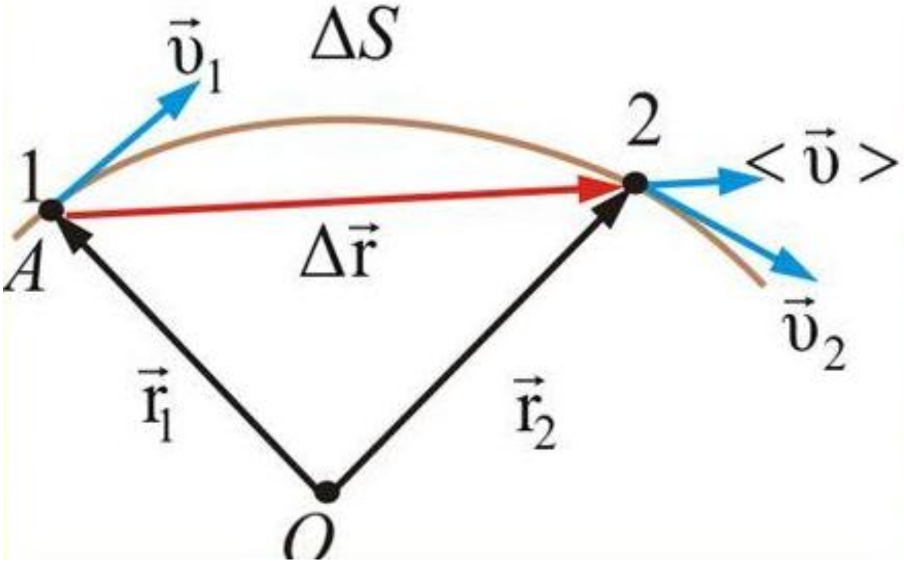
МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Казанский государственный аграрный университет»
Институт механизации и технического сервиса
Кафедра общеинженерных дисциплин

КИНЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

Учебно-методические указания для выполнения практических и самостоятельных работ по теоретической механике для студентов очной и заочной формы обучения по направлениям подготовки:
35.03.06 - «Агроинженерия»,
23.03.03 - «Эксплуатация транспортно - технологических машин и комплексов»,
20.03.01 «Техносферная безопасность»,
44.03.04 - «Профессиональное обучение» и
23.05.01 – «Наземные транспортно-технологические средства»



Казань - 2020

УДК 531.7
ББК 30.12

Составители: Мудров А. П., Яхин С.М., Пикмуллин Г.В.

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Эксплуатация и ремонт машин» ФГБОУ ВО Казанский ГАУ Шайхутдинов Р.Р.

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Машиноведение и инженерная графика» КНИТУ-КАИ Сайманов Р.Г.

Методические указания и задания по теоретической механике для самостоятельных работ (кинематика) обсуждены и рекомендованы к печати на заседании кафедры «Общеинженерные дисциплины» Казанского ГАУ (протокол №11 от 27.04.2020г.) и заседании методической комиссии Института механизации и технического сервиса Казанского государственного аграрного университета (протокол №8 от 12.05.2020г. 2020г.).

Мудров А.П. Кинематика: Учебно-методические указания для выполнения практических и самостоятельных работ по теоретической механике / А.П. Мудров, С.М. Яхин, Г.В. Пикмуллин - Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2020. - 24с.

Методические указания предназначены для выполнения студентами ИМ и ТС практических и самостоятельных работ по разделу «Кинематика» дисциплины «Теоретическая механика» и способствуют формированию компетенций для направлений подготовки: 35.03.06 «Агроинженерия», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 44.03.04 - «Профессиональное обучение» и 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства».

УДК 531.7
ББК 30.12

Введение

Теоретическая механика принадлежит к числу важнейших фундаментальных естественнонаучных, а, по мнению многих выдающихся российских учёных-механиков, - и общеинженерных дисциплин. Без хорошего её знания невозможно формирование технически грамотного специалиста в разработке, применении и обслуживании сельскохозяйственной техники. В понимании и усвоении теоретического материала огромную роль играет самостоятельная работа студентов. Данные методические указания предназначены для помощи студентам института механизации и технического сервиса в закреплении знаний теоретической механики в объеме, определенной учебной программой.

Требования к выполнению отчёта по самостоятельной работе: задание по самостоятельной работе определяется двумя последними цифрами номера зачетной книжки (студенческого билета). Решение задач задания студентами приводится в отдельной тонкой тетради в клетку, в логической последовательности, с краткими поясняющими записями. Все записи, формулы, схемы должны быть сделаны аккуратно, ясно и четко. Текст работы выполняется черной пастой, рисунки – карандашом, все формулы должны быть пронумерованы (номер ставится в круглых скобках напротив формулы у правой границы листа).

Ниже приведены задание и пример его выполнения по каждой из двух важных для практического применения тем, изучаемых в разделе «Кинематика». Это тема «Определение кинематических параметров (траектории, скорости и ускорения) движения точки» из части раздела, относящейся к «Кинематике точки». И тема «Поступательное и вращательное движения тела. Преобразование движений», рассматриваемая в части «Кинематика твёрдого тела» раздела «Кинематика».

Тема 1. Кинематика точки. Определение кинематических параметров (траектории, скорости, ускорения) движения точки

Движение точки (точки М) в плоскости, например, XOY может быть задано зависимостями ее координат $(x, y,)$ от времени (t), т.е. $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ (смотри рисунок 1.1). Эти зависимости являются кинематическими уравнениями движения точки и одновременно уравнениями её траектории в параметрической форме (параметр - время t). При необходимости можно получить уравнение траектории в координатной форме. Для этого из кинематических уравнений исключается время и получается зависимость между координатами - $y = f(x)$.

