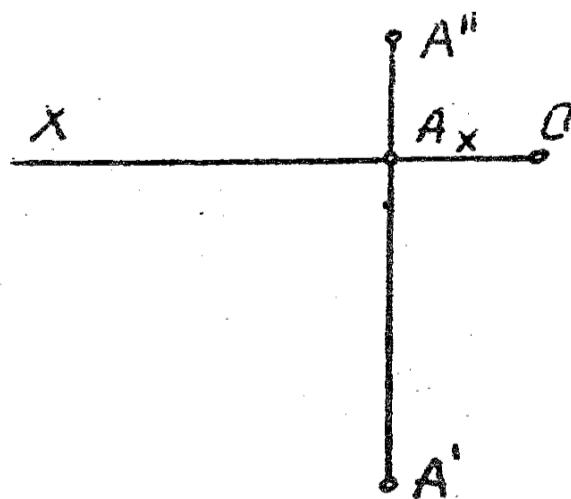
2. Записать ответы на вопросы (по образцу 1 пункта).

1	Какое условие принадлежности т. A плоскости π_3 ?	$X_A=0$
2	Какими координатами определяется горизонтальная проекция точки?	
3	Какое условие принадлежности т. B оси OZ?	
4	Какой координатой определяется расстояние от точки до плоскости π_2 ?	
5	От какой из плоскостей проекции т. C(30,40,20) находится дальше?	
6	При каком условии точки D и E находятся на одинаковом расстоянии от π_1 ?	

3. По заданным проекциям точек A, B, C, D, E, F , построить недостающую проекцию. Измерить и записать координаты.



4. Построить горизонтальную и фронтальную проекции точки B , расположенной дальше от пл. π_3 на 20 мм, выше от пл. π_1 на 10 мм и на 25 мм ближе к пл. π_2 чем данная т. A .



2. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

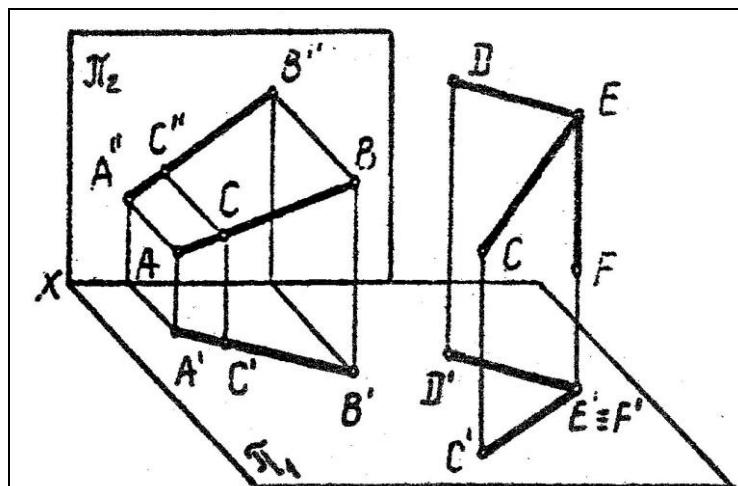


Рисунок 3

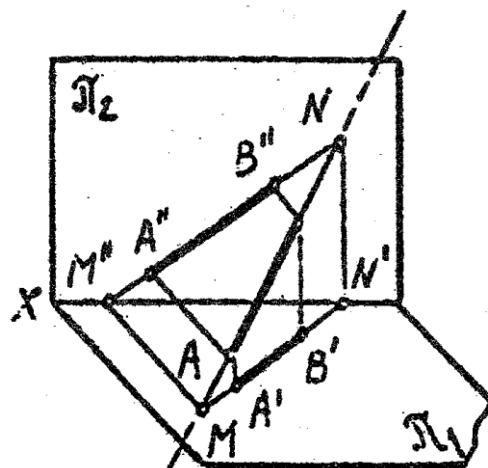
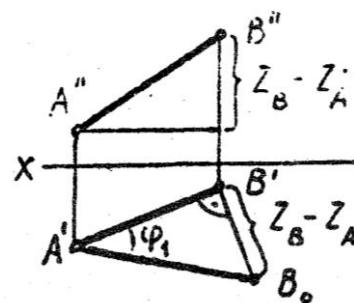


Рисунок 4

Относительно плоскости проекции прямая может занимать различное положение: не параллельна ни одной из плоскостей проекций – прямая общего положения; прямая параллельная только одной плоскости проекций – прямая уровня (горизонтальная, фронтальная, профильная); прямая параллельная двум плоскостям, т.е. перпендикулярная одной – проецирующая прямая.

Точку пересечения прямой с плоскостью проекций называют следом прямой (см.рис.4).



M – горизонтальный след AB

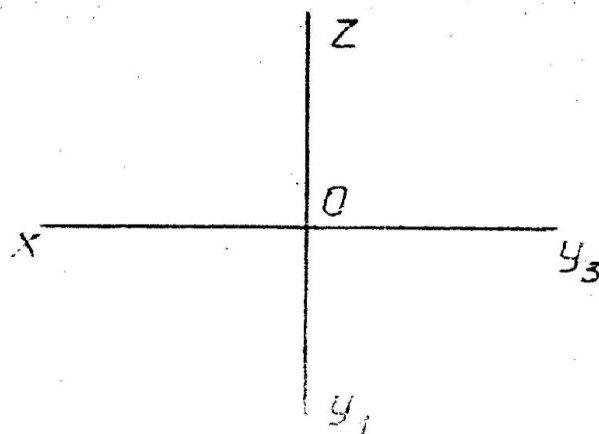
N – фронтальный след AB

Для определения угла φ_1 и натуральной величины AB строят прямоугольный треугольник $A'B'Bo$, у которого: $A'B'$ – один катет $B'Bo$ – разность расстояний концов AB до пл. Π_1 – второй катет

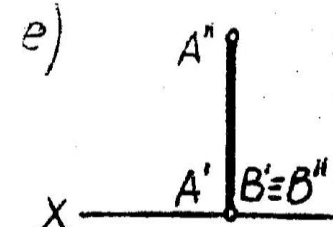
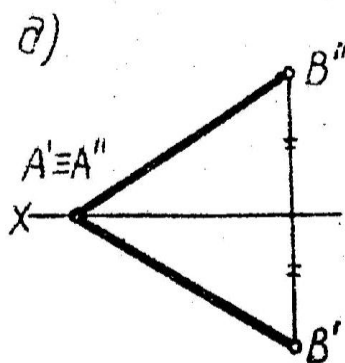
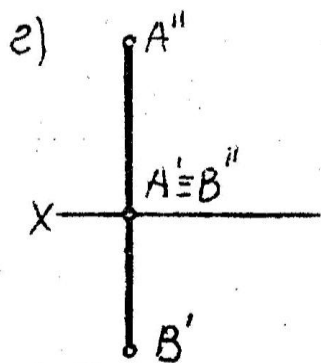
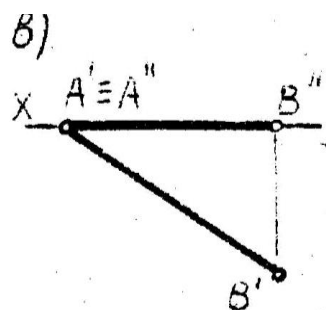
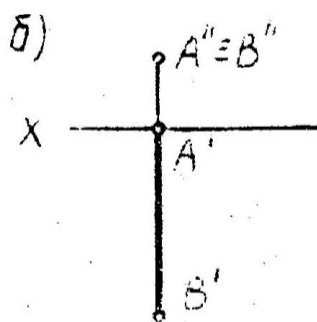
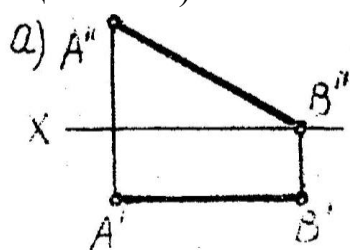
$A'Bo$ – гипотенуза – натуральная величина (Н.В.).

УПРАЖНЕНИЯ:

5. Построить $\triangle ABC$ по заданным координатам его вершин $A(35,10,0)$; $B(35,30,30)$; $C(0,10,30)$. Охарактеризовать положение каждой из его сторон относительно плоскостей проекций.

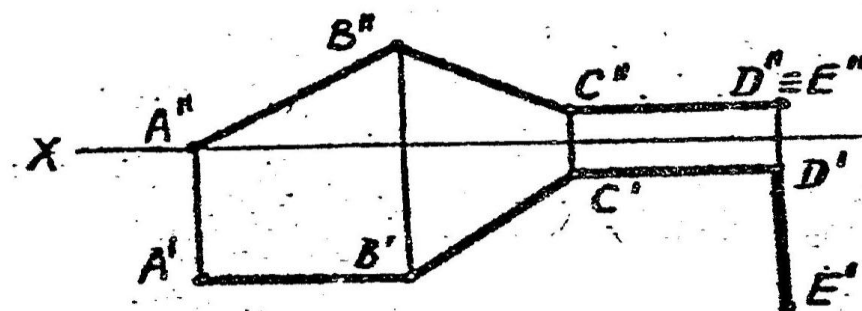


6. Прочитать чертеж отрезка AB (указать, параллелен или перпендикулярен плоскости проекций, концом упирается в какую-либо плоскость проекций и т.п.)

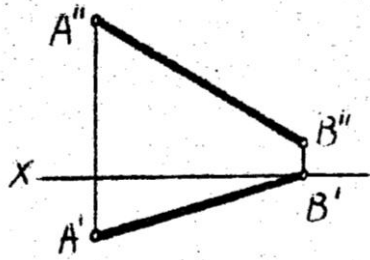


ЗАДАЧИ:

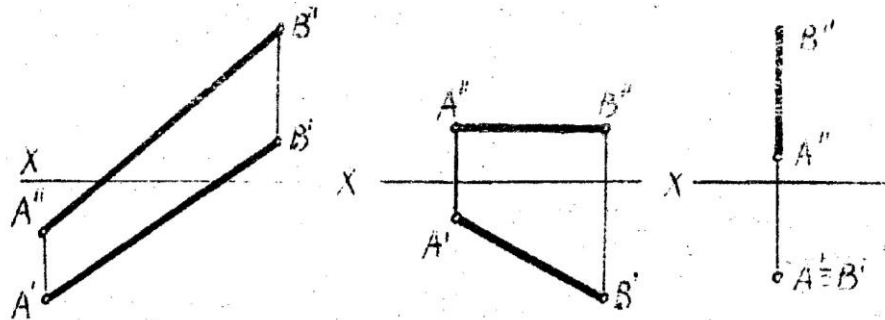
7. Дана ломаная линия $ABCDE$, Найти истинную длину ломаной линии в мм. и построить на BC точку K по условию : $BK = 15\text{мм}$.



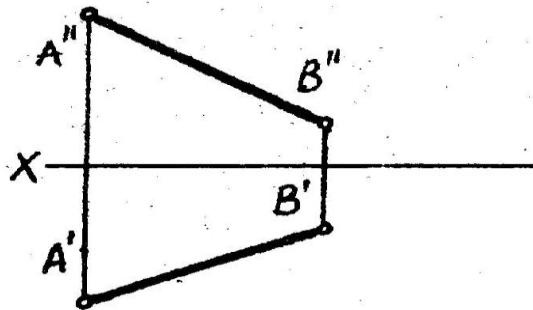
8. Определить длину отрезка AB и углы его наклона к плоскостям проекции Π_1 и Π_2 (измерить и записать).



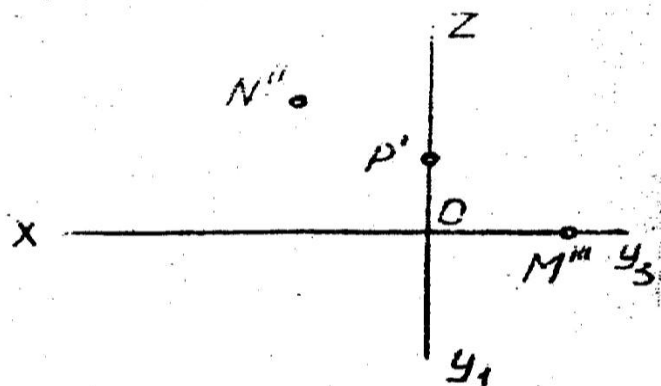
9. Определить следы прямой AB и обозначить их проекции.



10. Найти следы прямой AB и отложить влево от горизонтального следа отрезок длиной 30мм.



11. По заданным следам (или их проекциям) построить три проекции прямой.



3. ПЛОСКОСТЬ

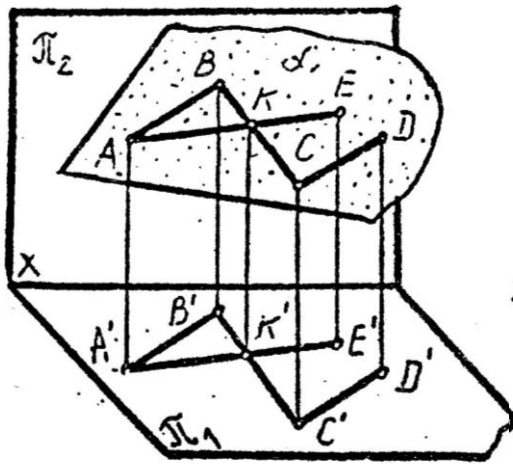


Рисунок 5

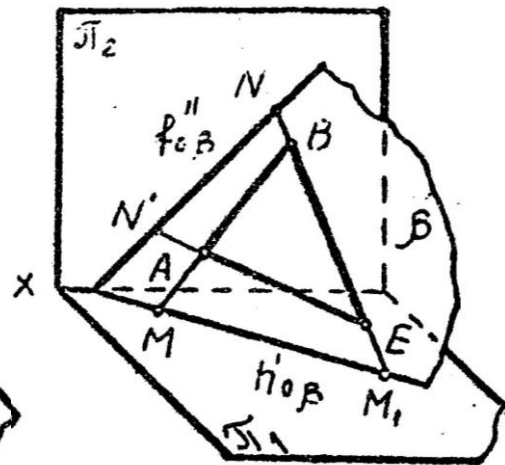


Рисунок 6

Плоскость в пространстве безгранична

1. Любую плоскость определяют: а) три точки, не лежащие на одной прямой (рисунок 5 A, B, C); б) прямая и точка, не лежащая на этой прямой (рисунок 5 AB и C); в) две пересекающиеся прямые (рисунок 5 AB и BC или BA и AE); г) две параллельные прямые (рисунок 5 AB и CD); д) любая плоская фигура, например треугольник ABE (рисунок 6); е) следы (след плоскости – линия пересечения плоскости с пл. проекции) (рисунок 6) $f''_{\alpha\beta}$ – фронтальный след пл. β , $h'_{\alpha\beta}$ – горизонтальный след пл. β . От задания плоскости одним способом всегда можно перейти к другим.

2. По отношению к плоскостям проекций плоскости могут занимать общее и частное положение. Плоскости общего положения не перпендикулярны ни одной пл. проекций. Плоскость перпендикулярная или параллельная плоскости проекций – плоскость частного положения. Плоскости перпендикулярные к одной пл. проекции и наклонённые к другой – проецирующие плоскости. Плоскости параллельные одной из плоскостей проекций – плоскости уровня.

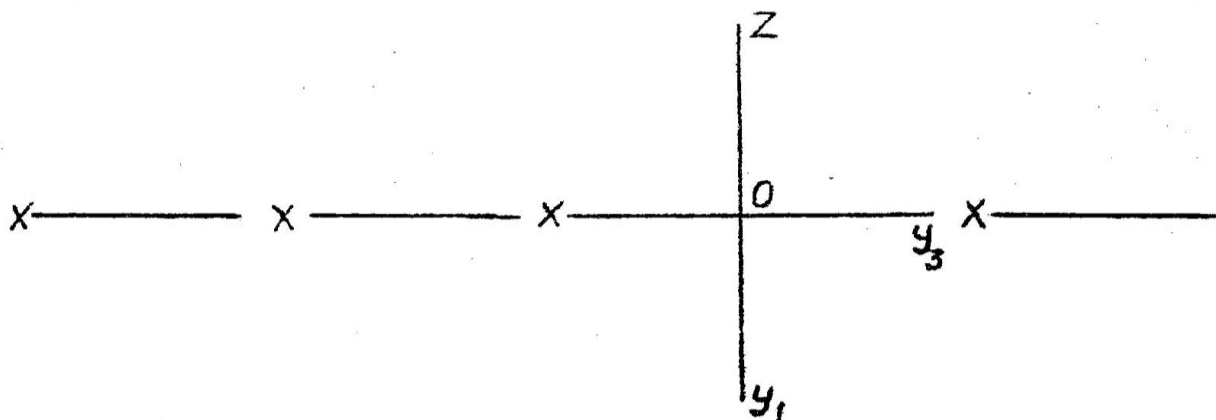
УСЛОВИЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ:

а) прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки этой плоскости или через одну точку и параллельно прямой, лежащей в этой плоскости;

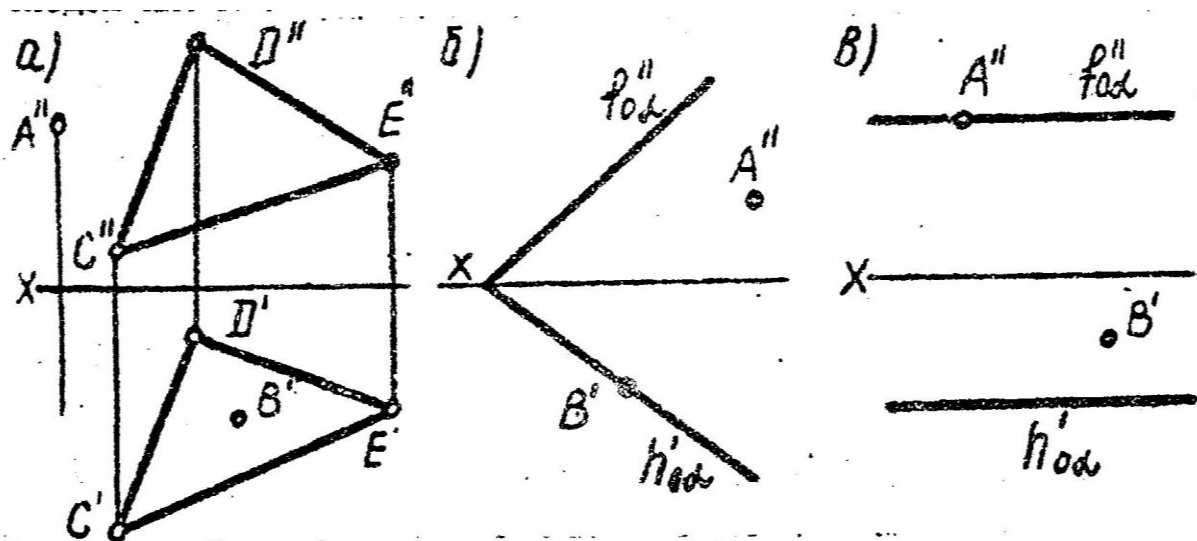
б) точка принадлежит плоскости, если она построена на некоторой прямой заданной плоскости.