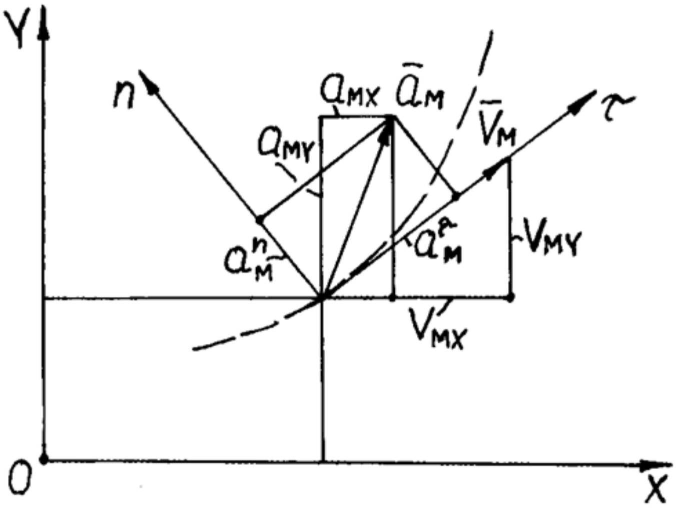


Рисунок 1.1

Скорость $(\bar{V}_М)$ точки определяется через проекции $V_{МX}, V_{МY}$ на оси x, y декартовой системы координат XOY, которые находятся дифференцированием по времени соответствующих координат:

$$V_{MX} = \frac{dx}{dt} = x_t'; \quad V_{MY} = \frac{dy}{dt} = y_t' . \tag{1.1}$$

Для определения модуля скорости можно использовать формулу:

$$V_M = \sqrt{V_{MX}^2 + V_{MY}^2}. \tag{1.2}$$

Ускорение $(\bar{a}_М)$ точки определяются также через проекции a_{MX} ,a_{MY} на оси координат. Они равны производным по времени от соответствующих проекций скорости, то есть:

$$a_{MX} = \frac{dV_{MX}}{dt} = (V_{MX})_t'; \quad a_{MY} = \frac{dV_{MY}}{dt} = (V_{MY})_t'. \tag{1.3}$$

Модуль ускорения точки находится аналогично модулю её скорости:

$$a_M = \sqrt{a_{MX}^2 + a_{MY}^2}\,. \tag{1.4}$$

Ускорение точки можно записать не только через проекции a_{MX} ,a_{MY} на оси декартовой системы координат XOY, но и через проекции a_M^τ, a_M^n на оси естественной системы координат τ M n, жёстко связанной с точкой М, то есть:

$$a_M = \sqrt{a_M^{\tau 2} + a_M^{n2}}. \tag{1.5}$$

Проекция a_M^τ ускорения на касательную ось τ называется касательным ускорением точки и находится производной по времени от скорости $\bar{V}_М$, выраженной функцией от времени:

$$a_M^\tau = \frac{dV_M}{dt}. \tag{1.6}$$

Проекция a_M^n ускорения на главную нормаль n называется нормальным ускорением точки и определяется формулой:

$$a_n = \frac{V_M^2}{\rho}, \tag{1.7}$$

где ρ - радиус траектории в данной точке.

В том случае, когда проекции на координатные оси x, y скорости $\bar{V}_М$ и ускорения $\bar{a}_М$ точки найдены, касательное ускорение можно вычислить по выражению:

$$a_M^\tau = \frac{V_{MX}\cdot a_{MX} + V_{MY}\cdot a_{MY}}{V_M}. \tag{1.8}$$

Зная касательное ускорение a_M^τ и ускорение a_M точки, нетрудно определить её нормальное ускорение a_M^n

$$a_M^n = \sqrt{a_M^2 - a_M^{\tau 2}}, \tag{1.9}$$

а по нормальному ускорению и скорости точки определяется радиус ρ кривизны траектории точки в данный момент времени:

$$\rho = \frac{a_M^n}{V_M^2}. \tag{1.10}$$

Задание 1.

Точка М движется в плоскости XOY согласно уравнениям $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$. Уравнения выбираются из таблицы 1 по двум последним цифрам номера зачетной книжки - предпоследняя определяет координату x, последняя - y. Найти: уравнение траектории точки в координатной форме, направление движения точки, а также в момент времени t (берётся по предпоследней цифре номера зачётной книжки) - положение, скорость, ускорение и радиус кривизны траектории точки.

Таблица 1 – Варианты заданий

Номер варианта для выбора x	$x = f_1(t)$, м	t, с	$y = f_2(t)$, м	Номер варианта для выбора y
0	$2t^2+1$	0,5	$5t$	0
1	$4t^2+2$	1	$2t+1$	1
2	$4t$	2	$3+3t^2$	2
3	$-5t$	1	t^3+2	3
4	$6t$	2	$-2t^2+4$	4
5	$5t^2+2$	0,5	$2t^2$	5
6	$2t-1$	1	$3t^2-2$	6
7	$6t$	2	$2t^3-3$	7
8	$2t+4$	0,5	$3t^2+2$	8
9	$8t$	1	$4t^3-2$	9

Пример выполнения задания

Дано: $x = 2t$; $y = 3t^2 + 2$; t = 2с

$y = f(x) - ?$
$x = f_1(t_1) - ?$
$y = f_2(t_1) - ?$
$V_M - ?$; $a_M - ?$; $\rho - ?$.

Решение задачи

1.Запишем уравнение траектории точки М в координатной форме, исключив из её уравнений движения время t. Из первого уравнения выражаем время t через координату x:

$$t = \frac{x}{2},$$

и подставляем во второе уравнение:

$$y = 3\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2$$

и после преобразования получаем зависимость между координатами в окончательном виде:

$$y = \frac{3x^2}{4} + 2.$$

Это уравнение параболы. Время отрицательным быть не может. Значит, и координата x тоже будет иметь только положительные значения, поэтому траекторией точки М является правая ветвь параболы (смотри рисунок 1.2).