УПРАЖНЕНИЯ:

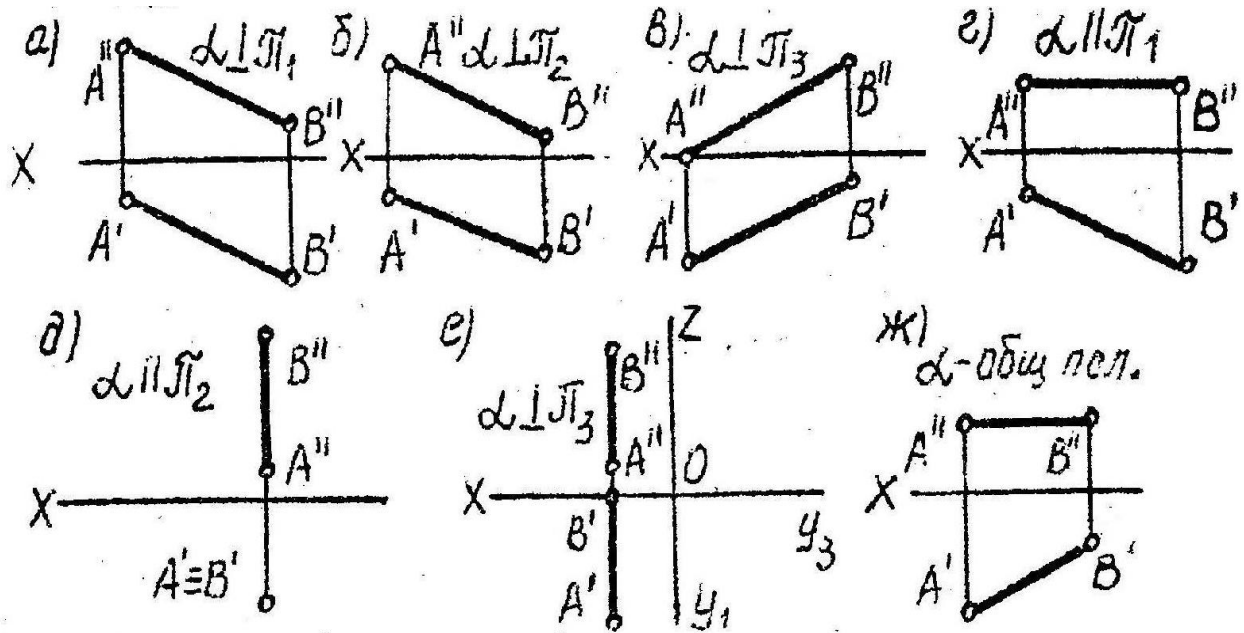
12. Задать горизонтально-проецирующую плоскость двумя параллельными прямыми; фронтально-проецирующую пл. двумя пересекающимися прямыми, одна из которых прямая общего положения, вторая перпендикулярна плоскости проекций; профильно-проецирующую пл., наклоненную под углом 30° к Π_1 треугольником ABC ; пл. общего положения двумя пересекающимися прямыми, одна из которых параллельна Π_1 другая Π_2



13. Определить недостающие проекции точек A и B , принадлежащих заданным плоскостям (в задаче “в” не пользоваться профильным следом пл. α).

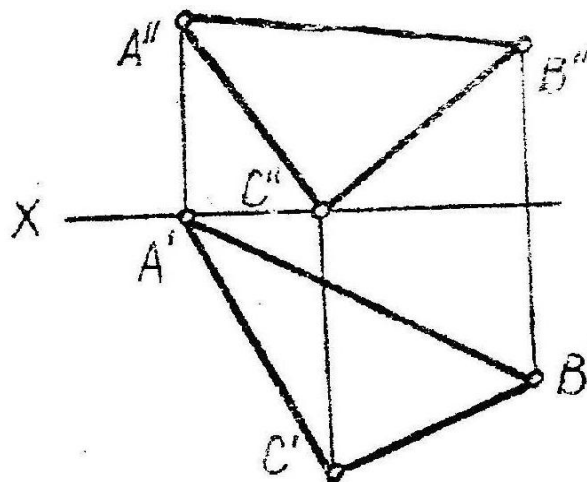


14. ЗаклЮчить прямую AB в следующие плоскости α :



ЗАДАЧИ:

15. Провести в пл. ΔABC горизонталь на расстоянии 15 мм от Π_1 , фронталь на расстоянии 20 мм от Π_2 .



4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

а) Пересечение плоскостей

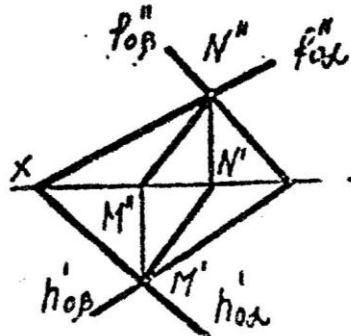
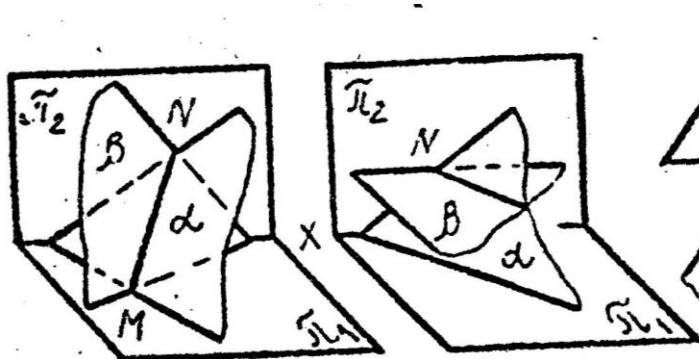


Рисунок 7

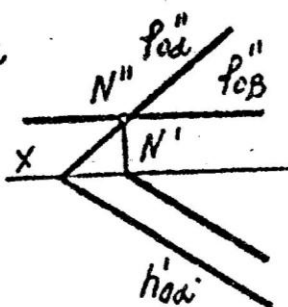


Рисунок 8

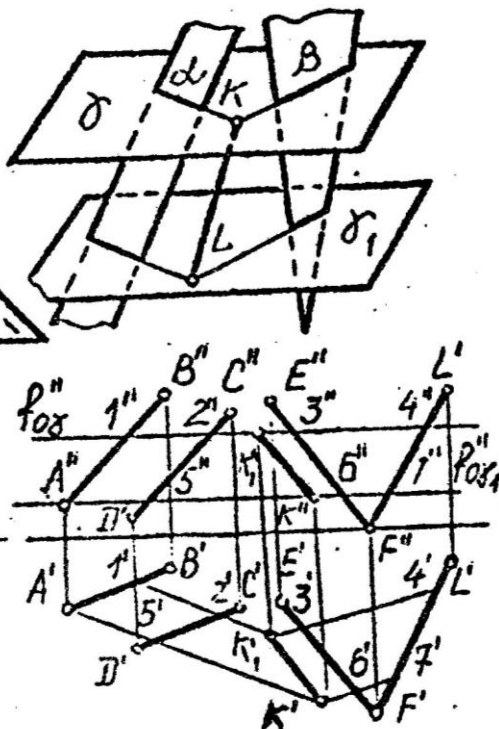


Рисунок 9

1. Плоскости могут пересекаться или быть параллельными
2. Линия пересечения двух плоскостей определяется по двум общим точкам, принадлежащим заданным плоскостям, либо одной общей точкой и направлением этой линии.
3. Плоскость общего положения с плоскостью параллельной пл. Π_1 всегда пересекается по горизонтали, а с плоскостью параллельной Π_2 по фронтали.
4. Точки, принадлежащие линии пересечения двух пл., определяются методом вспомогательных секущих пл. в качестве которых, чаще выбирают проецирующие или плоскости уровня. Если две пл. пересечь третьей получается общая точка, принадлежащая искомой линии пересечения.
5. Когда одна из пересекающихся пл. проецирующая, то сразу же становится известной одна из проекций линии пересечения, совпадающая со следом проекций.

б) Параллельность плоскостей

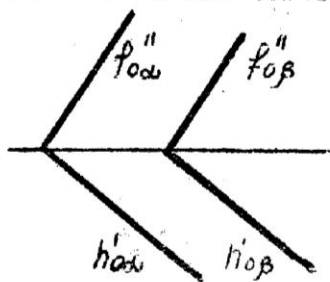
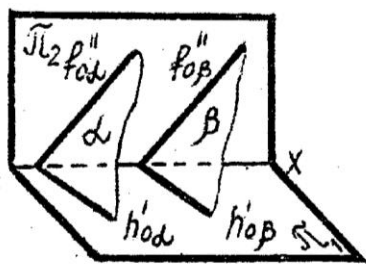


Рисунок 10

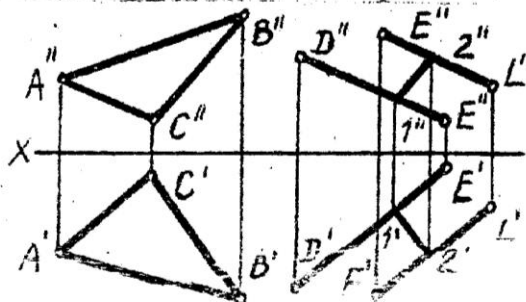
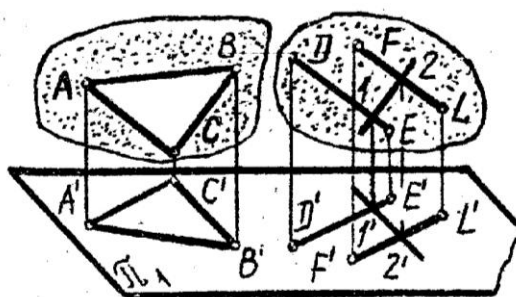


Рисунок 11

ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ

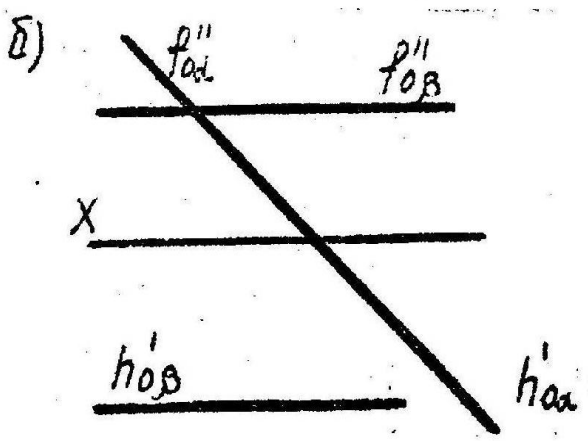
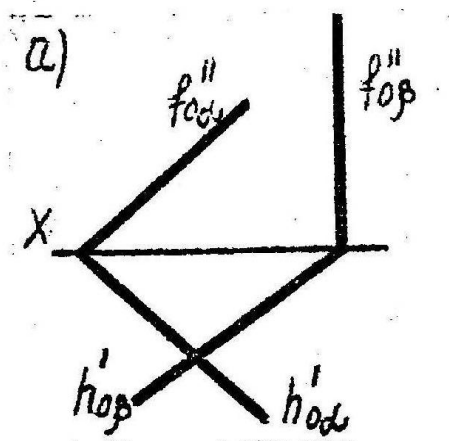
1. У параллельных плоскостей одноименные следы взаимно параллельны. (Рисунок 10).

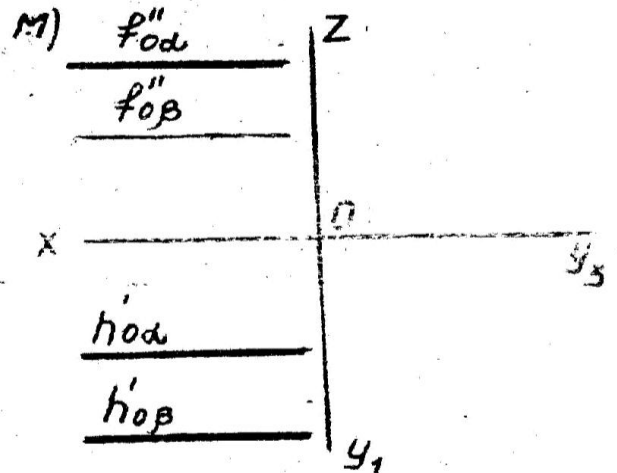
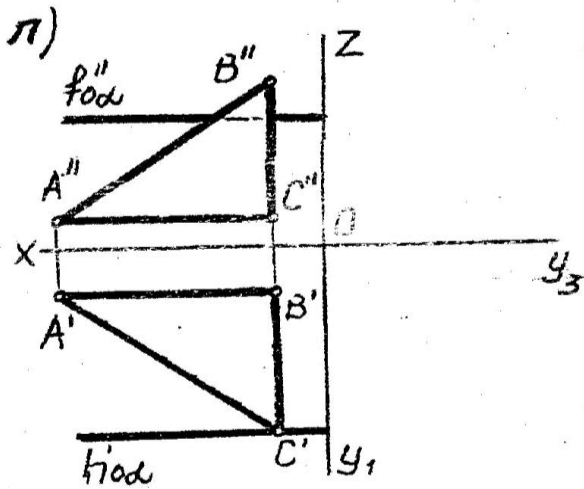
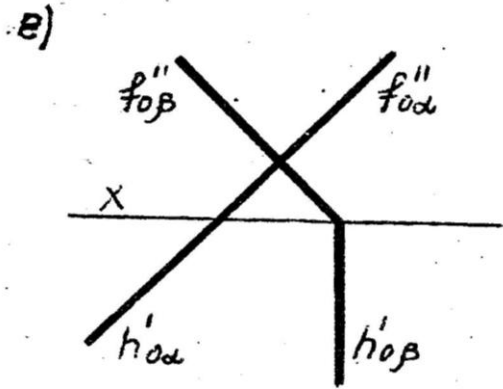
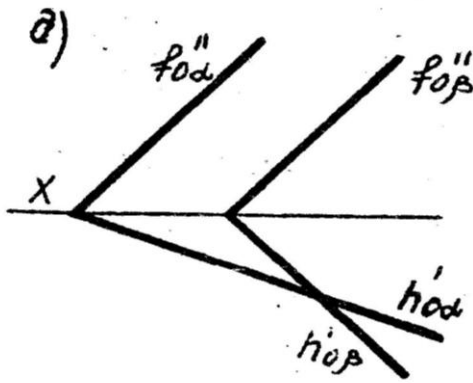
2. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым второй плоскости, то такие плоскости параллельны. (Рисунок 11).

3. Главные линии – горизонтали и фронтолы двух параллельных плоскостей между собой параллельны.

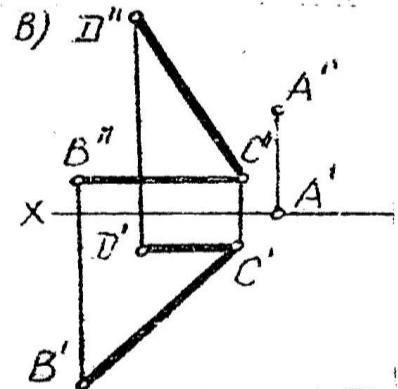
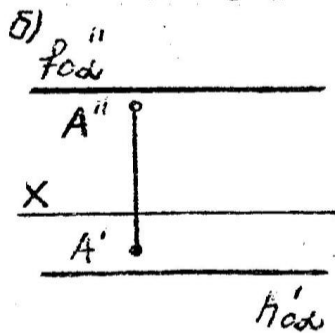
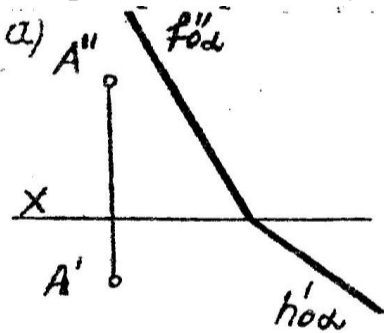
УПРАЖНЕНИЯ:

16. Найти линию пересечения заданных плоскостей.

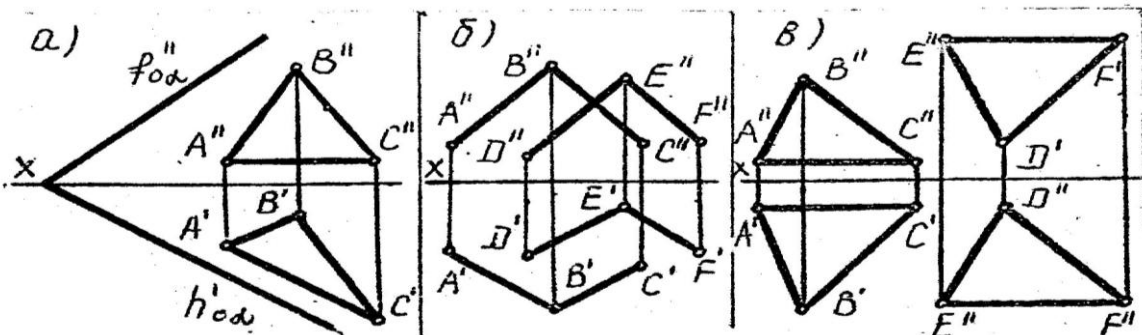




17. Через точку A провести плоскость параллельную заданной. (В примере "б" не используя профильного следа плоскости α)



18. На каком эллипсе заданные плоскости параллельны между собой?



5. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.