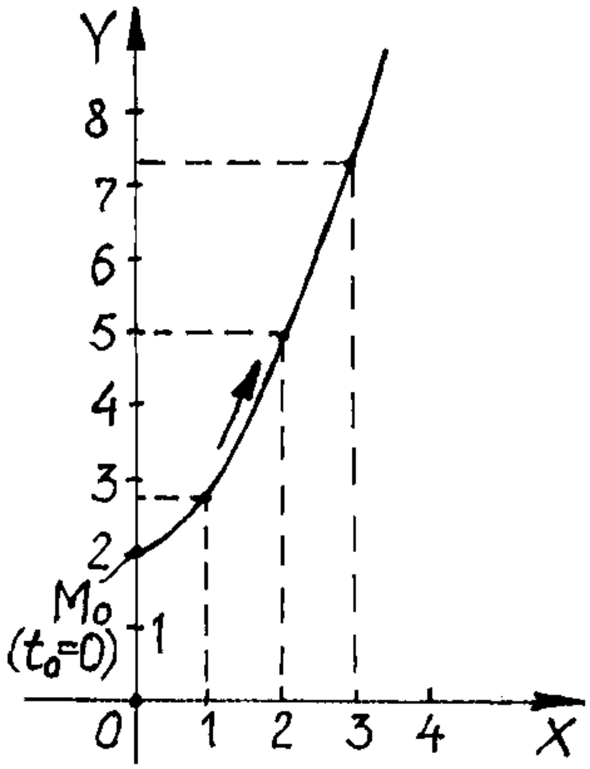


Рисунок 1.2 - траектория точки М

2. Направление движения точки определяется её координатами для двух последовательных моментов времени (например, для $t = 0$ и $t = 1\ c$). В нашем случае достаточно знать начальное положение (M_0) точки в начальный момент времени ($t = 0$). Координаты её равны: $x = 0$, $y = 2$. Направление движения точки показано на рисунке 1.2 стрелкой.

3. Положение точки в момент времени $t = 2\ c$ определим, найдя по уравнениям движения её координаты в этот момент времени:

$$x = 2 \cdot 2 = 4, \quad y = 3 \cdot 2^2 + 2 = 14.$$

4. Скорость $\bar{V}_{\text{М}}$ точки найдем через ее проекции $V_{\text{М}X}$ и $V_{\text{М}Y}$ на оси координат:

$$V_{\text{М}X} = \frac{dx}{dt} = x'_t = (2t)'_t = 2,$$

$$V_{\text{М}Y} = \frac{dy}{dt} = y'_t = (3t^2 + 2)'_t = 6t.$$

При $t = 2\ c$.

$$V_{\text{М}X} = 2 \text{ м/с};$$

$$V_{\text{М}Y} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ м/с}.$$

Модуль скорости равен:

$$V_M = \sqrt{V_{MX}^2 + V_{MY}^2} = \sqrt{2^2 + 12^2} = 12{,}17 \text{ м/с}.$$

5. Ускорение $\bar{a}_{\text{М}}$ точки найдем через ее проекции a_{MX} и a_{MY} на оси координат.

$$a_{MX} = \frac{dV_{\text{М}X}}{dt} = (V_{\text{М}X})'_t = 2'_t = 0,$$

$$a_{MY} = \frac{dV_{\text{М}Y}}{dt} = (V_{\text{М}Y})'_t = (6t)'_t = 6 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения равен

$$a_M = \sqrt{a_{MX}^2 + a_{MY}^2} = 6 \text{ м/с}^2.$$

6. Касательное a_M^τ ускорение точки найдем по формуле

$$a_M^\tau = \frac{V_{MX} \cdot a_{MX} + V_{MY} \cdot a_{MY}}{V_M},$$

для $t = 2\ c$ оно равно

$$a_M^\tau = \frac{2 \cdot 0 + 12 \cdot 6}{12{,}17} = 5{,}92 \text{ м/с}^2.$$

7. Нормальное ускорение a_n точки в момент времени $t = 2\ c$ равно

$$a_M^n = \sqrt{a_M^2 - a_M^{\tau 2}} = \sqrt{6^2 - 5{,}92^2} = 0{,}98 \text{ м/с}^2.$$

8. Радиус ρ кривизны траектории точки в момент времени $t = 2\ c$ найдем по формуле

$$\rho = \frac{V_M^2}{a_M^n} = \frac{12{,}17^2}{0{,}98} = 151{,}13 \text{ м}.$$

Тема 2. Кинематика твёрдого тела. Поступательное и вращательное движения тела. Преобразование движений

В технике, в том числе и сельскохозяйственного назначения, наиболее часто используются два простейших движения твёрдого тела - поступательное и вращательное. Напомним, что поступательным называется движение тела, при котором любая прямая, проведённая в теле остаётся параллельной своему первоначальному положению. При таком движении все точки тела движутся с одинаковыми траекториями, скоростями, ускорениями, и движение одной точки определяет движение всего тела. Вращательным называется движение тела, при котором две точки тела остаются неподвижными, и линия, проходящая через эти точки, называется осью вращения тела. Вращательное движение тела определяется углом поворота φ. Если зависимость этого угла от времени t - $\varphi = f(t)$, то есть уравнение движения известно, то можно найти угловую скорость ω и угловое ускорение ε тела. Угловая скорость ω тела вычисляется первой производной по времени от угла поворота:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_t' \qquad (2.1)$$

Угловое ускорение ε тела равно первой производной по времени от угловой скорости, выраженной зависимостью от времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega_t' \qquad (2.2)$$

Скорость (V_M) точки (т. М) тела при его вращательном движении направлена перпендикулярно кратчайшему расстоянию от точки до оси вращения тела (по касательной к траектории точки) в сторону вращения тела (по направлению угловой скорости ω) и равна: $V_M = \omega \cdot h$, м/с, где h - кратчайшее расстояние от точки до оси вращения тела.

Полное ускорение $\bar{a}_M$ точки находится через осестремительное (или нормальное) $\bar{a}_M^n$, направленное по кратчайшему расстоянию h к оси вращения тела, и вращательное (или касательное) $\bar{a}_M^\tau$, направленное перпендикулярно нормальному в сторону углового ускорения тела. Величина ускорений $\bar{a}_M^n$, $\bar{a}_M^\tau$ и $\bar{a}_M$ определяются по формулам:

$$a_M^n = \omega^2 \cdot h\,; \quad a_M^\tau = \varepsilon \cdot h; \quad a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2}\,. \qquad (2.3)$$

Задание 2.

Привод барабана лебёдки для подъёма груза 1 состоит из ступенчатых колёс 2, 3, 4, движение между которыми передаётся за счёт трения при непосредственном контакте или через ремень 5. Определить, какой закон вращения должен быть у колеса 4 для того, чтобы груз 1 поднимался по заданному в таблице 2 уравнению ($y = f(t)$).

Найти также в момент времени t = 0,5c линейные скорости и ускорения точек на ободах колёс, их угловые скорости, угловые ускорения, если радиусы больших ступеней колёс равны: R_2, R_3, R_4, а меньших - r_2, r_3. Проскальзывание ремня по колёсам и их друг по другу отсутствует.