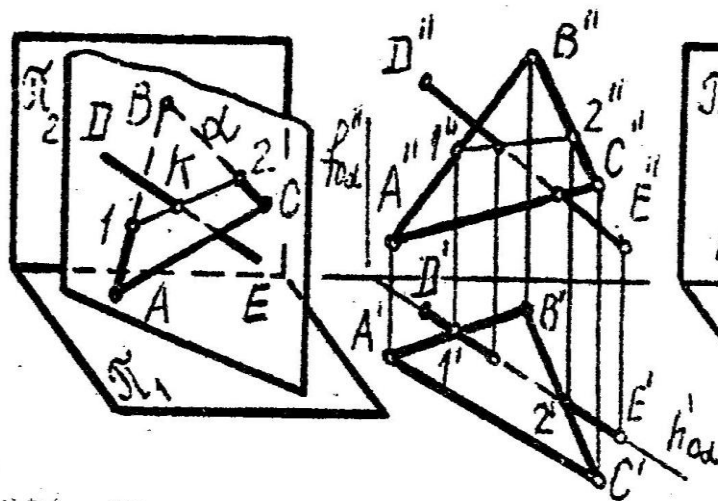


Рисунок 12

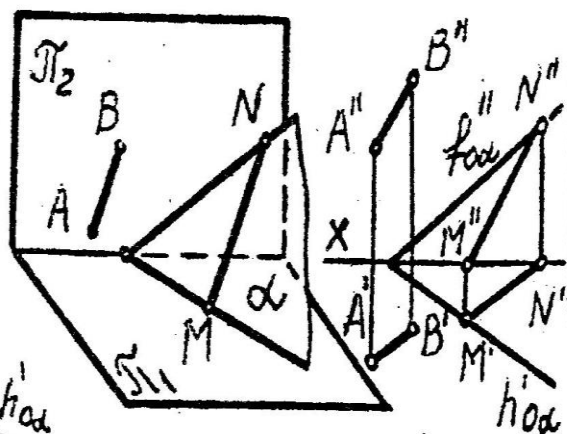


Рисунок 13

1. Точку пересечения прямой с пл. общего положения находят в следующем порядке:

- а) через заданную прямую проводят вспомогательную проецирующую плоскость;
- б) определяют линию пересечения заданной пл. и вспомогательной;
- в) на пересечении полученной линии с заданной прямой находят точку встречи прямой с плоскостью. (Рисунок 12)

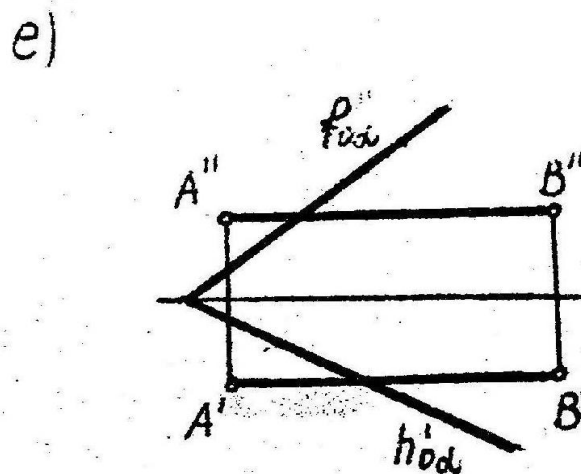
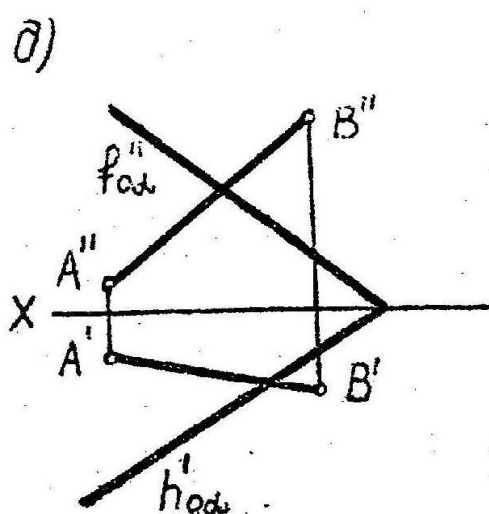
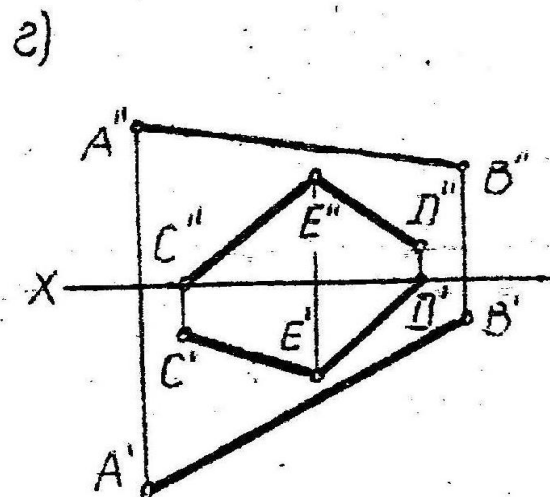
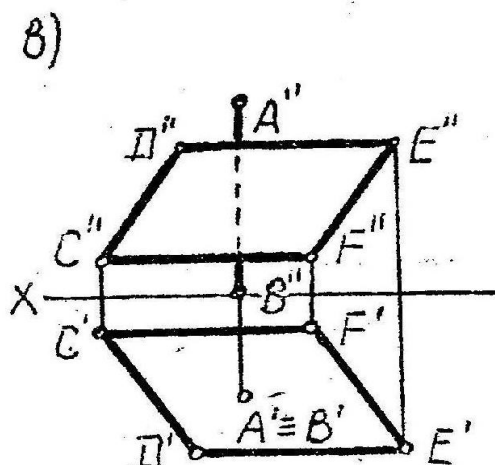
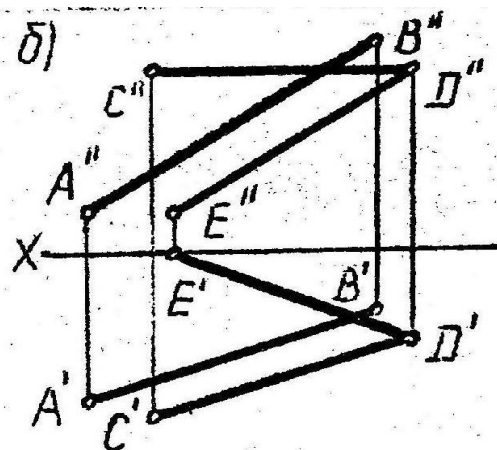
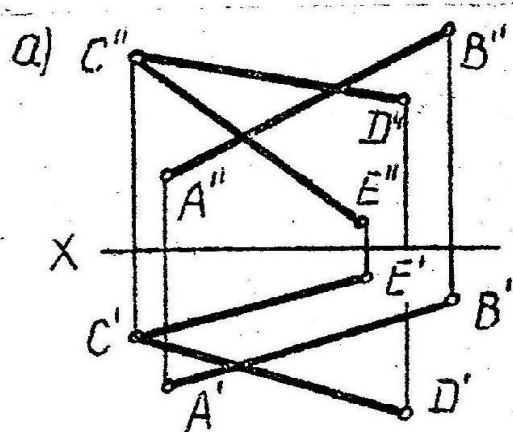
Если заданная плоскость проецирующая, то задача определения проекций точки пересечения с прямой упрощается, т.к. одна из проекций находится пересечением следа плоскости, обладающего собирательным свойством.

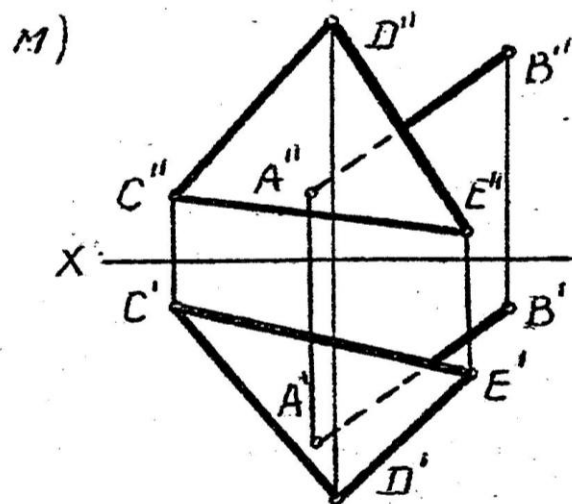
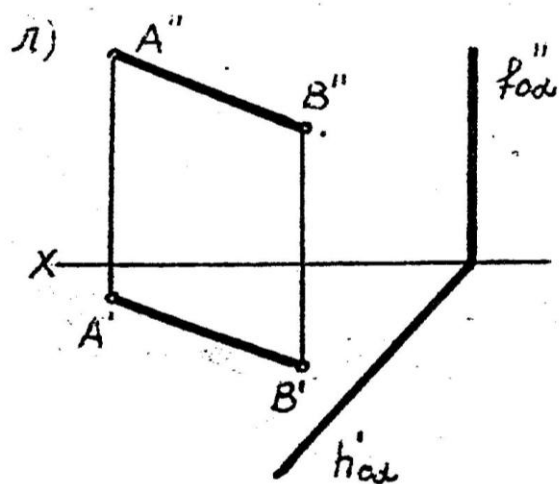
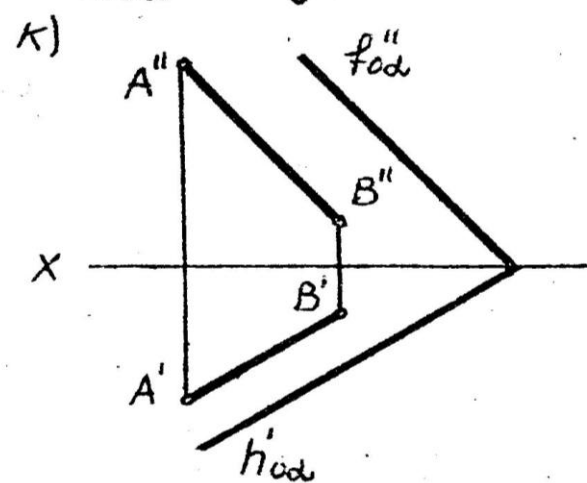
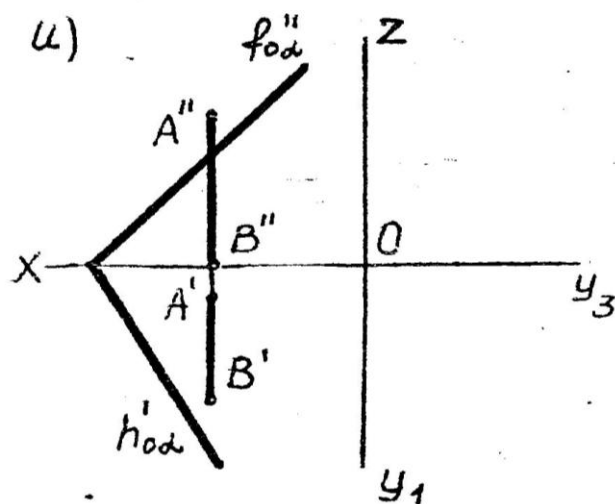
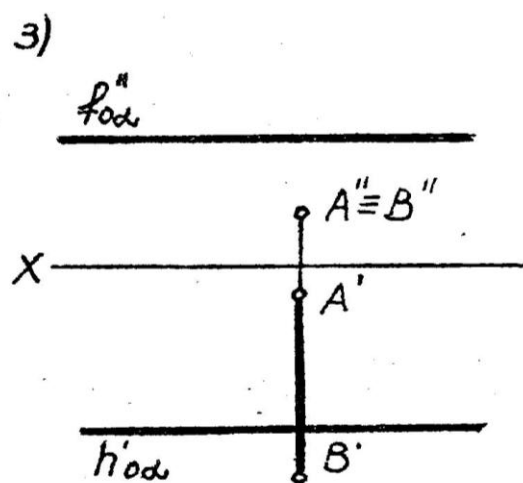
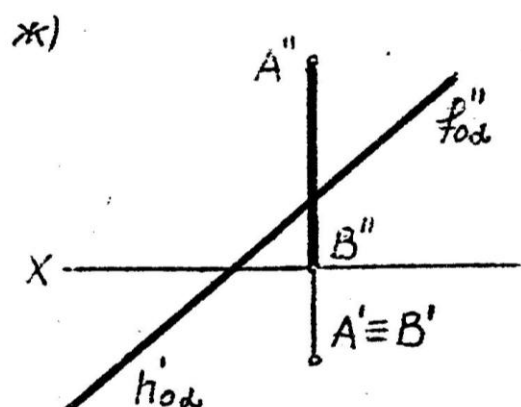
2. Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой расположенной в этой плоскости. (Рисунок 13)

Признаком параллельности прямой и плоскости частного положения является параллельность следа плоскости, обладающего собирательным свойством соответствующей проекции прямой.

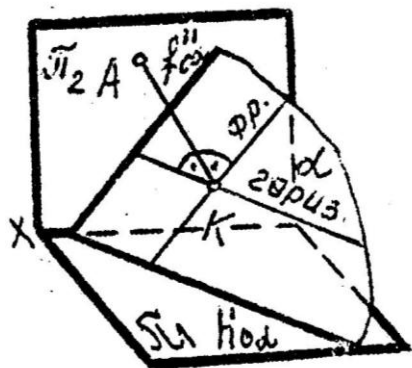
УПРАЖНЕНИЯ:

19. Построить проекции точки "К" пересечения прямой AB с заданными плоскостями.



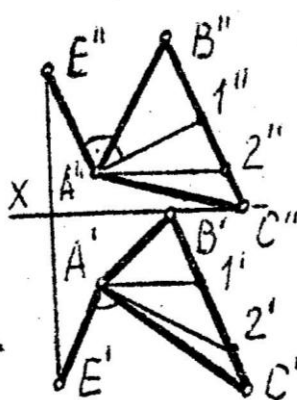


6. ПРЯМАЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ ПЛОСКОСТИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ



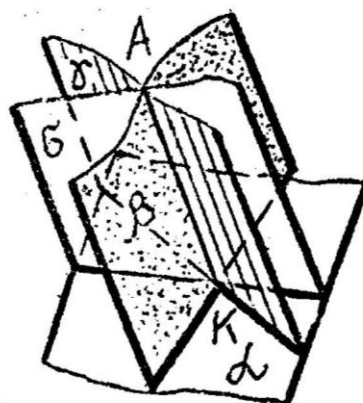
$AK \perp \alpha$

Рисунок 14



$AE \perp \text{пл. } \triangle ABC$

Рисунок 15



$AK \perp \alpha$. Через АК проходит
пучок плоскостей $\perp$
пл. $\alpha, \beta, \gamma, \sigma$

Рисунок 16

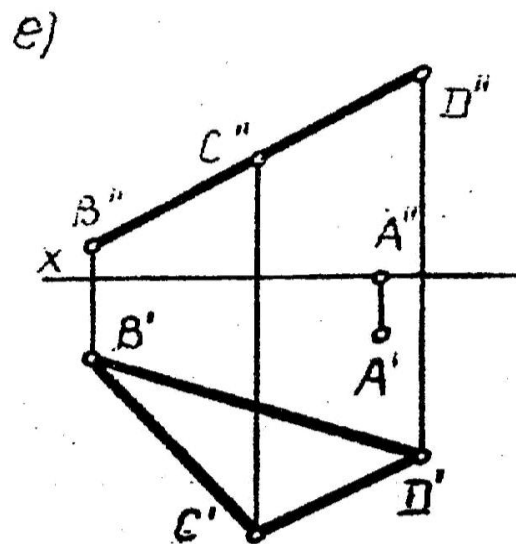
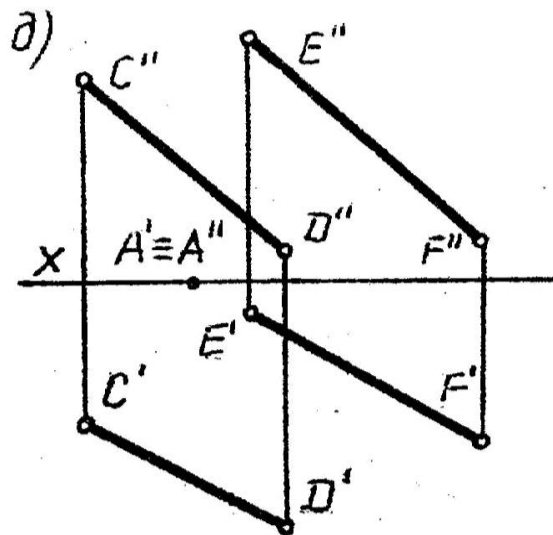
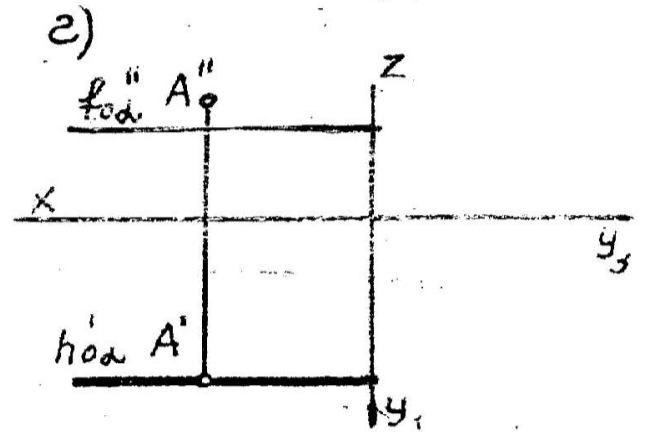
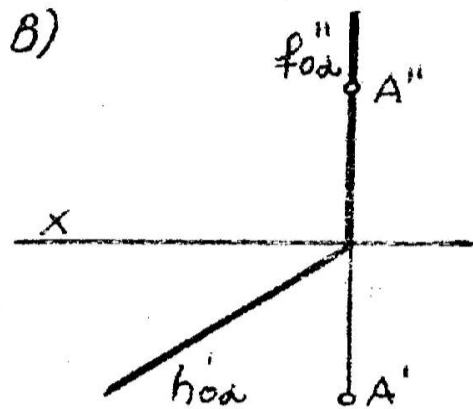
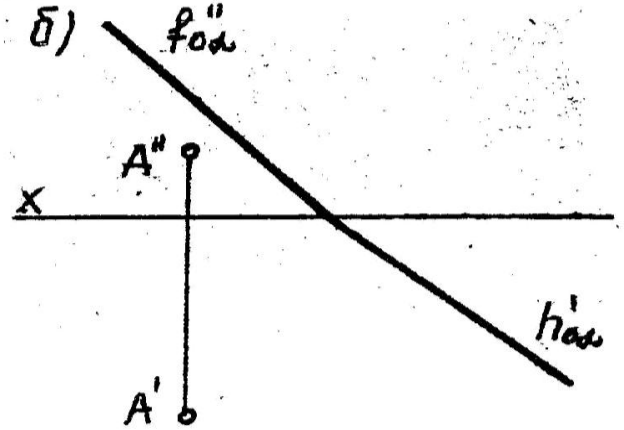
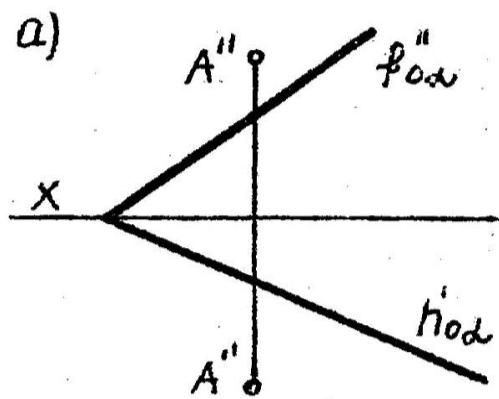
1. Прямая перпендикулярная плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости. В качестве таких прямых на эпюре выбираются пересекающиеся горизонтали и фронталы. На основании теоремы о проекциях прямого угла $A'E' \perp A'2'$; $A''E'' \perp A''1''$.

2. Плоскость перпендикулярную заданной (α) можно проводить двояко:
а) через прямую перпендикулярную к пл. α (пл. β, γ, σ , рисунок 16);
б) перпендикулярно к прямой, лежащей в заданной плоскости.

3. Две прямые перпендикулярны, если одна из них лежит в плоскости, перпендикулярной второй прямой (если через одну из них возможно провести плоскость, перпендикулярную второй прямой).

УПРАЖНЕНИЯ

20. Из т. A опустить перпендикуляр на заданную плоскость и найти его основание – т. K .



7. МЕТОД ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ.

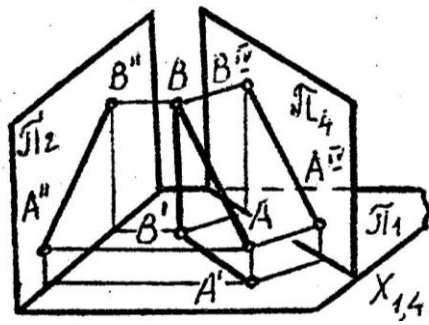


Рисунок 17

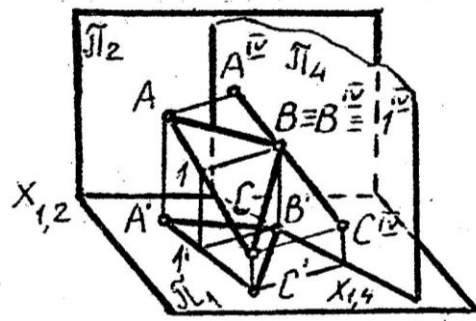


Рисунок 18

Заменой одной плоскости проекций можно:

1. Преобразовать чертеж, так чтобы прямая общего положения стала параллельной одной из плоскостей проекций новой системы (Рисунок 17.)