Таблица 2 - Варианты заданий

Номер варианта	$y = f(t)$, м	R_2,м	R_3,м	R_4,м	r_2,м	r_3,м
0	$2t^2$	0,50	0,40	0,45	0,25	0,15
1	$3t^3 + 4$	0,60	0,50	0,40	0,30	0,25
2	$4t^2 - t$	0,40	0,50	0,45	0,20	0,22
3	$2t^3 + t$	0,55	0,60	0,50	0,25	0,30
4	$t^2 + 1$	0,45	0,40	0,50	0,22	0,15
5	$3t^2 + 2$	0,65	0,60	0,45	0,32	0,25
6	$t^3 + 3$	0,50	0,45	0,40	0,25	0,20
7	$2t^2 - 2t$	0,60	0,45	0,50	0,30	0,20
8	$1{,}5t^3 + 2t$	0,40	0,50	0,45	0,20	0,25
9	$3t^2 + 4t$	0,55	0,60	0,40	0,22	0,30

Рисунки к заданию

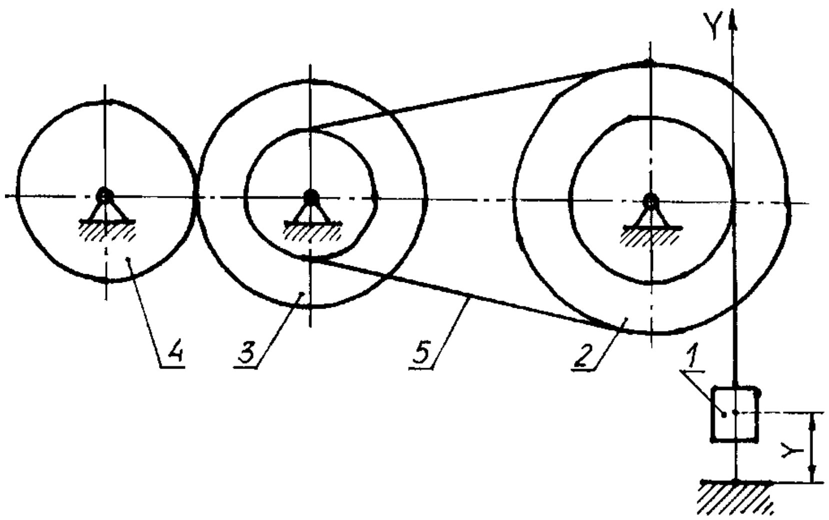


Рисунок 2.0

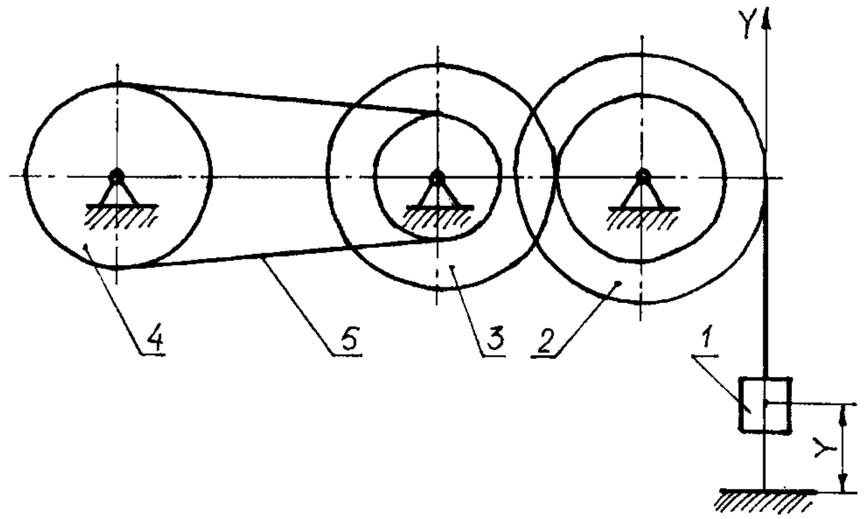


Рисунок 2.1

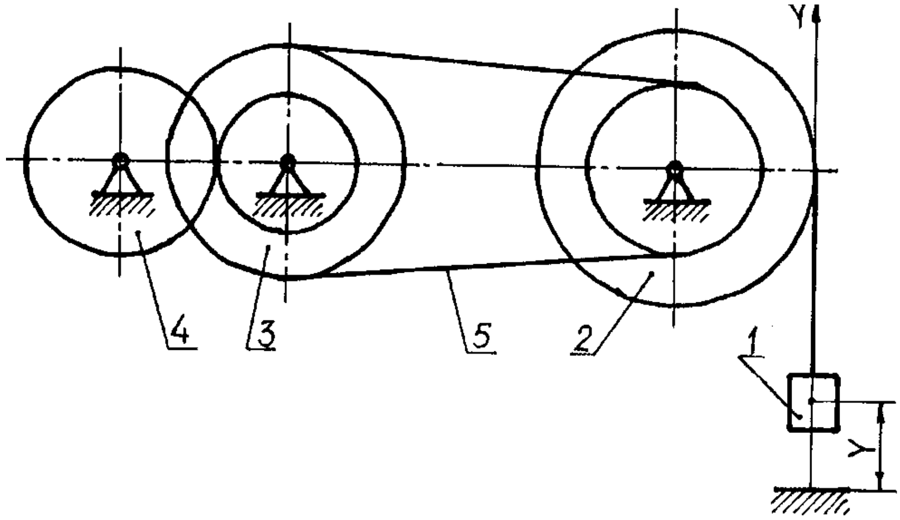


Рисунок 2.2