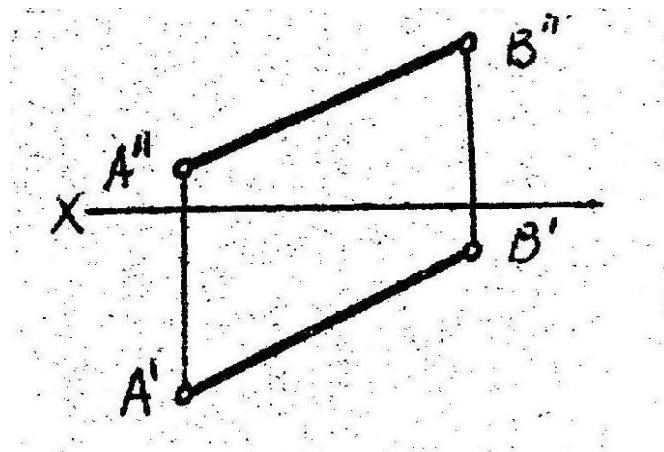
2. Прямую параллельную плоскости проекций преобразовать в проецирующую прямую, если новую плоскость проекции ввести перпендикулярно к прямой. (На эпюре ось новой системы плоскостей проекций проходит под прямым углом к той проекции прямой, которая является её Н.В.).

3. Плоскость общего положения преобразовать в проецирующую, если новую плоскость проекции выбрать перпендикулярной к горизонтали (фронтالي) либо к одному из следов заданной плоскости. (Рисунок 18).

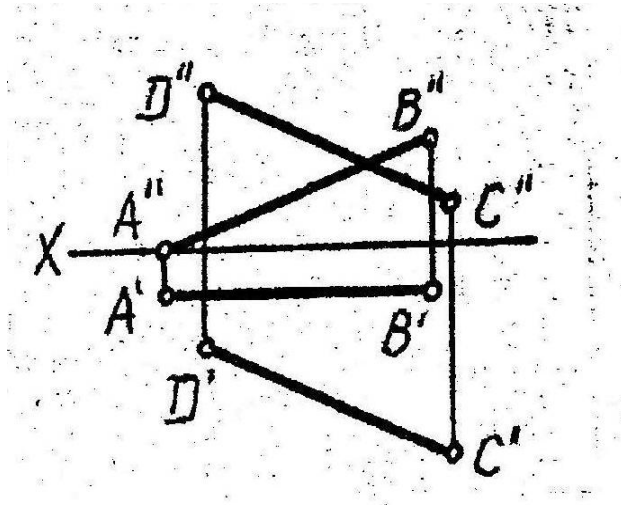
4. Последовательной заменой двух плоскостей проекций, к примеру, можно прямую общего положения преобразовать в проецирующую (выполняются последовательно пункты 1 и 2).

УПРАЖНЕНИЯ

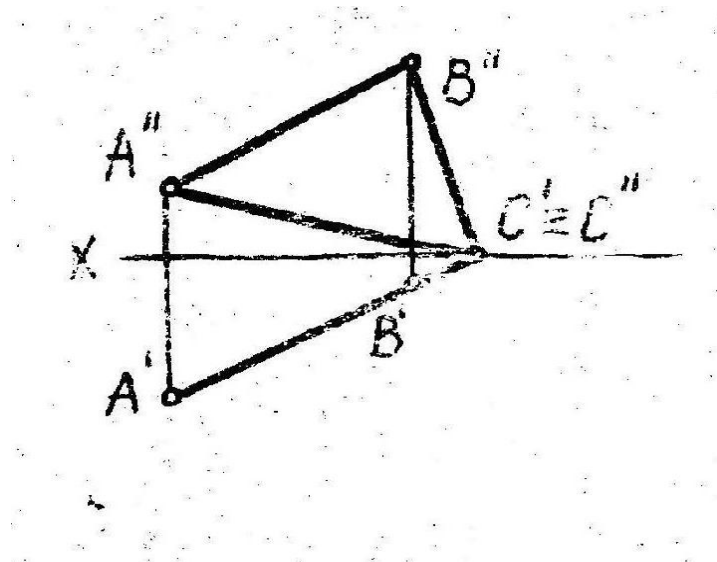
21. Определить натуральную величину отрезка AB и углы наклона его к пл. Π_1 и Π_2 .



22. Определить расстояние между AB и CD и найти проекции ближайших точек.



23. Построить проекции центра окружности вписанной в $\triangle ABC$.



8. ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПРЯМОЙ ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

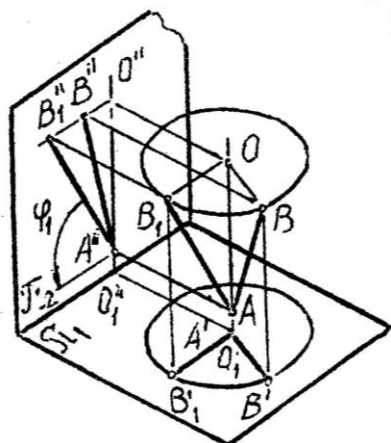


Рисунок 19

Отрезок прямой AB вращается вокруг OO_1 $OO_1 \perp P_1$, $A \in OO$, т. B вращается в плоскости, параллельной P_1 .

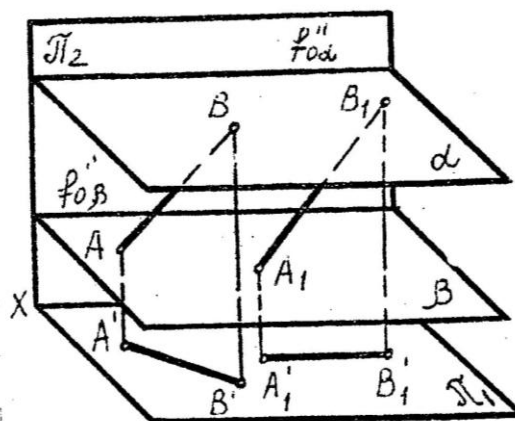


Рисунок 20

Точка A отрезка AB перемещается в плоскости β , а т. B в плоскости α и β параллельны P_1 .

1. При вращении точки вокруг оси, перпендикулярной к одной из плоскостей проекций, проекция точки на этой плоскости перемещается по дуге окружности, а на остальных – по прямым параллельным осям проекций. (Рисунок 19).

Способом вращения вокруг проецирующей прямой можно преобразовать прямую общего положения в прямую уровня; прямую уровня в проецирующую прямую, плоскость общего положения в проецирующую, проецирующую плоскость в плоскость, параллельную плоскости проекций.

2. При плоскопараллельном движении геометрической фигуры все её точки перемещаются в плоскостях, параллельных между собой и параллельных одной из плоскостей проекций. (Рисунок 20).

В основе данного способа лежат следующие положения:

а) при плоскопараллельном перемещении фигуры относительно плоскости проекций P_1 фронтальные проекции точек перемещаются по прямым, параллельным оси OX , а горизонтальная проекция фигуры перемещаясь, остаётся неизменной по своей величине и форме.

б) при плоскопараллельном перемещении фигуры относительно плоскости проекций P_2 , горизонтальные проекции точек перемещаются

параллельно оси OX , а фронтальная проекция фигуры, перемещаясь, остаётся неизменной по своей величине и форме.

При одном плоскопараллельном перемещении можно: определить истинную величину прямой общего положения и угла наклона её к плоскости проекций, определить расстояние между двумя параллельными плоскостями общего положения, определить истинную величину плоской фигуры, если она занимает проецирующее положение.

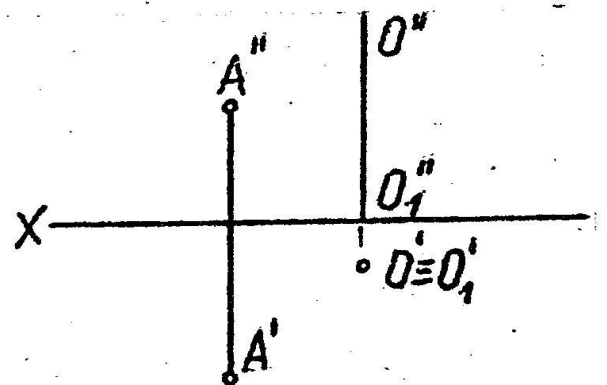
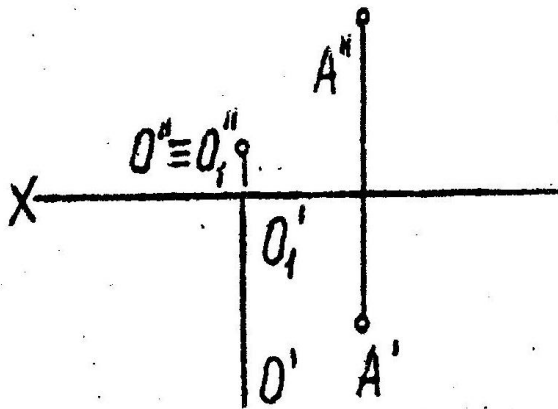
Двумя плоскопараллельными перемещениями определяются: расстояние от точки до прямой общего положения, расстояние между двумя прямыми общего положения, величина плоского угла, двугранного угла при ребре, занимающего общее положение, истинную величину плоской фигуры, лежащей в плоскости общего положения.

Плоскопараллельное перемещение геометрического элемента относительно плоскости проекций можно рассматривать как вращение вокруг проецирующей прямой без указания оси вращения.

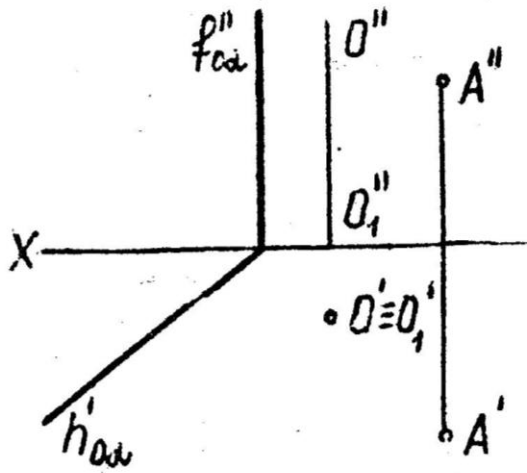
УПРАЖНЕНИЯ

24. Повернуть т. A вокруг оси OO_1 так, чтобы значение её координаты $Z_A = 0$.

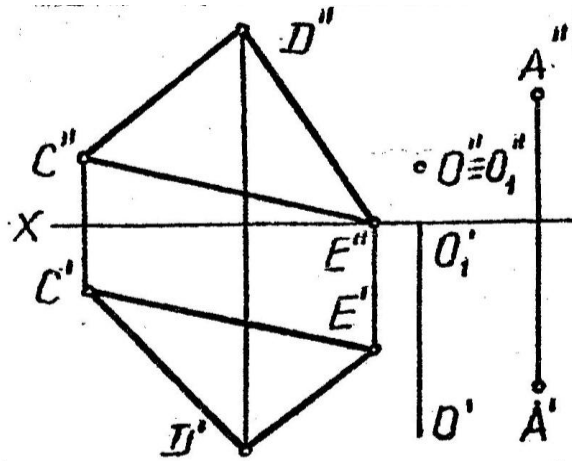
25. Повернуть т. A вокруг оси OO так, чтобы Y_A уменьшилась в 2 раза



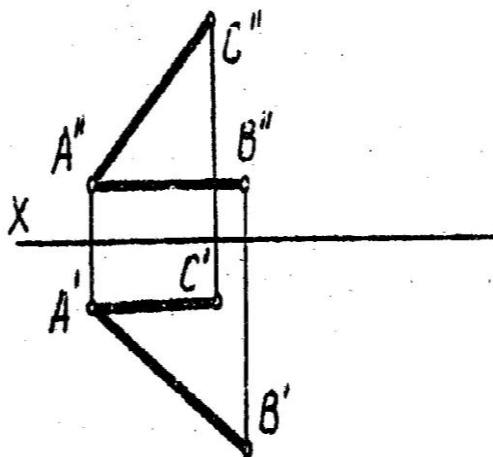
26. Вращением вокруг оси OO_1 ввести т. A в плоскость α .



27. Вращением вокруг оси OO_1 ввести т. A в плоскость CDE .



28. Плоско-параллельным перемещением определить угол между пересекающимися прямыми AB и AC .



9. ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ЛИНИИ УРОВНЯ (ГОРИЗОНТАЛИ ЛИБО ФРОНТАЛИ). СОВМЕЩЕНИЕ.

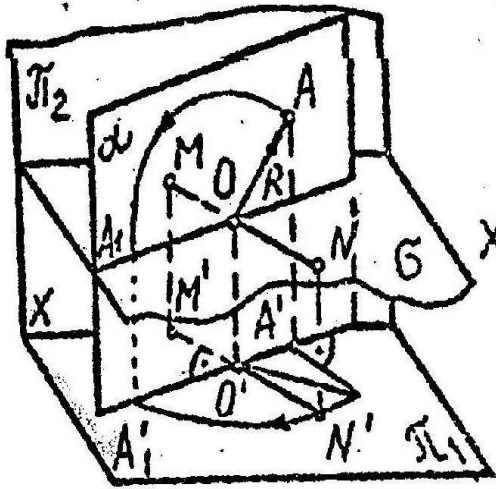


Рисунок 21

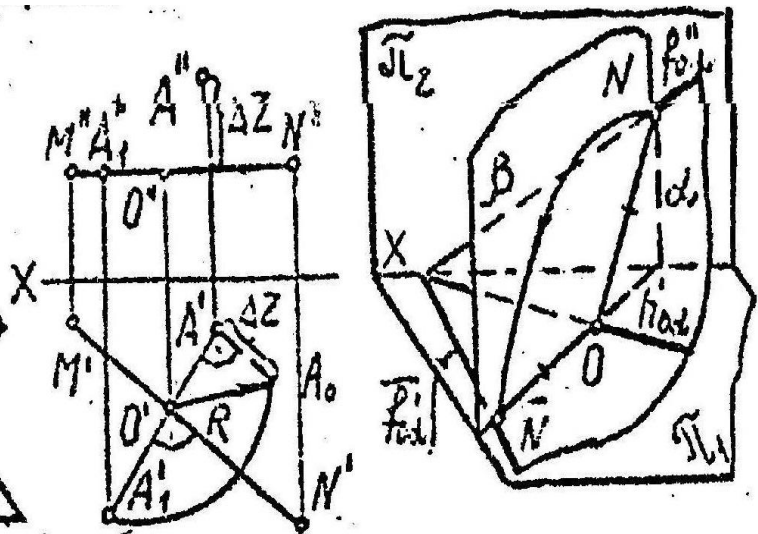


Рисунок 22

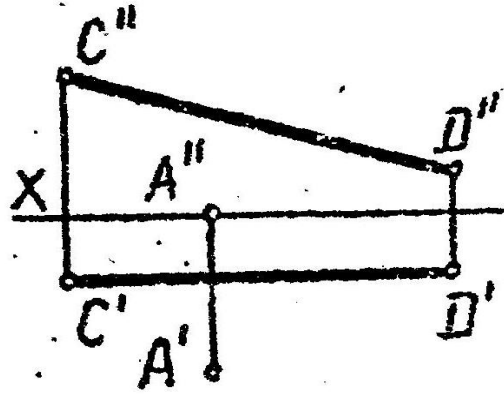
MN – ось вращения, α – плоскость вращения точки, O – центр вращения, R – радиус вращения, σ – плоскость уровня $\sigma \parallel \Pi_1$.

Способ совмещения – преобразование плоскости общего или частного положения в плоскость уровня. Совмещение плоскости осуществляется вращением её вокруг горизонтали или фронтонали до положения, когда она станет параллельной плоскости проекций. Когда плоскость задана следами, то вращение осуществляют вокруг одного из следов до полного совпадения с плоскостью проекций (Рисунок 22).

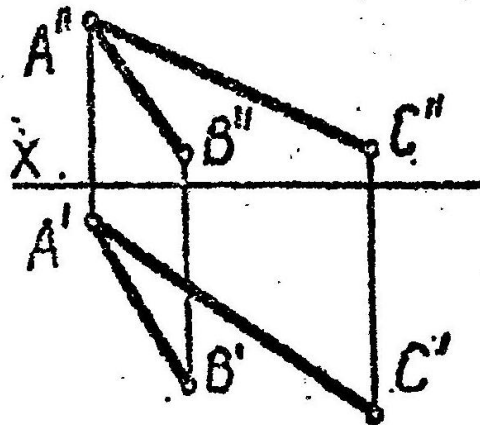
На рисунке 21 показано вращение точки пространства вокруг прямой $MN \parallel \Pi_1$. При этом следует для себя четко представлять ось вращения, плоскость вращения (она всегда перпендикулярна оси вращения и поэтому является проецирующей плоскостью), центр вращения – т. O . Точка O – является точкой пересечения оси с плоскостью вращения, радиус вращения R , который определяется как натуральная величина OA . Вращением вокруг линий уровня можно решить задачи на определение натуральных величин плоских фигур, углов между прямыми, между прямой и плоскостью (используя дополнительный угол).

УПРАЖНЕНИЯ:

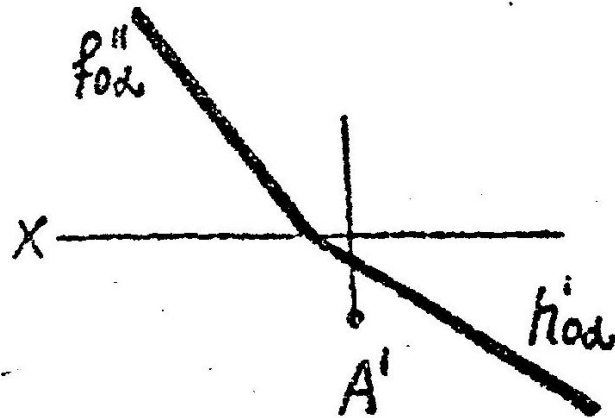
29. Повернуть т. A вокруг CD до совмещения с фронтальной плоскостью уровня.



30. Построить проекции биссектрисы угла A , используя вращение вокруг горизонтали.



31. Плоскость α и лежащую в ней т. A совместить с пл. Π_1 .



10. СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ТЕЛ ПЛОСКОСТЬЮ

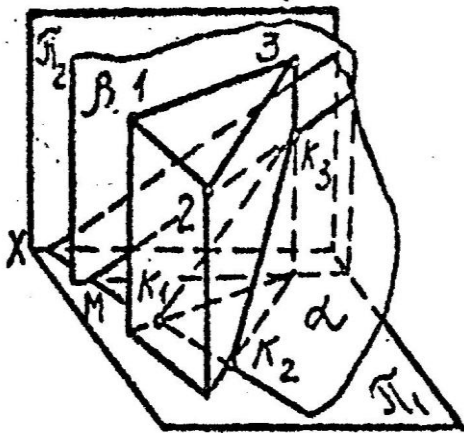


Рисунок 23

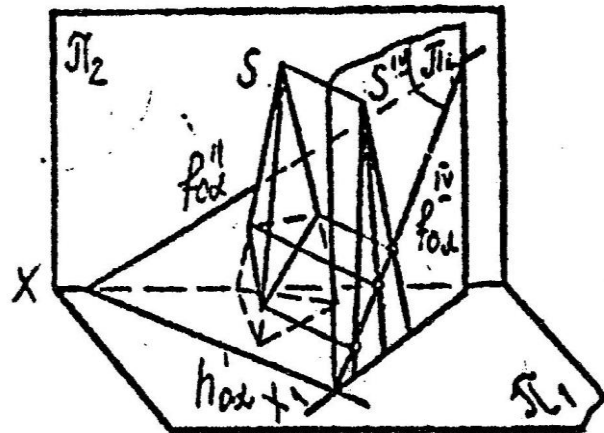


Рисунок 24

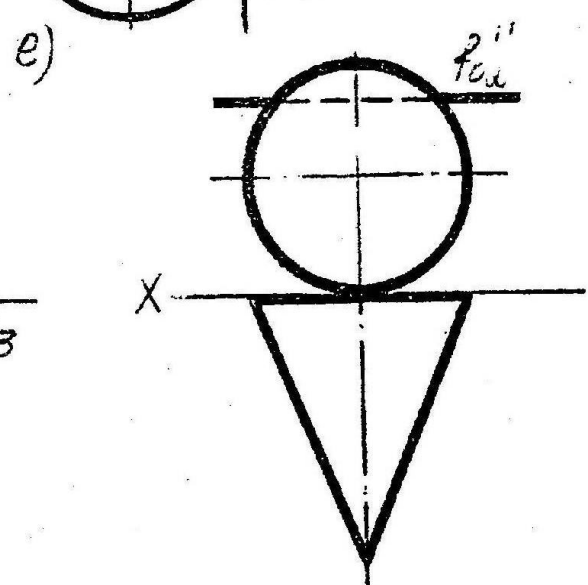
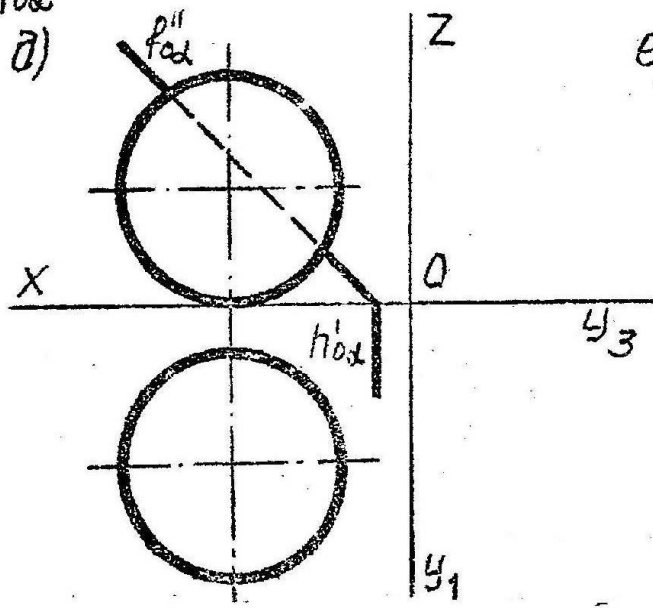
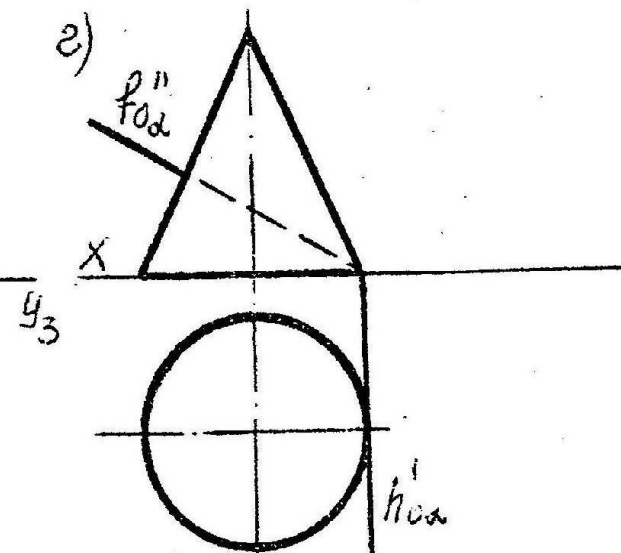
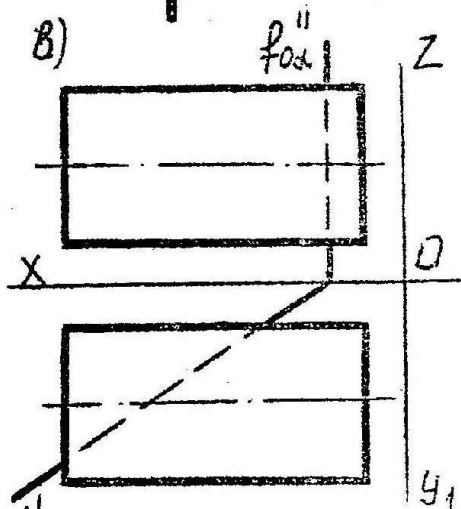
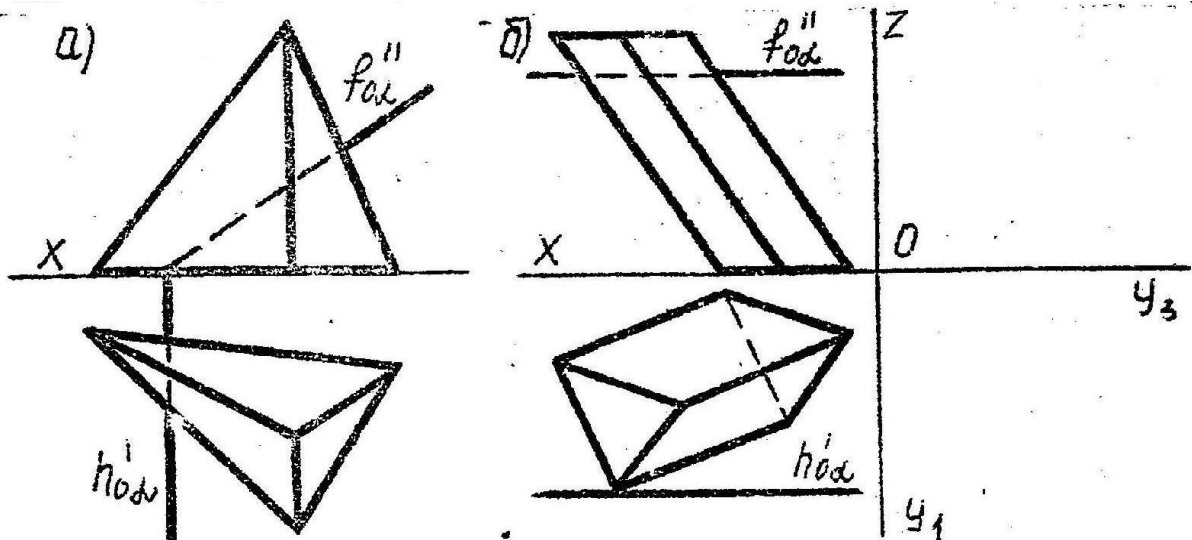
При пересечении многогранника плоскостью получается плоская ломанная линия. Для её построения необходимо определить точки пересечения рёбер и сторон основания (если она пересекается), а затем соединить построенные линии с учетом видимости (Рисунок 23).

При построении сечений тел вращения плоскостью таких как цилиндр и конус необходимо определить множество точек пересечения образующих с заданной плоскостью, при соединении которых получают плоские кривые линии (исключение: прямоугольник, треугольник). При этом следует определить, в первую очередь, характерные точки линии сечения: точки на очерковых образующих, точки, расположенные на близких и наиболее дальних от плоскости проекции образующих, наивысшие и наинизшие точки сечения и др. При их соединении учесть видимость.

При построении проекций сечения пирамиды, конуса, шара плоскостью общего положения удобнее всего использовать способ замены плоскостей проекций так, чтобы заданная плоскость стала проецирующей. Тогда на новую плоскость проекций сечение спроецируется в линию. (Рисунок 24).

УПРАЖНЕНИЯ:

32. Построить проекции линии пересечения тела проецирующей плоскостью и определить натуральную величину сечения методом совмещения.



11. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ТЕЛА.

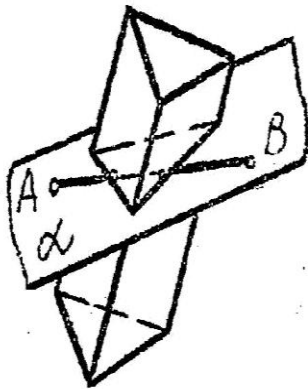


Рисунок 25

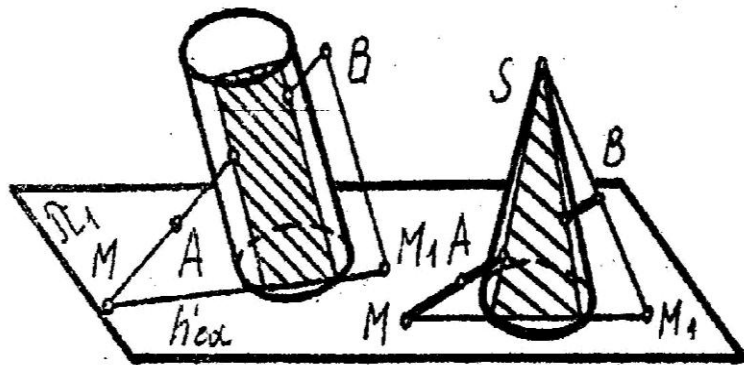


Рисунок 26

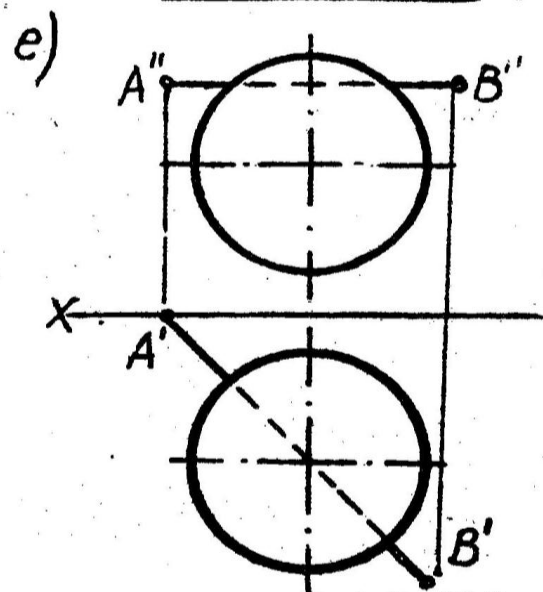
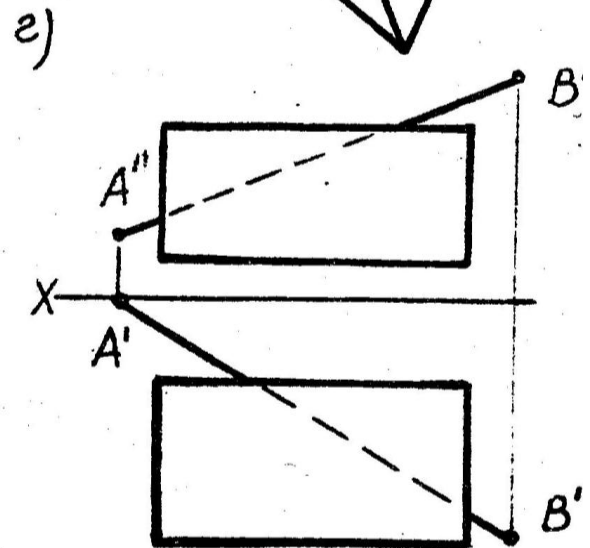
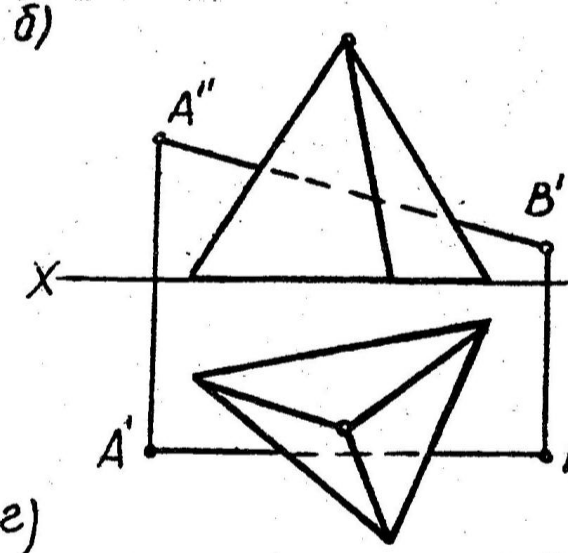
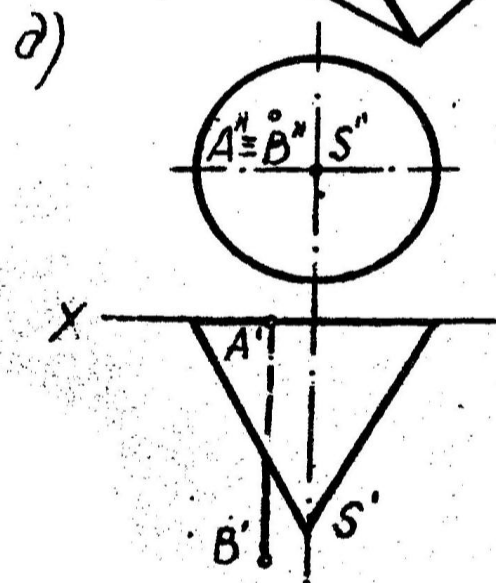
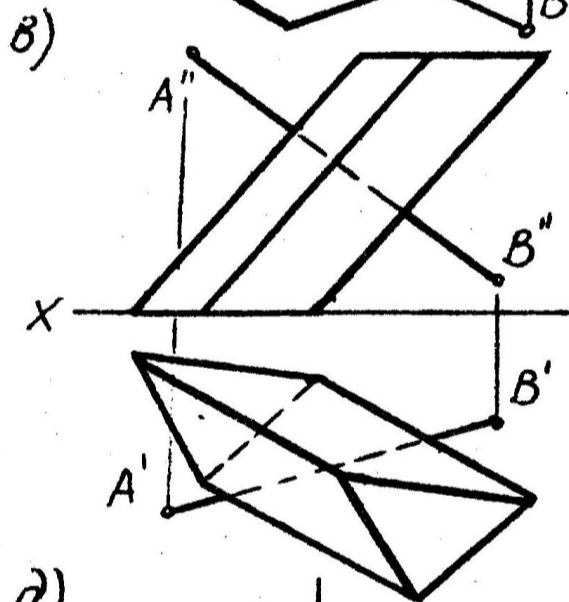
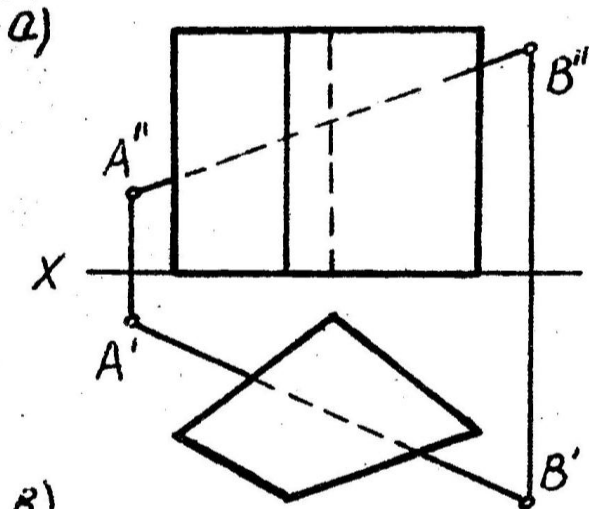
Для определения точек пересечения прямой с поверхностью тела прямую заключают во вспомогательную плоскость. Причём вспомогательная плоскость должна быть выбрана такой, чтобы сечения заданного тела с этой плоскостью получалось наиболее простейшим (прямоугольник, треугольник, окружность). Строят линию сечения поверхности тела, выбранной вспомогательной плоскостью и отмечают искомые точки прокола, как точки пересечения прямой с линией сечения (Рисунок 25).

Если прямая пересекает многогранник или шар, то её заключают в проецирующую плоскость. Если задан конус или наклонный цилиндр, то прямую заключают в плоскость общего положения, проходящую на конусе через вершину, а на наклонном цилиндре, проходящим параллельно образующим (Рисунок 26).

Чтобы вспомогательная плоскость пересекала поверхность конуса по треугольнику, она должна включать прямую, проходящую через вершину конуса (см. рисунок 26).

Чтобы вспомогательная плоскость пересекала поверхность цилиндра по прямоугольнику, она должна включать прямую параллельную образующим цилиндра (Рисунок 26).

УПРАЖНЕНИЯ:

33. Определить точки пересечения прямой AB с поверхностью тел.

12. КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ.

Поверхность представляет собой множество последовательных положений перемещающейся в пространстве линии по определенному закону.

Перемещающуюся линию называют образующей. В зависимости от формы образующей все поверхности делят на линейчатые (образующая — прямая линия) и нелinearчатые (образующая — кривая линия).

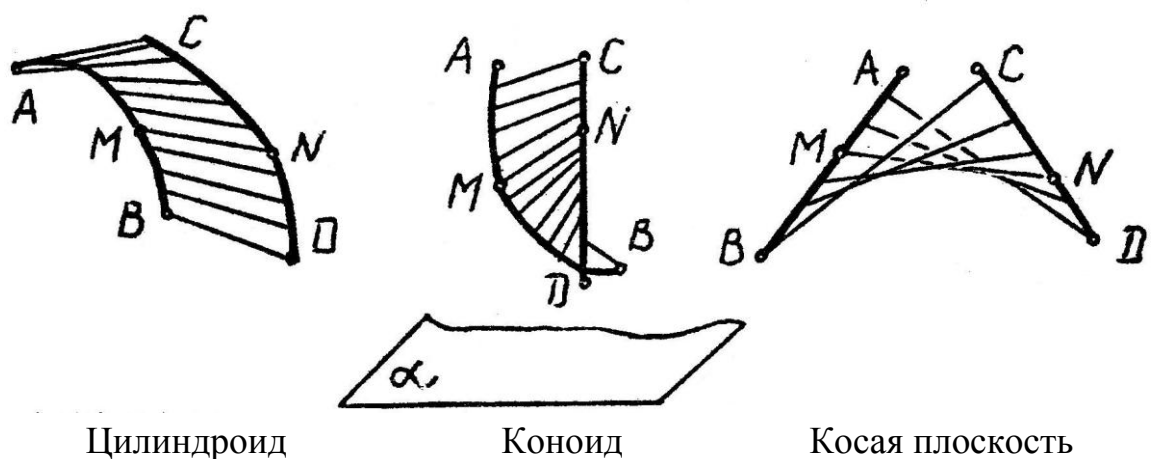
Закон движения образующей определяется направляющими элементами и положением образующей относительно этих элементов в любой момент движения.