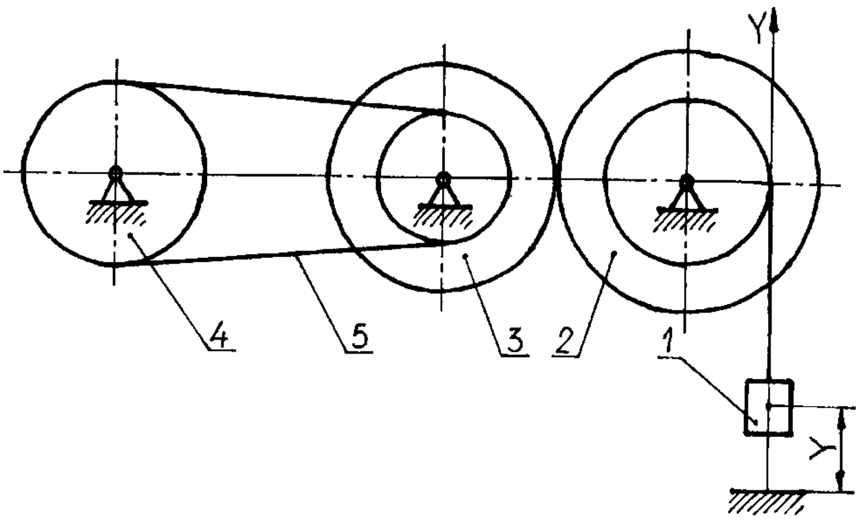


Рисунок 2.3

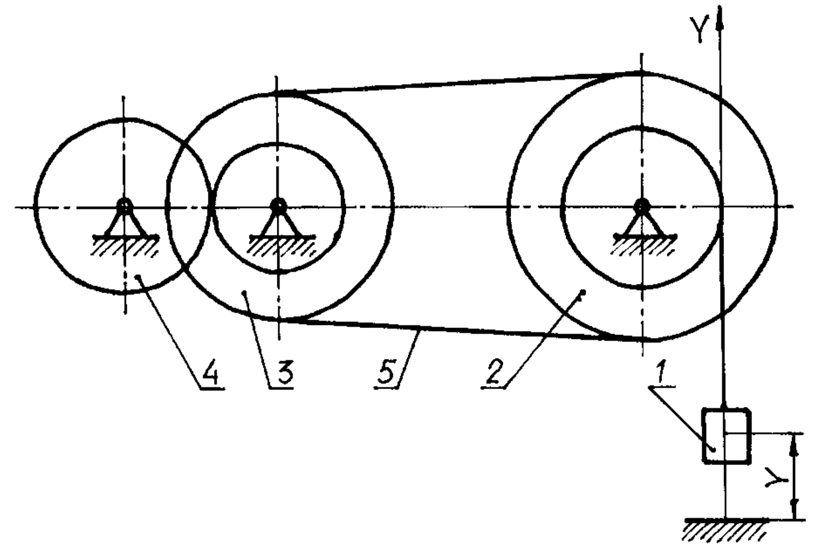


Рисунок 2.4

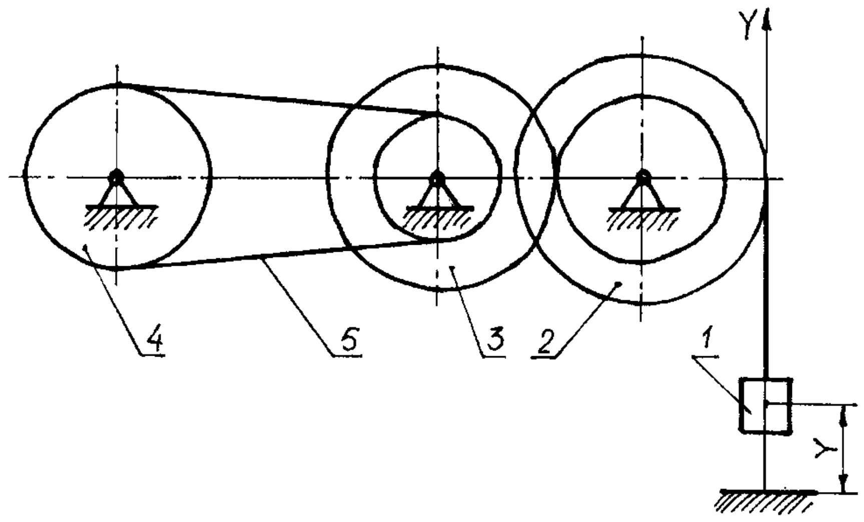


Рисунок 2.5

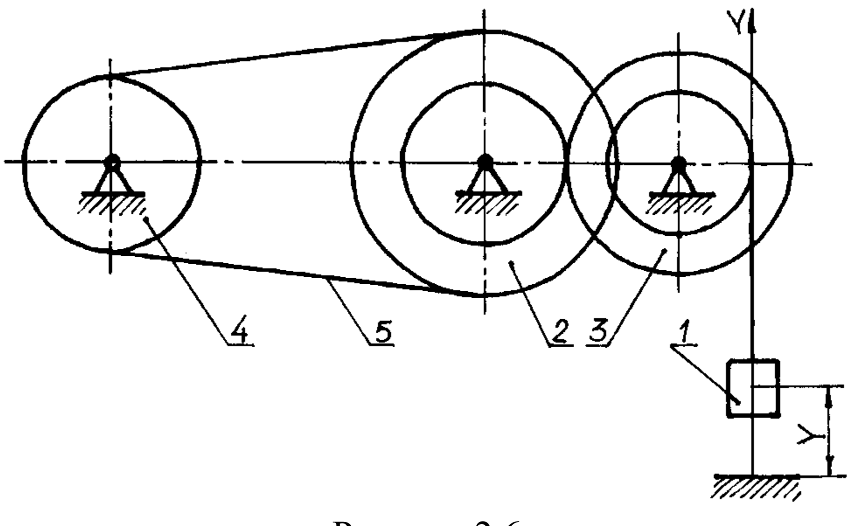


Рисунок 2.6

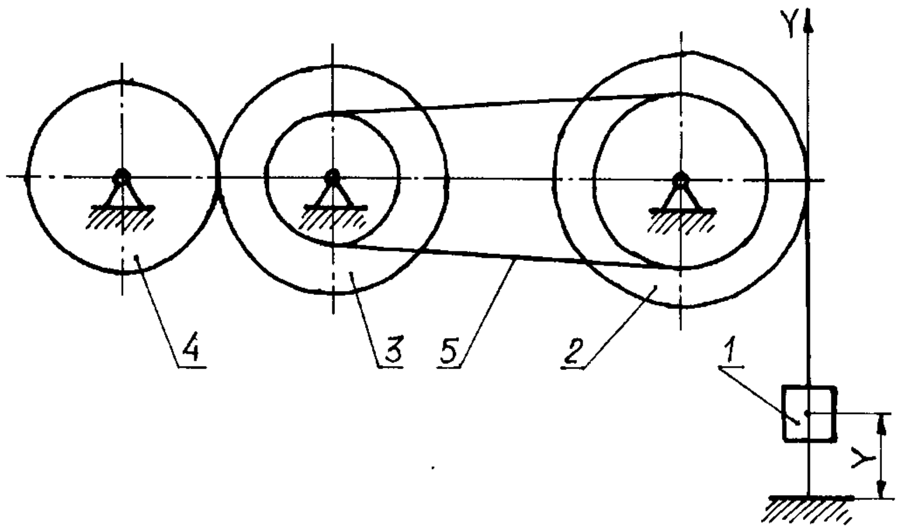


Рисунок 2.7

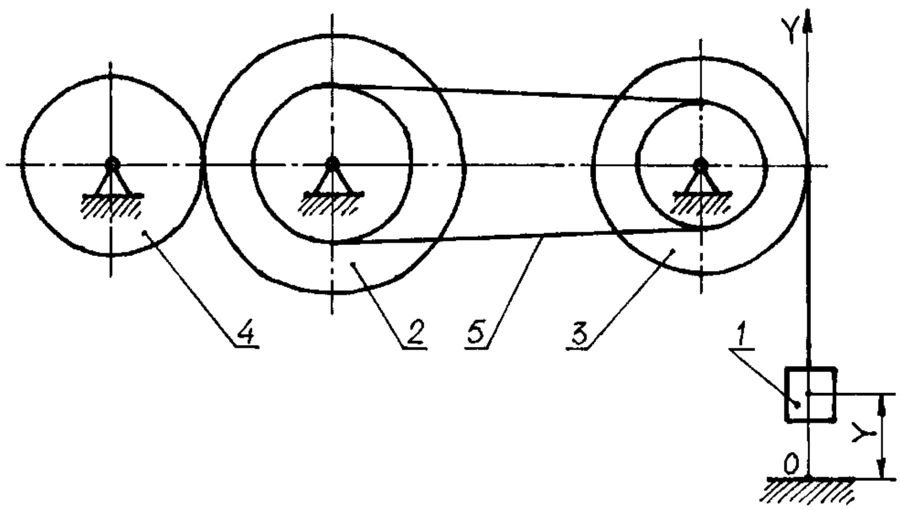


Рисунок 2.8

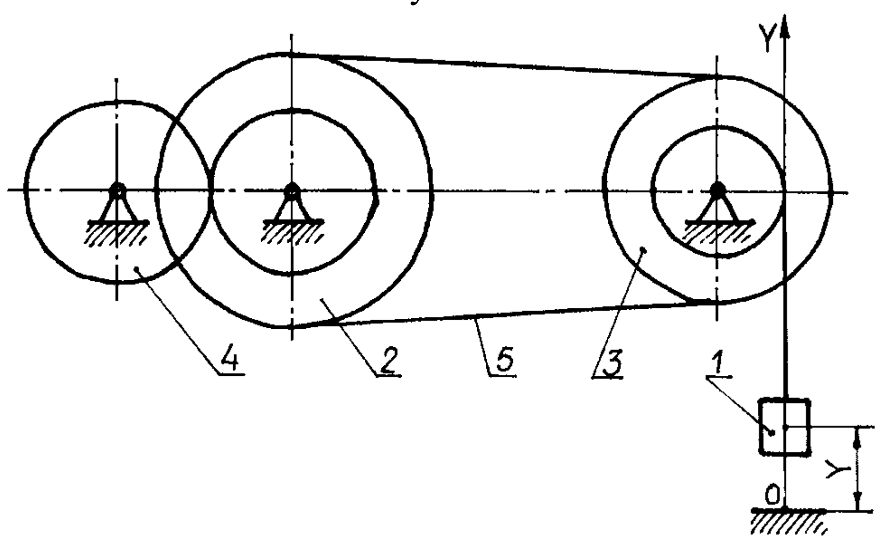


Рисунок 2.9

Пример выполнения задания

Дано: Рисунок 2.10, $y = 3t^3 - 2t$, t= 0,5с,

R_2=0,50м, R_3=0,45м, R_4=0,40м, r_2=0,30м, r_3=0,20м.

$\varphi_4 = f_1(t) - ?; V_D - ?;\ a_D - ?;\ V_M - ?;\ a_M - ?; V_C - ?;\ a_C - ?$; $\omega_2 - ?$; $\omega_3 - ?$; $\omega_4 - ?$; $\varepsilon_2 - ?$; $\varepsilon_3 - ?$; $\varepsilon_4 - ?$

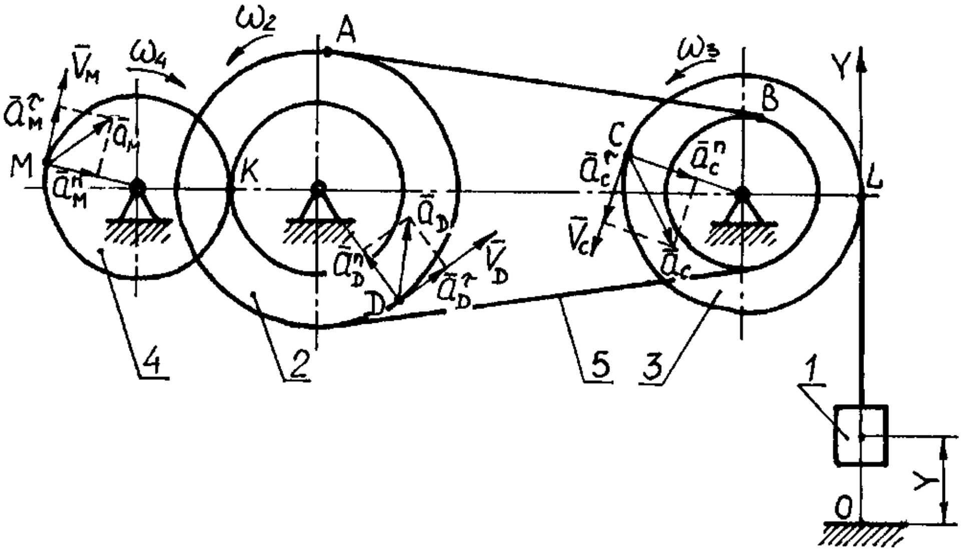


Рисунок 2.10

Решение задачи

1. Определим, сначала закон движения колеса 4, необходимый для подъёма груза 1 по закону $y = 3t^3 - 2t$. Рассмотрим, как движение передаётся между этими телами. Трос, к которому прикреплён груз 1, наматывается на барабан 3 радиуса R_3 , и перемещение точки L равно перемещению груза ($S_L = y$). Жёстко скреплённое с барабаном колесо радиуса r_3 через ремень 5 связано со шкивом ступенчатого колеса 2 радиуса R_2 . Поскольку проскальзывание ремня по колёсам (шкивам) не учитывается, перемещения точек A и B одинаковые, то есть