ЛИНЕЙЧАТЫЕ РАЗВЕРТЫВАЮЩИЕСЯ ПОВЕРХНОСТИ



AB — направляющая, $MN(SN)$ — образующая

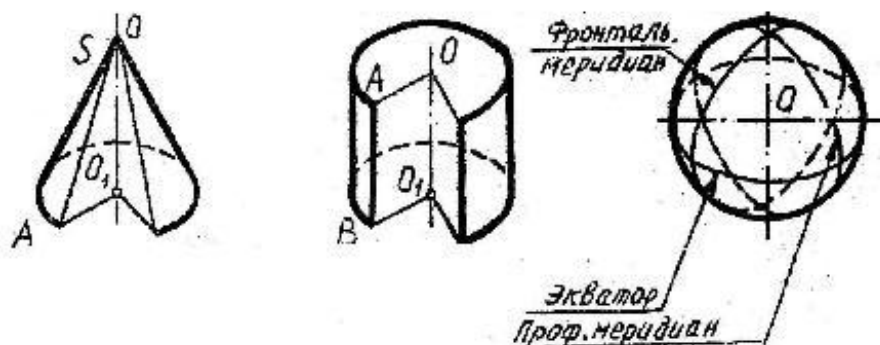
ЛИНЕЙЧАТЫЕ НЕРАЗВЕРТЫВАЮЩИЕСЯ ПОВЕРХНОСТИ



AB и CD — направляющие, MN — образующая
 α — плоскость параллелизма MN

Рисунок 28

Поверхности вращения образуются при вращении линий вокруг заданной оси: цилиндр, конус, сфера, шар, эллипсоид и др.



SA – образующая конуса

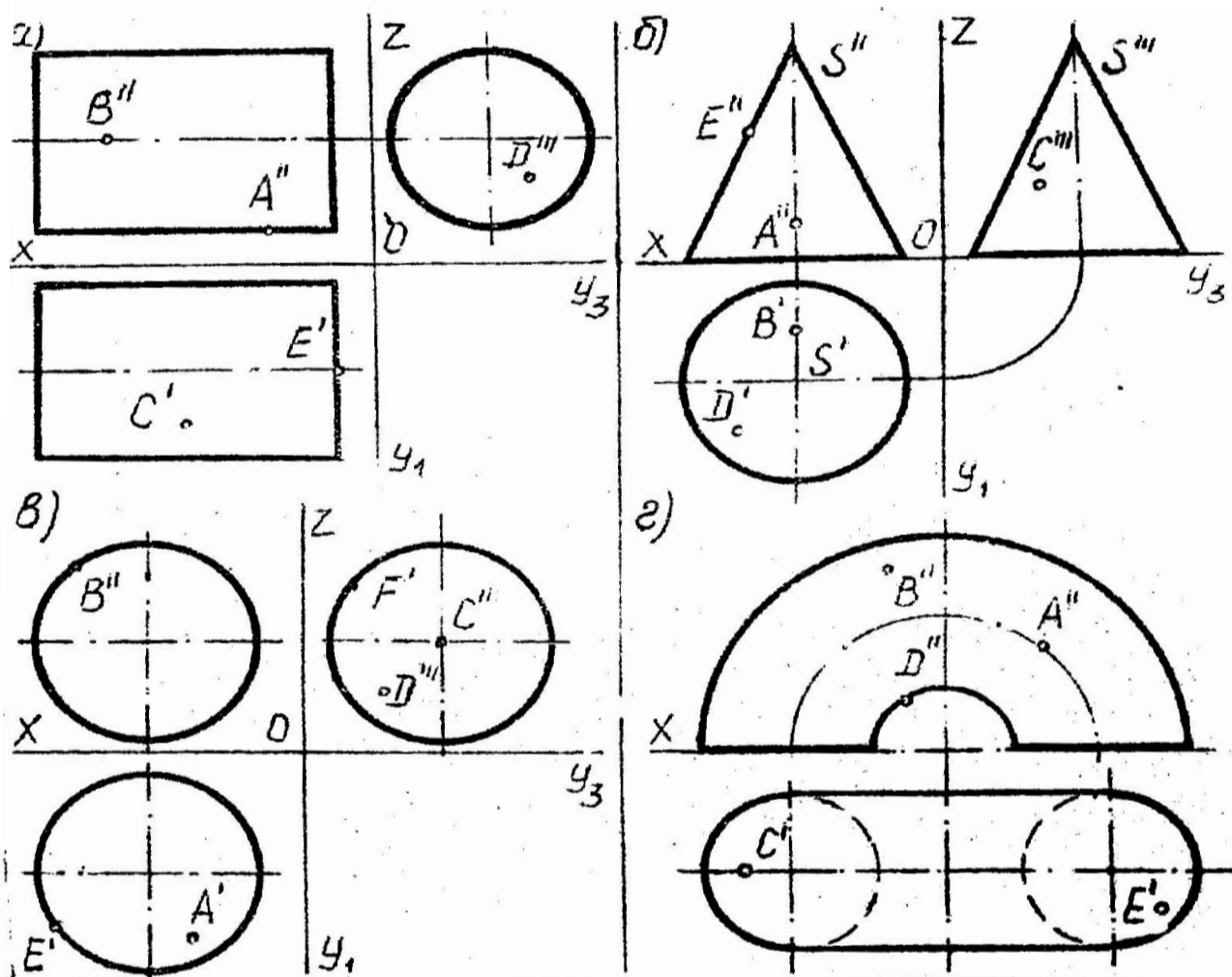
AB – образующая цилиндра

OO₁ – ось вращения

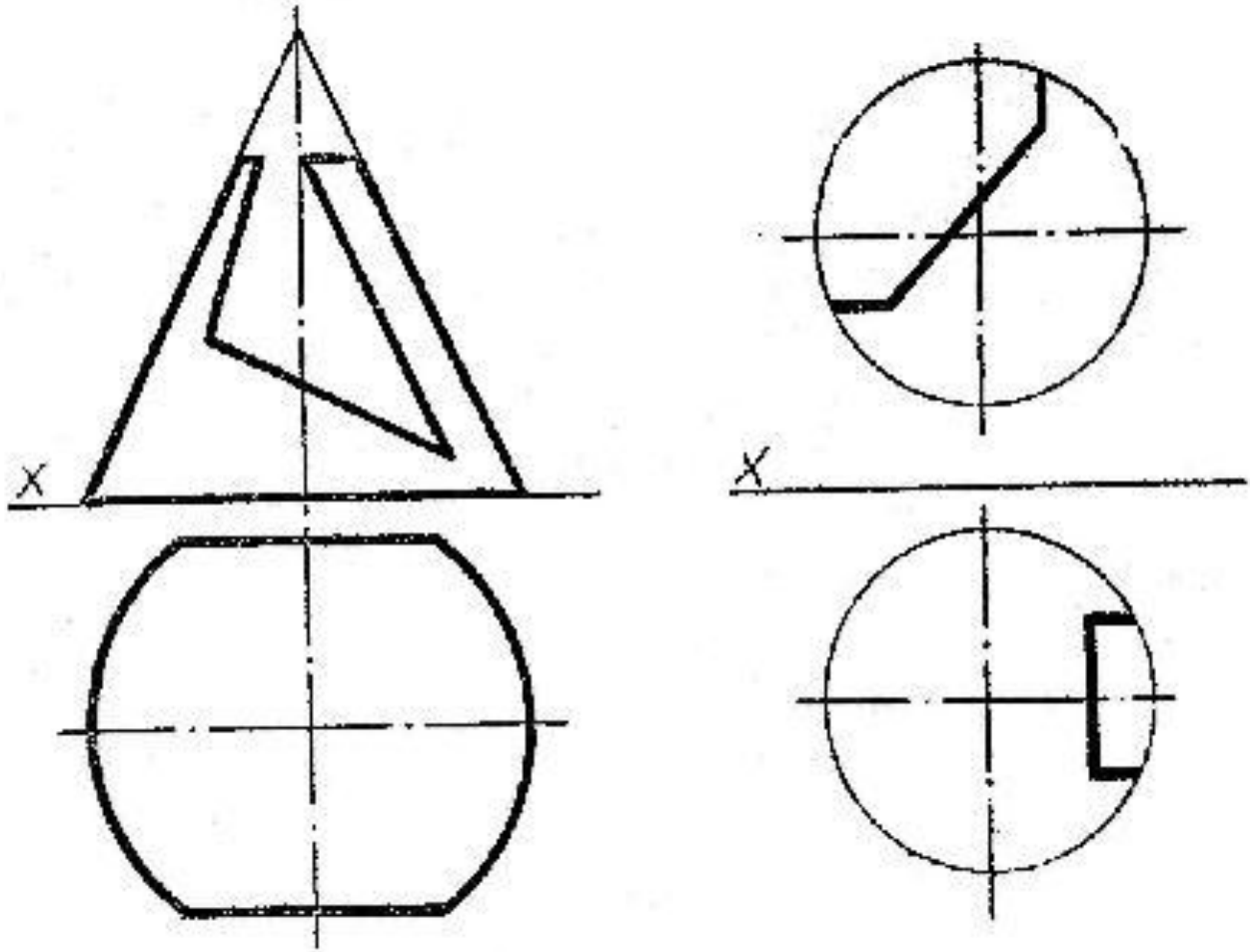
Рисунок 29

УПРАЖНЕНИЯ:

34. Построить отсутствующие проекции видимых точек, лежащих на поверхностях.



35. Построить недостающие проекции линий среза поверхностей конуса и шара заданными проецирующими плоскостями.



13. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДВУХ ТЕЛ.

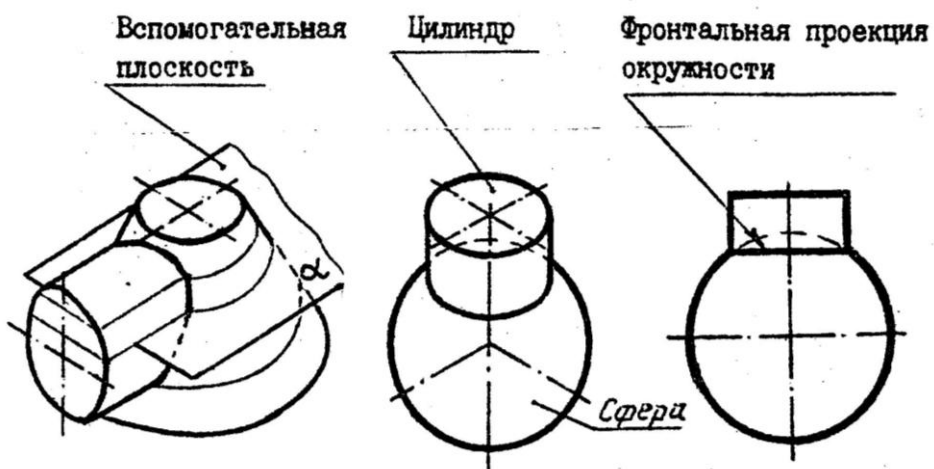


Рисунок 30

Рисунок 31

Рисунок 32

Для построения линии взаимного пересечения поверхностей двух тел

применяют способ вспомогательных секущих поверхностей. В качестве этих поверхностей чаще используют плоскости частных положений, а в отдельных случаях сферы.

Сущность этого способа заключается в следующем:

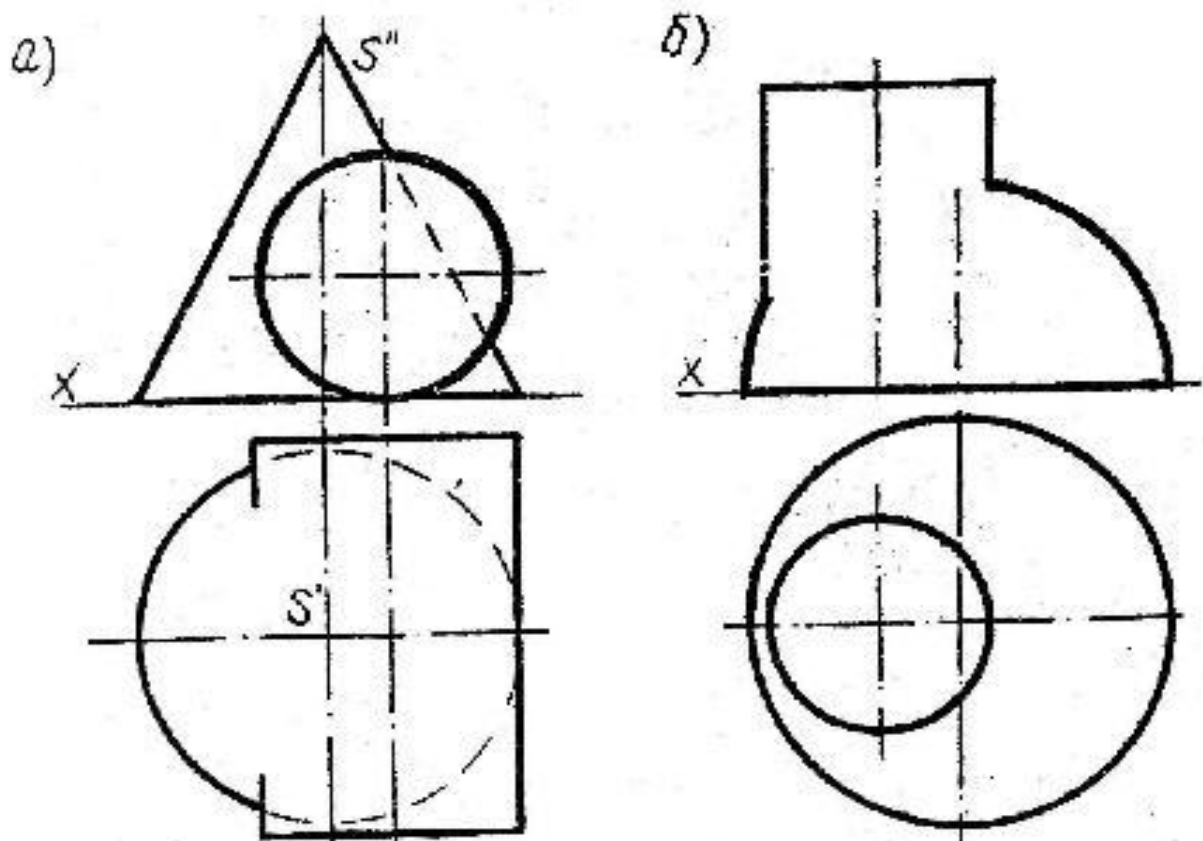
- а) заданные поверхности пересечь третьей вспомогательной;
- б) определяют линии пересечения вспомогательной поверхности (плоскости) с каждой из заданных поверхностей в отдельности; (см. рис.30).
- в) находят точки пересечения, полученных линий, которые соединяют с учетом видимости.

Условия для использования способа концентрических сфер.

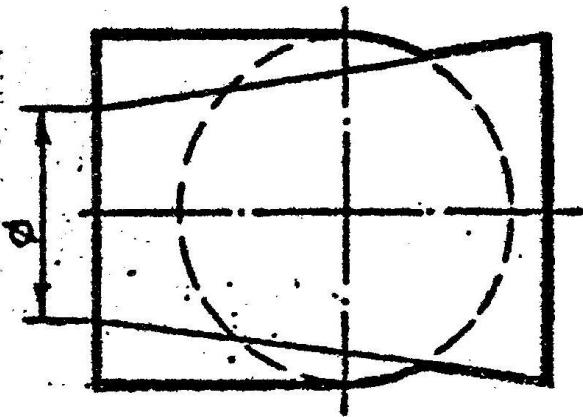
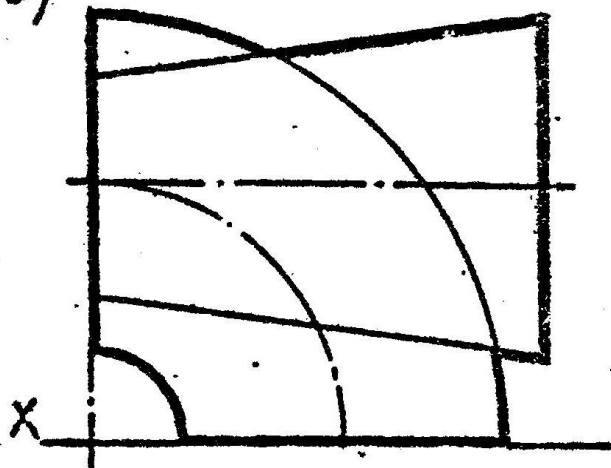
1. Обе поверхности должны быть поверхностями вращения.
2. Оси этих поверхностей должны пересекаться.
3. Оси поверхностей должны быть параллельны плоскостям проекций (рисунок 31,32).

УПРАЖНЕНИЯ

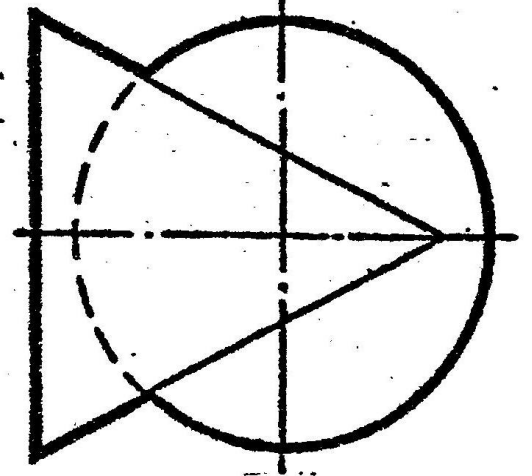
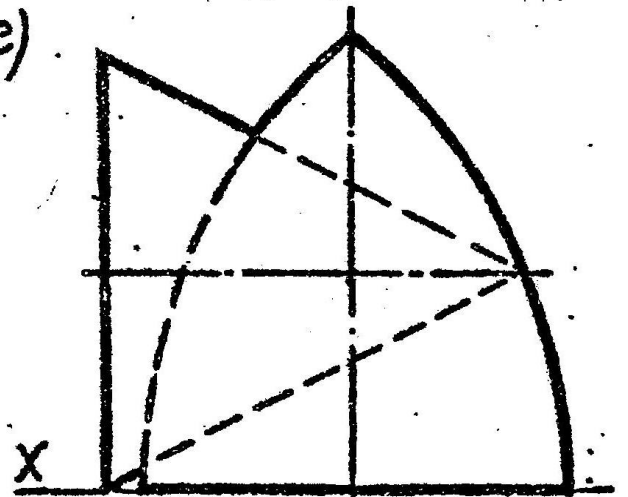
36. Построить проекции линии пересечения поверхностей заданных тел.