$$S_A = S_B = \frac{S_L \cdot r_3}{R_3} = \frac{y \cdot r_3}{R_3}.$$

Малая ступень радиуса r_2 вращающегося вокруг неподвижной оси колеса 2 находится в непосредственном контакте (в точке K) с колесом 4 радиуса R_4, которое тоже вращается вокруг неподвижной оси. Закон этого вращения (то есть $\varphi_4 = f_1(t)$) можно найти через перемещение точки K

$$S_K = \varphi_4 \cdot R_4 = \varphi_2 \cdot r_2,$$

где φ_2, φ_4 - углы вращения колёс соответственно 2 и 4. Отсюда получаем

$$\varphi_4 = \frac{\varphi_2 \cdot r_2}{R_4} = \frac{\frac{S_A}{R_2} \cdot r_2}{R_4} = \frac{y \cdot r_2 \cdot r_3}{R_2 \cdot R_3 \cdot R_4} = \frac{(3t^3 - 2t) \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}20}{0{,}50 \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}40} = 2t^3 - 1{,}34t.$$

2. Найдём скорость точки C на ободе колеса 3. Она равна по модулю скорости точки L, так как эти точки одного колеса находятся на одинаковых расстояниях от оси его вращения. Тогда

$$V_C = V_L = \frac{dy}{dt} = y'_t = (3t^3 - 2t)'_t = 9t^2 - 2,$$

при t = 0,5с скорость точки C: $V_C = 9 \cdot 0{,}5^2 - 2$ =0,25 м/с. Скорость точки C показана на рисунке 2.10 вектором $\overrightarrow{V_C}$, перпендикулярным кратчайшему расстоянию до оси вращения колеса и направленным в сторону его вращения (по направлению угловой скорости ω_3)

3. Ускорение a_C точки C определим через нормальное или центростремительное a_C^n и касательное или вращательное a_C^τ ускорения. Для чего найдём сначала угловые скорость ω_3 и ускорение ε_3 вращения колеса 3. Угловая скорость ω_3 вычисляется по формуле

$$\omega_3 = \frac{V_L}{R_3} = \frac{9t^2 - 2}{0{,}45} = 20t^2 - 4{,}44,$$

для t = 0,5с она равна: $\omega_3 = 20 \cdot 0{,}5^2 - 4{,}44 = 0{,}56$ рад/с. Угловое ускорение ε_3 найдем, взяв производную по времени от угловой скорости, выраженной функцией времени

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = (\omega_3)'_t = (20t^2 - 4{,}44)'_t = 40t,$$

для t = 0,5с $\varepsilon_3 = 40t = 40 \cdot 0{,}5 = 20$ рад/с^2.

Тогда ускорение точки C в момент времени t = 0,5с определится выражением

$$a_C = \sqrt{(a_C^n)^2 + (a_C^\tau)^2} = \sqrt{(\omega_3{}^2 R_3)^2 + (\varepsilon_3 R_3)^2} = R_3\sqrt{\omega_3{}^4 + \varepsilon_3{}^2} =$$

$$= 0{,}45\sqrt{0{,}56^4 + 20^2} = 9\ \text{м/с}^2.$$

Ускорения a_C, a_C^n, a_C^τ, как векторные величины, показаны на рисунке 2.10.

4. Скорости и ускорения точек вращающегося тела, находящихся на одном расстоянии от его оси вращения, по модулю равны. Значит, скорость и ускорение точки D по величине равны скорости и ускорению точки A. Определим их так же, как кинематические параметры точки C. Угловую скорость вращения колеса 2 найдём из равенства скоростей точек A и B

$$V_A = V_B \text{ или } \omega_2 R_2 = \omega_3 r_3 .$$

Отсюда

$$\omega_2 = \frac{\omega_3 r_3}{R_2} = \frac{(20t^2 - 4{,}44) r_3}{R_2} = \frac{(20t^2 - 4{,}44) \cdot 0{,}20}{0{,}50} = 8t^2 - 1{,}78,$$

для $t = 0{,}5$с получим $\omega_2 = 8 \cdot 0{,}5^2 - 1{,}78 = 0{,}22$ рад/с.

Угловое ускорение ε_2 вычислим по формуле

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = (\omega_2)'_t = (8t^2 - 1{,}78)'_t = 16t,$$

при $t = 0{,}5$с оно равно $\varepsilon_2 = 16 \cdot 0{,}5 = 8$ рад/с^2. Тогда скорость точки D в указанный момент времени определим по выражению

$$V_D = V_A = \omega_2 R_2 = 0{,}22 \cdot 0{,}50 = 0{,}11 \text{м/с}.$$

Найдём для того же значения времени ускорение точки D

$$a_D = \sqrt{(a_D^n)^2 + (a_D^\tau)^2} = \sqrt{({\omega_2}^2 R_2)^2 + (\varepsilon_2 R_2)^2} = R_2 \sqrt{{\omega_2}^4 + {\varepsilon_2}^2} =$$
$$= 0{,}50\sqrt{0{,}22^4 + 8^2} = 4 \text{м/с}^2.$$

Угловая скорость ω_2 (угловое ускорение ε_2 направлено в ту же сторону), а также линейные скорость V_D и ускорения a_D, a_D^n, a_D^τ, как векторные величины, показаны на рисунке 2.10.

5. Вычислим скорость и ускорение точки М колеса 4, расположенной на расстоянии R_4 от оси его вращения. Определим сначала угловые скорость и ускорение колеса. Оно находится в зацеплении с малой ступенью радиуса r_2 ступенчатого колеса 2. Тогда, угловые скорости колёс связаны равенством

$$\omega_4 \cdot R_4 = \omega_2 \cdot r_2,$$

отсюда

$$\omega_4 = \frac{\omega_2 r_2}{R_4} = \frac{(8t^2 - 1{,}78) r_2}{R_4} = \frac{(8t^2 - 1{,}78) \cdot 0{,}30}{0{,}40} = 6t^2 - 1{,}34,$$

при $t = 0{,}5$с угловая скорость - $\omega_4 = 6 \cdot 0{,}5^2 - 1{,}34 = 0{,}16$ рад/с.

Угловое ускорение ε_4 вращения колеса 4 найдём из формулы

$$\varepsilon_4 = \frac{d\omega_4}{dt} = (\omega_4)'_t = (6t^2 - 1{,}34)'_t = 12t,$$

для $t = 0{,}5$с угловое ускорение - $\varepsilon_4 = 12 \cdot 0{,}5 = 6$ рад/с^2.

Линейную скорость точки М для заданного момента времени $t = 0{,}5$с вычислим по известной зависимости

$$V_M = \omega_4 R_4 = 0{,}16 \cdot 0{,}40 = 0{,}064 \text{м/с}.$$

Для того же момента времени найдём линейное ускорение этой точки

$$a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2} = \sqrt{({\omega_4}^2 R_4)^2 + (\varepsilon_4 R_4)^2} = R_4 \sqrt{{\omega_4}^4 + {\varepsilon_4}^2} =$$
$$= 0{,}40\sqrt{0{,}16^4 + 6^2} = 2{,}4 \text{м/с}^2.$$

Угловая скорость ω_4 (угловое ускорение ε_4 направлено так же) колеса 4, линейная скорость V_M его точки, а также линейные ускорения a_M, a_M^n, a_M^τ, как векторные величины, показаны на рисунке 2.10.

Вопросы для самоподготовки

1. Предмет кинематики?
2. Какое движение называется механическим?
3. Что называется системой отсчёта?
4. Что такое траектория точки?
5. Что значит «задать движение» точки?
6. Какие способы задания движения точки знаете?
7. Что такое перемещение? Чем оно отличается от пройденного пути?
8. Что называется скоростью точки?
9. Что такое среднее ускорение точки?
10. Какое движение тела называется поступательным, какое – вращательным, какое – плоским?
11. Какими параметрами определяется положение тела при этих движениях?
12. Как проводится определение скорости по графику перемещения?
13. Как проводится графическое дифференцирование?
14. Показать на графиках, когда точка движется ускоренно, а когда – замедленно.

Вопросы и задания к выполнению самостоятельной работы по разделу «Кинематика»

1. Изложить содержание координатного способа задания движения точки. Дать определение траектории точки.

2. Дать определение вектора скорости точки.

3. Изложить способ вычисления вектора скорости точки при координатном способе задания ее движения.

4. Дать определение вектора ускорения точки.

5. Изложить способ вычисления вектора ускорения точки при координатном способе задания ее движения.

6. Изложить содержание естественного способа задания движения точки. Привести пример.

7. Изложить способ вычисления вектора скорости точки при естественном способе задания ее движения.

8. Изложить способ вычисления вектора ускорения точки при естественном способе задания ее движения.

9. Охарактеризовать естественный трехгранник. Записать векторы скорости и ускорения точки в осях естественного трехгранника.

10. Дать определение поступательного движения абсолютно твердого тела и изложить его основные свойства.

11. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Закон вращения, угловая скорость, угловое ускорение.

12. Вычисление скорости любой точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси (формула Эйлера).

13. Вычисление ускорения любой точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

14. Плоскопараллельное движение твердого тела. Законы движения.

15. Получить формулу, связывающую в данный момент времени скорости двух любых точек плоской фигуры.

16. Доказать теорему о проекциях скоростей концов отрезка, соединяющего две любые точки плоской фигуры, на направление этого отрезка.

17. Мгновенный центр скоростей. Использование мгновенного центра скоростей для определения мгновенных скоростей точек плоской фигуры. Дать формулировку термина и показать примеры определения этого центра.

18. Рассмотреть возможные случаи определения положения мгновенного центра скоростей.

19. Получить формулу, связывающую в данный момент времени ускорения двух любых точек плоской фигуры.

20. Мгновенный центр ускорений. Использование мгновенного центра ускорений для определения мгновенных ускорений точек плоской фигуры. Дать формулировку термина и показать примеры определения этого центра.

21. Рассмотреть возможные случаи определения положения мгновенного центра ускорений.

22. Движение тела с одной шарнирно закрепленной точкой (сферическое движение). Законы движения (углы Эйлера).

23. Получить формулу для определения скорости любой точки тела при сферическом движении.

24. Получить формулу для определения ускорения любой точки тела при сферическом движении.

25. Вращательное и осестремительное ускорения точки. Мгновенная ось вращения.

26. Движение свободного твердого тела. Законы движения.

27. Получить формулу для определения скорости любой точки свободного твердого тела.

28. Получить формулу для определения ускорения любой точки свободного твердого тела

29. Сложное движение точки. Изложить основные понятия и определения.

30. Вывести формулы Пуассона.

31. Получить формулу, связывающую абсолютную и относительную производные вектора.

32. Доказать теорему сложения скоростей при сложном движении точки.

33. Доказать теорему сложения ускорений при сложном движении точки (теорема Кориолиса).

34. Указать случаи обращения в нуль ускорения Кориолиса.

35. Сформулировать правило Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса.

36. Дать определение кинематических инвариантов.

37. Изложить аналогии между теоремами статики и кинематики.

Задания К1—К4, К7 и К9 из сборника заданий для курсовых работ по теоретической механике под ред. А.А. Яблонского.

Литература

1. Бать, М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах. В 2 т. Т. 1. Статика и кинематика / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. - СПб.: Лань, 2013. - 672 с.

2. Мещерский, И. В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие / И. В. Мещерский ; под редакцией В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. — 52-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4190-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/115729.

3. Яблонский, А.А. Курс теоретической механики. Часть 1. /А.А. Яблонский, В.А. Никифоров – М.: В.Ш., 2015. – 410с.

4. Яблонский, А.А. Курс теоретической механики. Часть 2. /А.А. Яблонский, В.А. Никифоров – М.: В.Ш., 2015. – 352с.

4. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 2007. – 478с.

Программное обеспечение

1.Теоретическая механика. Часть II. Кинематика. Мультимедийное обучающее электронное издание. – Саранск: МГУ им. Н.П. Огарева, 2010.