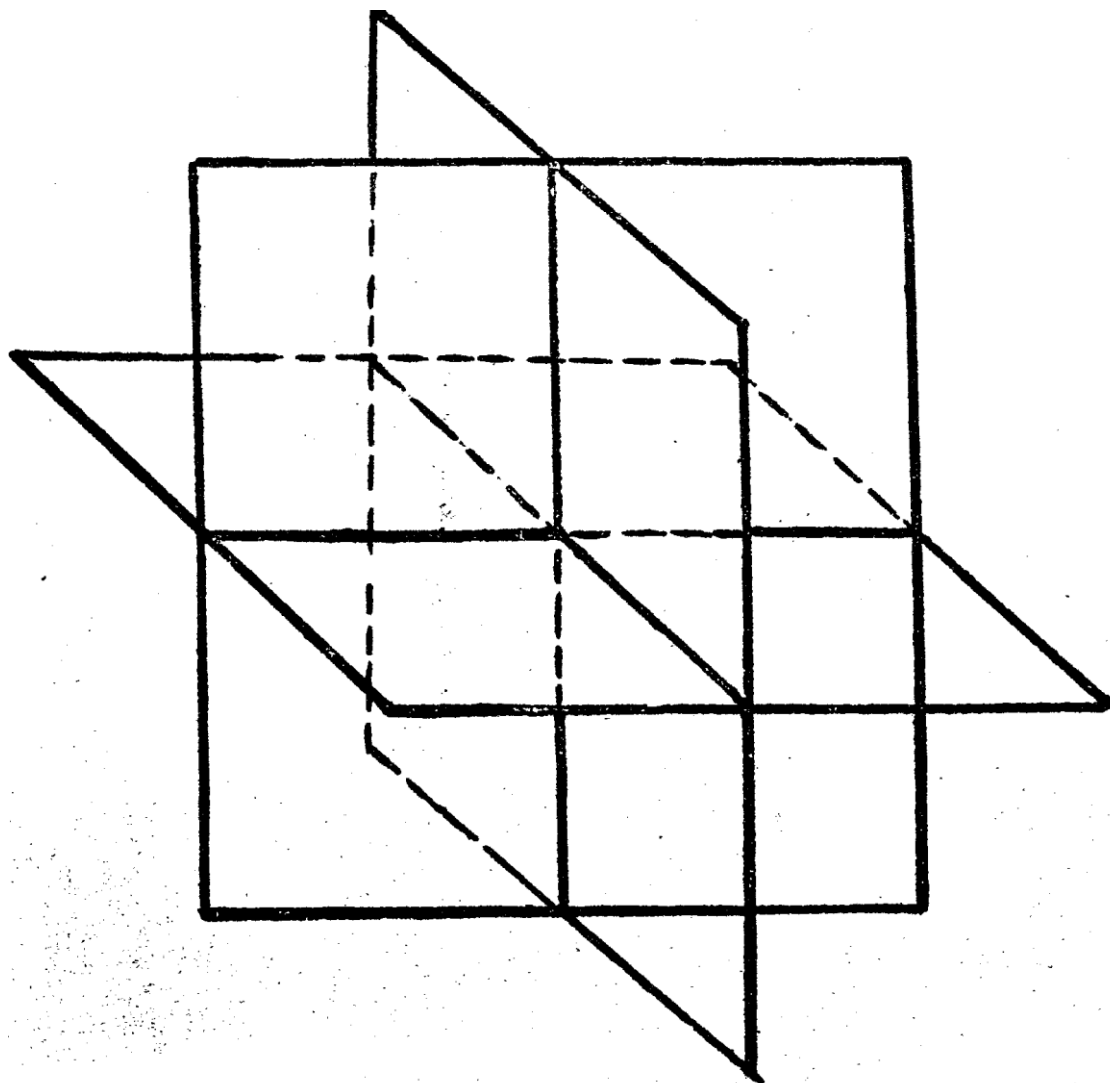
b)



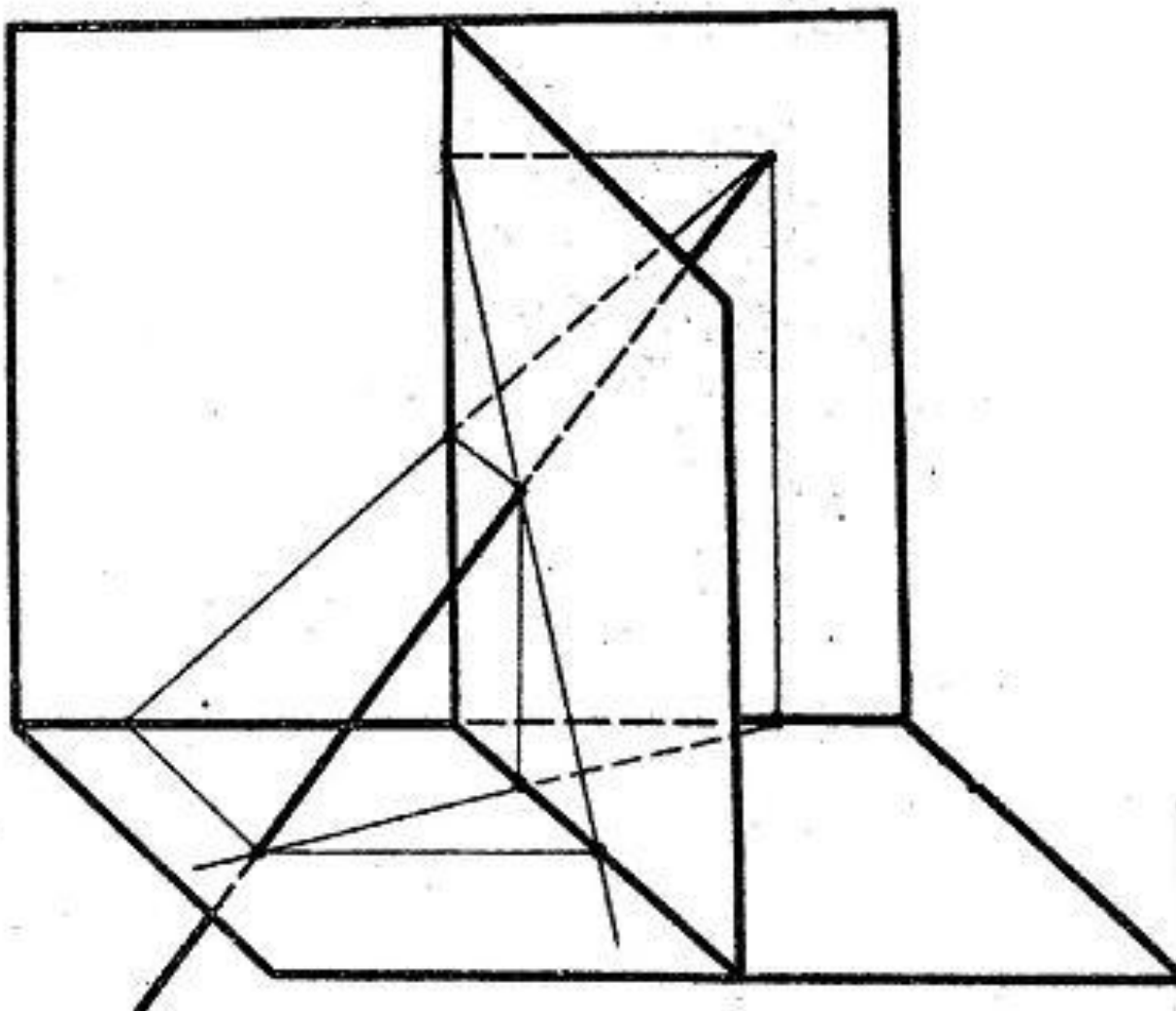
e)

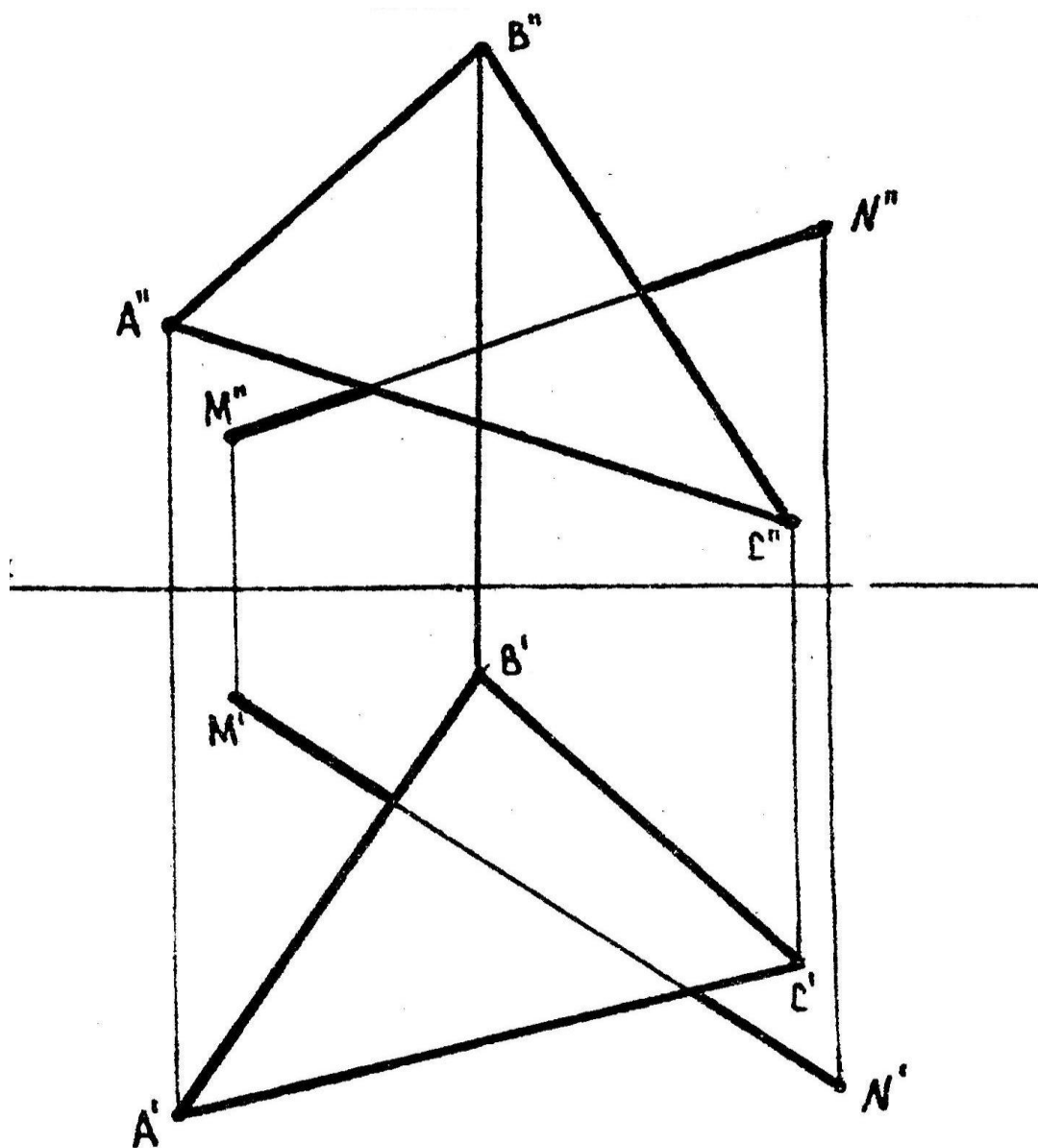


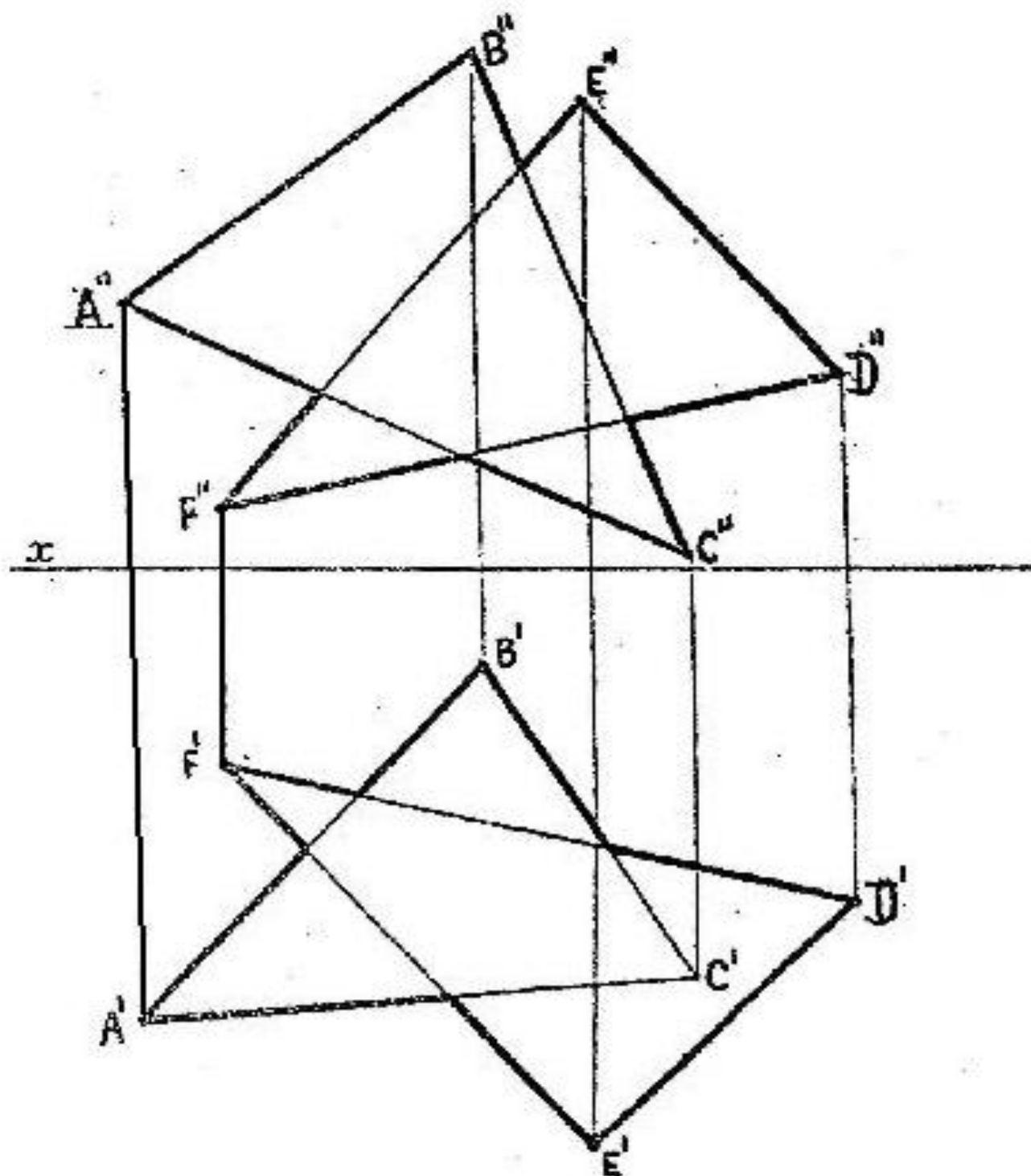
ОКТАНТЫ ПРОСТРАНСТВА



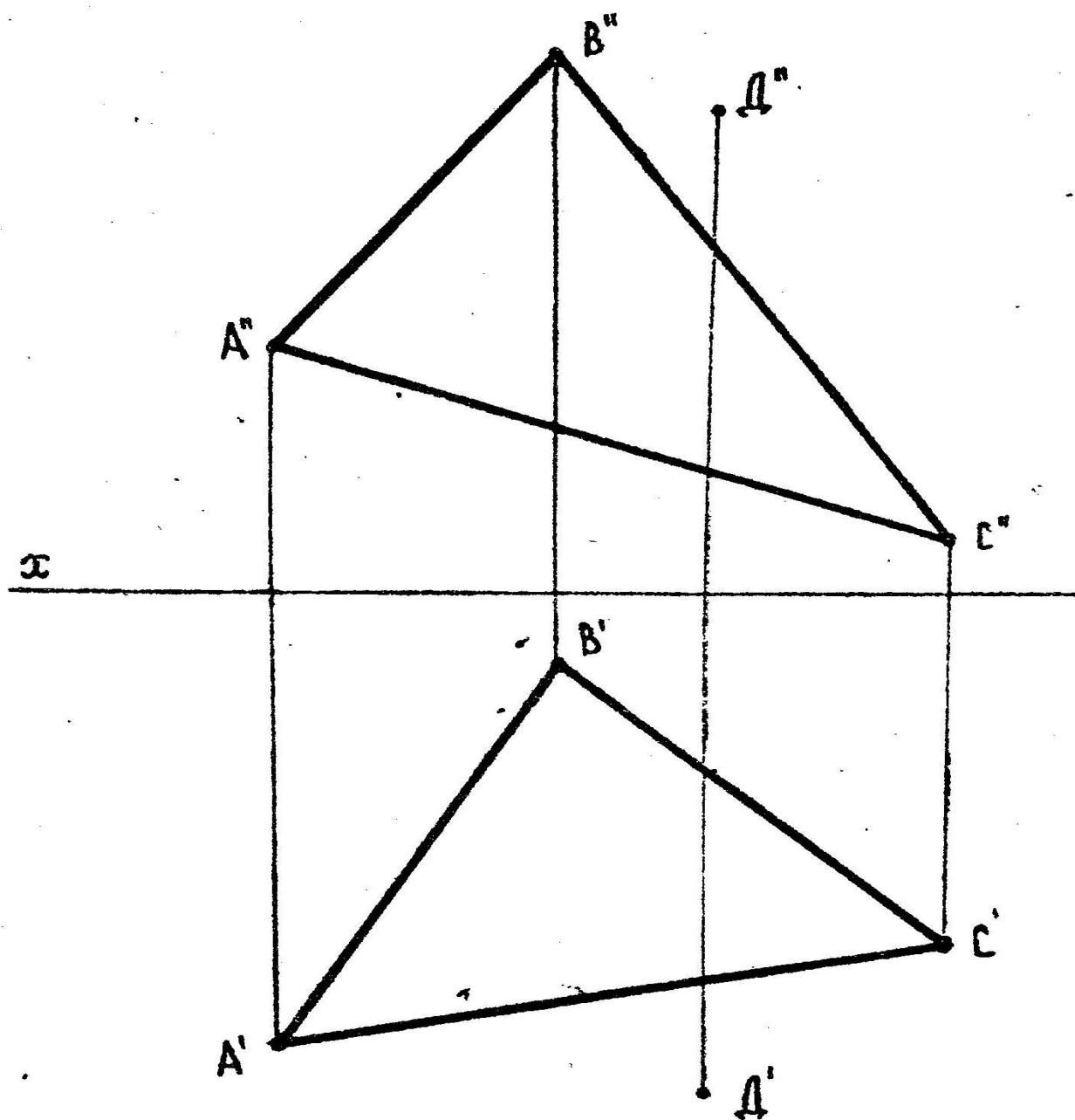
СЛЕДЫ ПРЯМОЙ



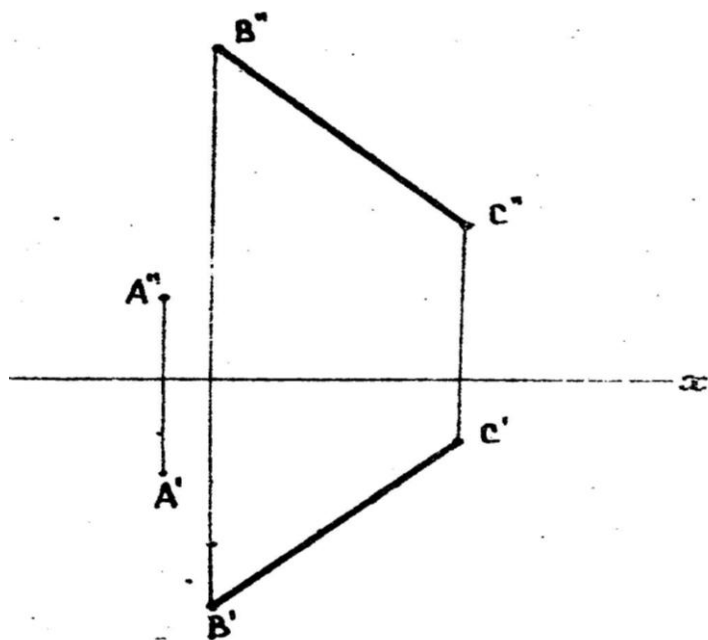
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ MN С ПЛОСКОСТЬЮ ТРЕУГОЛЬНИКА ABC 

Пересечение двух плоскостей ABC и DEF 

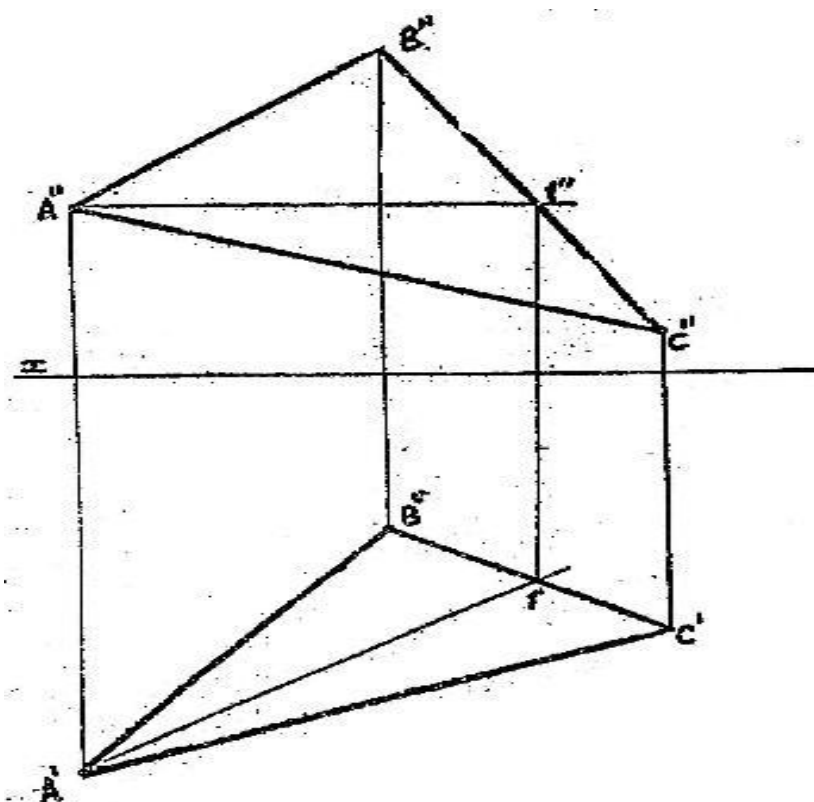
Расстояние от точки D до плоскости треугольника ABC

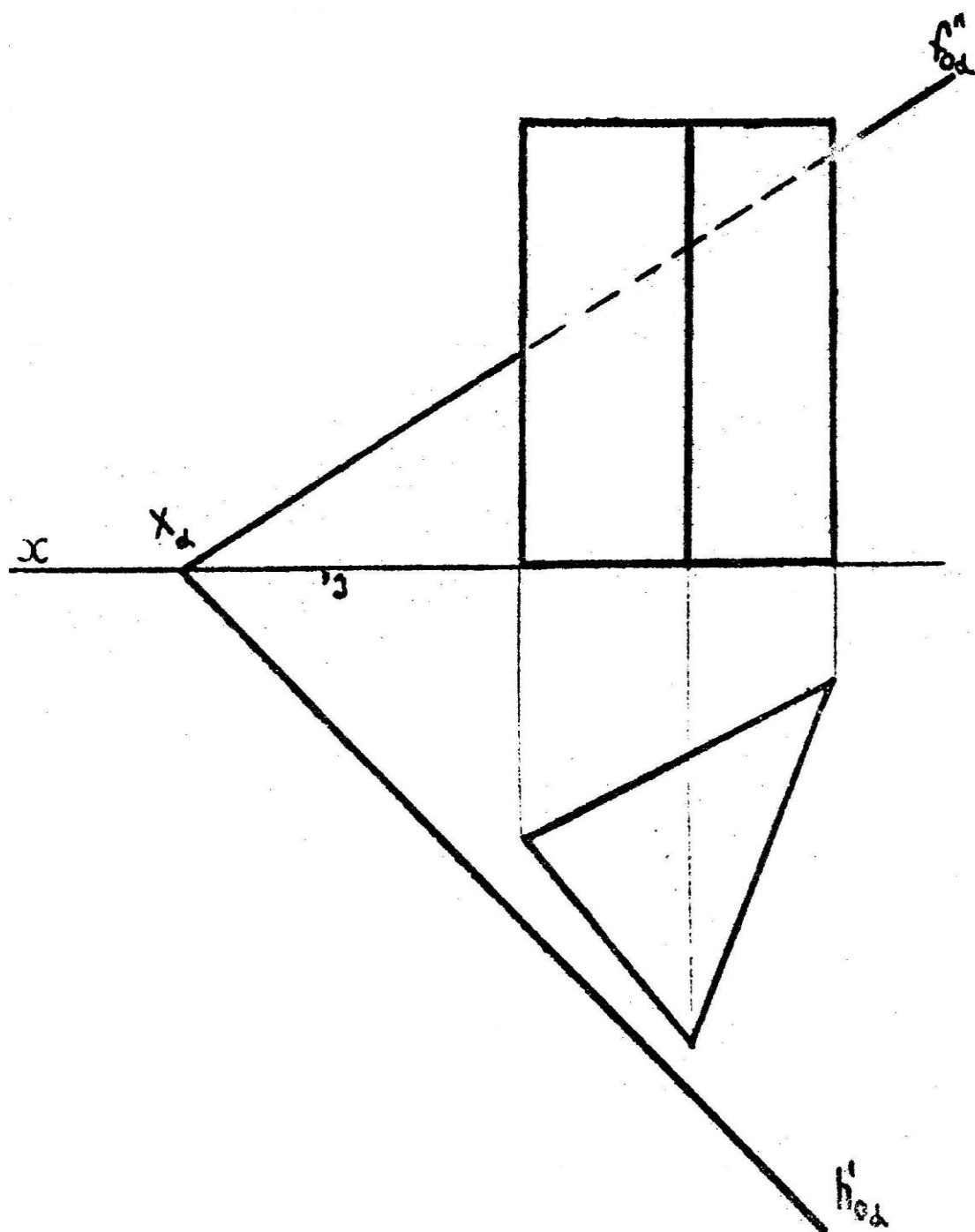


Расстояние от точки A до прямой BC

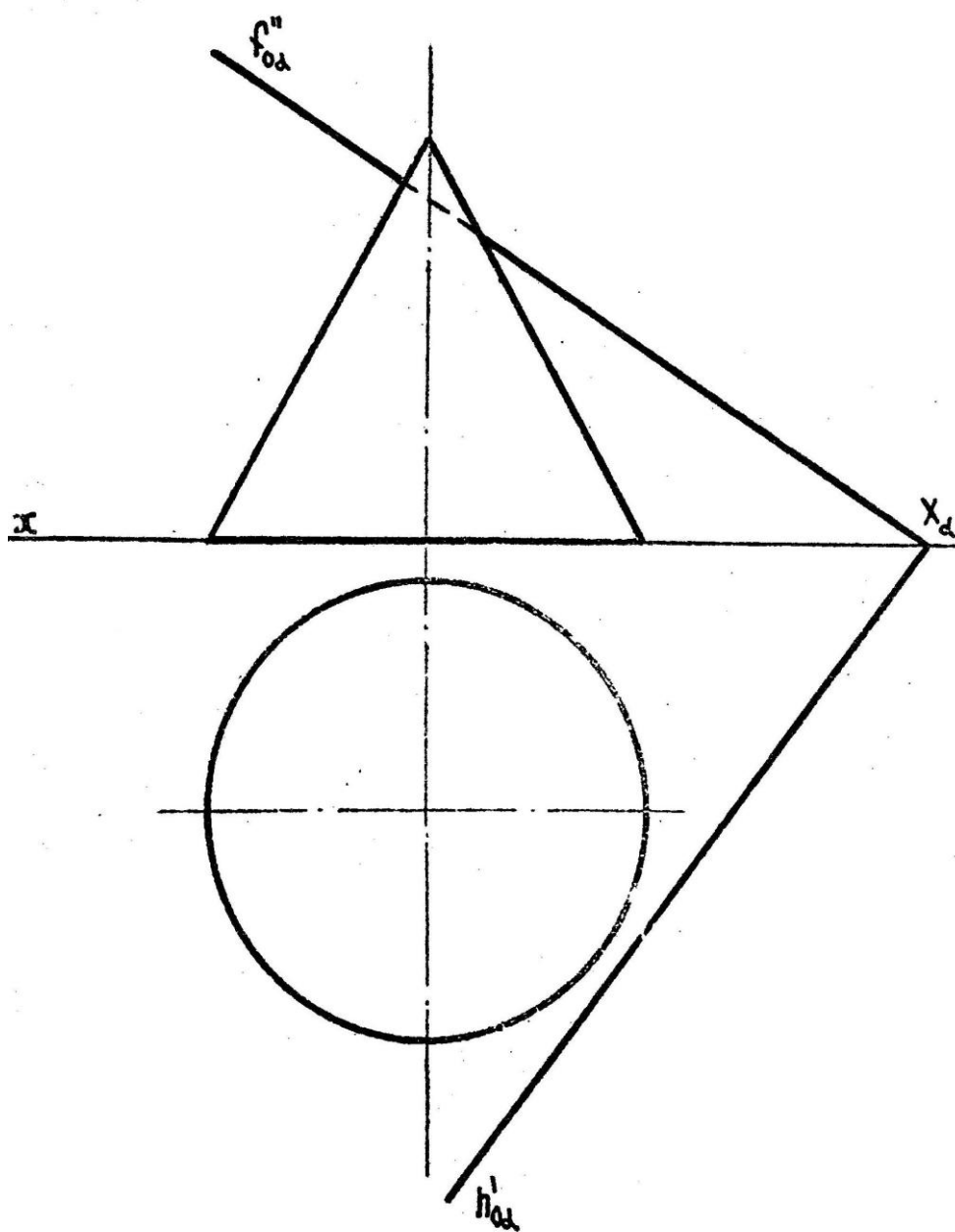


Вращение вокруг горизонтали $A 1$

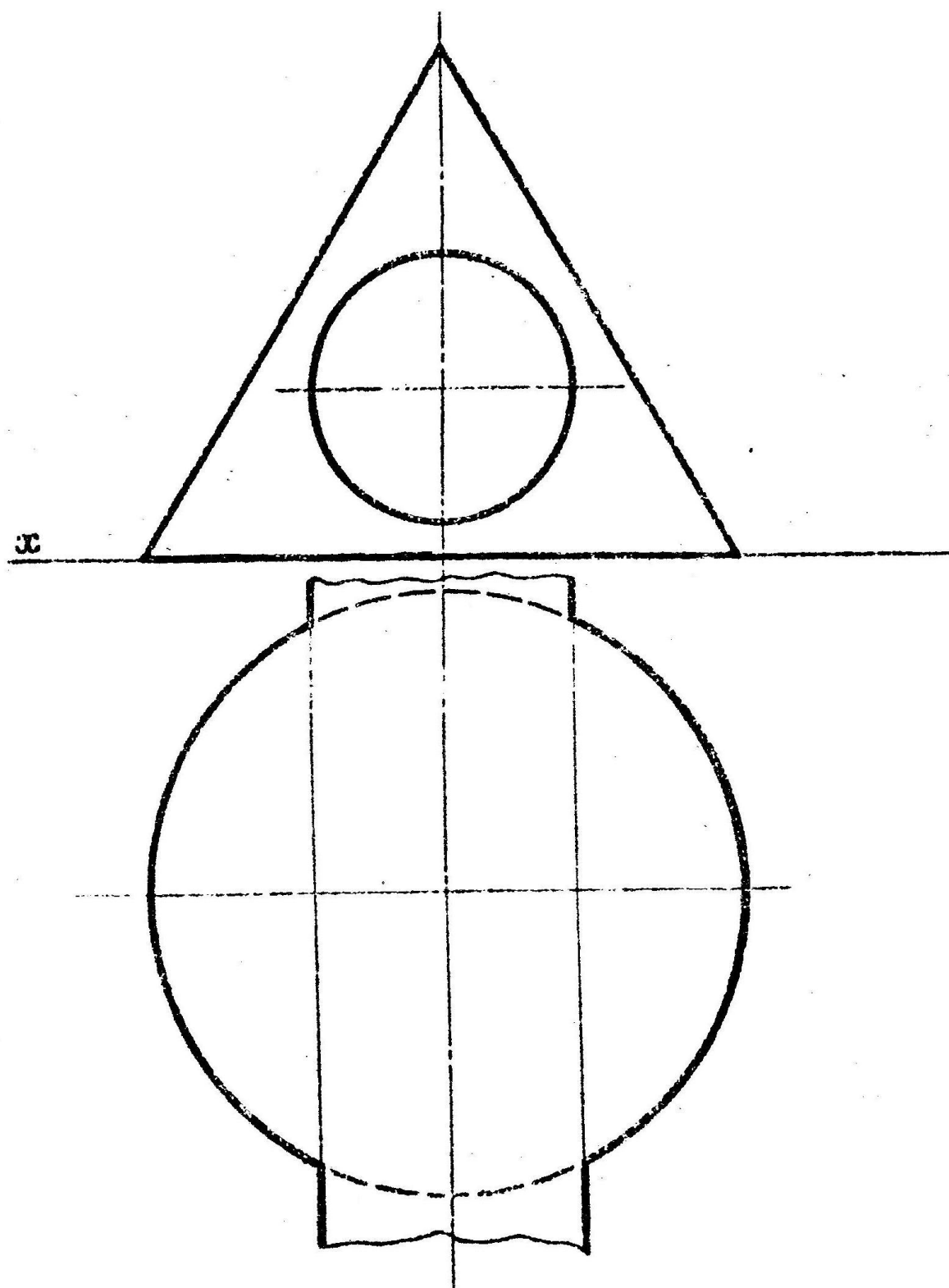


Сечение призмы плоскостью α 

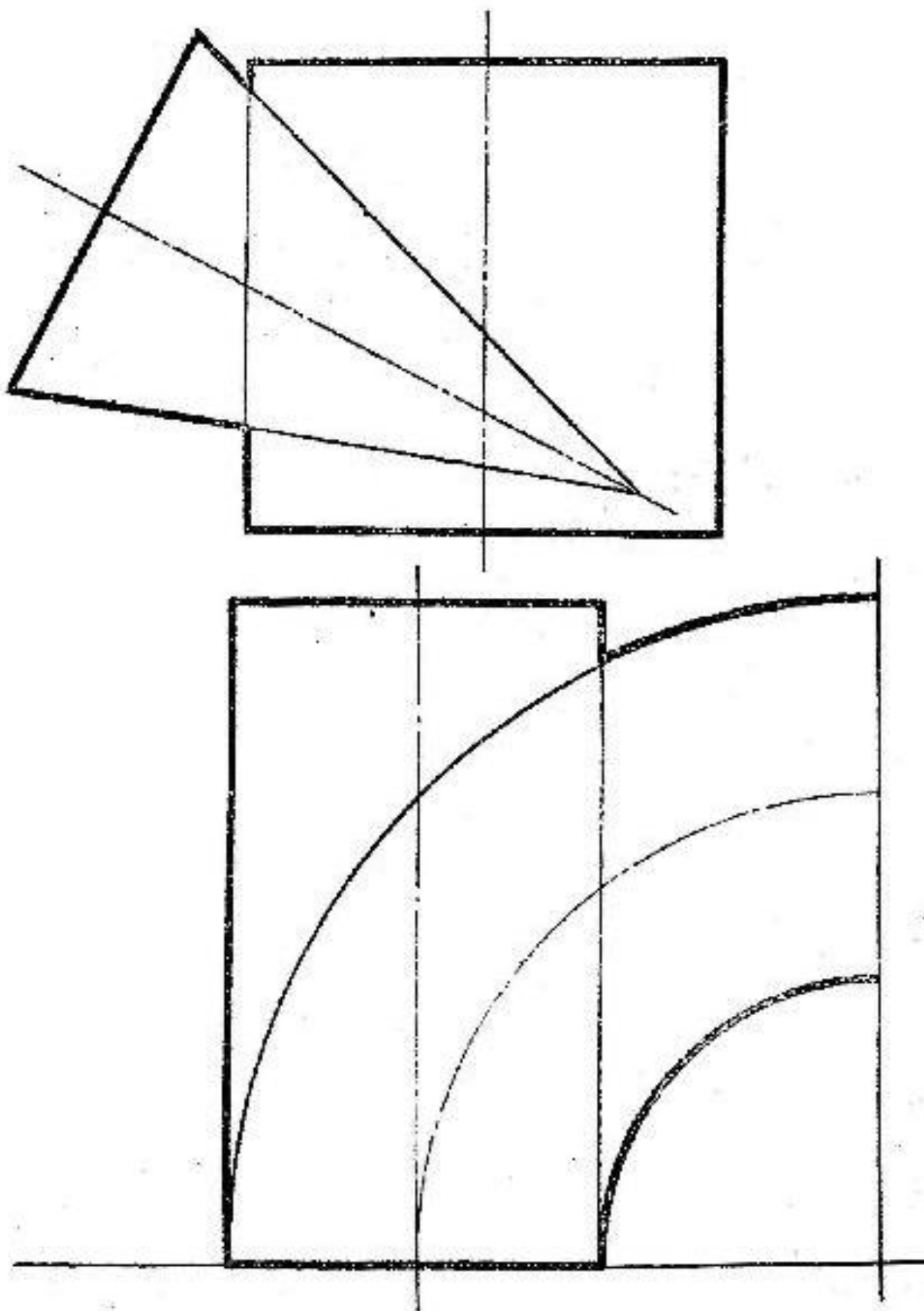
СЕЧЕНИЕ КОНУСА ПЛОСКОСТЬЮ



Пересечение поверхностей между собой



Пересечение поверхностей между собой



Рекомендуемая литература

- 1.Гордон В.О.,Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. – М.;Высшая школа, 1998.-358с.
- 2.Локтев О.В.Краткий курс начертательной геометрии. - М.:Высшая школа, 1984.-395с.
3. Начертательная геометрия/ Н.Н. Крылов и др.- М.:Высшая школа, 1977.- 256с.
4. Фролов С.А. Начертательная геометрия - М.:ИНФРА,2007.-456с.

