

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Казанский государственный аграрный университет»

Институт механизации и технического сервиса

Кафедра общепрофессиональных дисциплин

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ  
(Часть 3)**

Учебно-методические указания для лабораторных и  
самостоятельных работ для студентов очной и  
заочной формы обучения по направлениям подготовки:

35.03.06 - «Агроинженерия»,  
23.03.03 - «Эксплуатация транспортно -  
технологических машин и комплексов»,  
20.03.01 «Техносферная безопасность»,  
23.05.01 – «Наземные транспортно-технологические средства»

Казань, 2017

УДК 808.2

ББК 141.2-7

Составители: Пикмуллин Г.В., Мустафин А.А.

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор кафедры «Эксплуатация и ремонт машин» Казанского ГАУ Адигамов Н.Р.

Кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов КНИТУ Сидорин С.Г.

Учебно-методические указания для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по сопротивлению материалов (часть 3) обсуждены и рекомендованы к печати на заседании кафедры общепрофессиональных дисциплин Казанского ГАУ (протокол №11 от 10.05.2017г.) и заседании методической комиссии Института механизации и технического сервиса Казанского государственного аграрного университета (протокол №10 от 08.06.2017г.).

Пикмуллин Г.В. Учебно-методические указания для выполнения лаб. и самост. работ по сопротивлению материалов (часть 3) / Г.В. Пикмуллин, А.А Мустафин. - Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2017. - 36 с.

Учебно-методические указания предназначены для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по дисциплине «Сопротивление материалов» и способствуют формированию общепрофессиональных и профессиональных компетенций для направлений подготовки: 35.03.06 «Агроинженерия», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 20.03.01 «Техносферная безопасность» и 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства».

УДК 808.2

ББК 141.2-7

©Казанский государственный аграрный университет, 2017г.

## Введение

Основная цель лабораторных работ по сопротивлению материалов - изучение механических свойств материалов и экспериментальная проверка теоретических положений.

Для выполнения лабораторных работ студент должен предварительно ознакомиться с постановкой испытаний, устройством машин, приборов, порядком выполнения работ.

Должны быть выявлены цель и ожидаемые результаты лабораторной работы. Все наблюдения, записи и подсчёты вносятся в журнал в процессе выполнения лабораторной работы. Отчёт о выполненной работе должен быть закончен в лаборатории.

Самостоятельная работа студентов (домашние задания, рефераты, расчетно-графические работы и др.) должна обеспечить выработку навыков самостоятельного творческого подхода к решению технологических задач, дополнительную проработку основных положений дисциплины, приобретение навыков работы с научно-технической литературой.

Знания и навыки, полученные при изучении данного курса «Сопротивление материалов», широко применяются студентами при изучении других дисциплин на следующих курсах.

Настоящее методическое руководство разработано на основе многолетнего опыта кафедры «Общеинженерные дисциплины» Казанского ГАУ.

## Лабораторная работа 10

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА $G$

**Цель работы.** Проверка закона Гука при кручении и определение модуля упругости при сдвиге.

**Теоретическая часть.**

Известно, что при кручении образцов цилиндрической формы его элементы испытывают чистый сдвиг:

$$\tau = \gamma \cdot G, \quad (1)$$

где  $G$  – модуль упругости второго рода (модуль сдвига), в Па (МПа),  
 $\gamma$  - угол сдвига является мерой деформации.

Эта формула выражает закон Гука при сдвиге. Касательное напряжение прямо пропорционально сдвигу.

Между модулем упругости  $E$  первого рода, коэффициентом Пуассона  $\mu$  и модулем сдвига  $G$  существует взаимосвязь:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \approx 0,4E. \quad (2)$$

Например, для стали  $G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа (Н/мм<sup>2</sup>).

Чистый сдвиг в реальных конструкциях реализовать крайне сложно, так как происходит дополнительный изгиб стержня даже при сравнительно небольшом расстоянии между плоскостями действия сил.

Из этой формулы видно, что модуль сдвига  $G$ , как и модуль упругости  $E$ , выражается в МПа, кГ/см<sup>2</sup>, кГ/мм<sup>2</sup>.

Модули сдвига  $G$  не одинаковы для различных материалов и находятся опытным путем при испытании образцов на кручение.

Как известно, диаграмма кручения на начальном участке прямолинейна. На этом участке деформация образца прямо пропорциональна нагрузке крутящему моменту. Формула закона Гука при кручении имеет следующий вид:

$$\phi = \frac{Tl}{GJ_{\phi}}, \quad (3)$$

где  $T$  - крутящий момент;

$\phi$  - угол закручивания, то - есть угол поворота одного сечения относительно другого;

$l$  - расстояние между этими сечениями;

$J_{\phi}$  - полярный момент инерции сечения образца.

Полярный момент инерции для круглого сечения диаметром  $d$  определяется по формуле:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} . \quad (4)$$

Из формулы закона Гука при кручении видно, что стержень деформируется тем меньше, чем больше модуль сдвига материала. Значит, модуль сдвига является физической постоянной материала, характеризующей его жесткость, то есть способность сопротивляться упругим деформациям при сдвиге.

При известных в опыте значениях длины образца  $l$ , полярного момента инерции сечения  $J_p$  измеряют в процессе испытаний величину крутящего момента  $T$  и соответствующий ему угол закручивания  $\varphi$  и подсчитывают величину модуля сдвига  $G$ .

Для проверки справедливости закона Гука при кручении нужно давать крутящий момент равными ступенями и измеряя при этом углы закручивания образца, убедиться в том, что равным приращениям крутящего момента соответствуют равные приращения деформаций.

При определении величины модуля сдвига образец подвергают испытанию на машине ГЗИП для испытания на кручение, описание которой приводится в первой части одноименного методического пособия.

Величина напряжений в материале образца при испытании не должна превышать предела пропорциональности при кручении, поэтому деформации будут весьма малыми. Для их измерения применяют зеркальный прибор.

### **Зеркальный прибор для измерения углов поворота.**

Этот прибор является самым простым и распространенным прибором для измерения угловых перемещений. Схема зеркального прибора показана на рисунке 1.

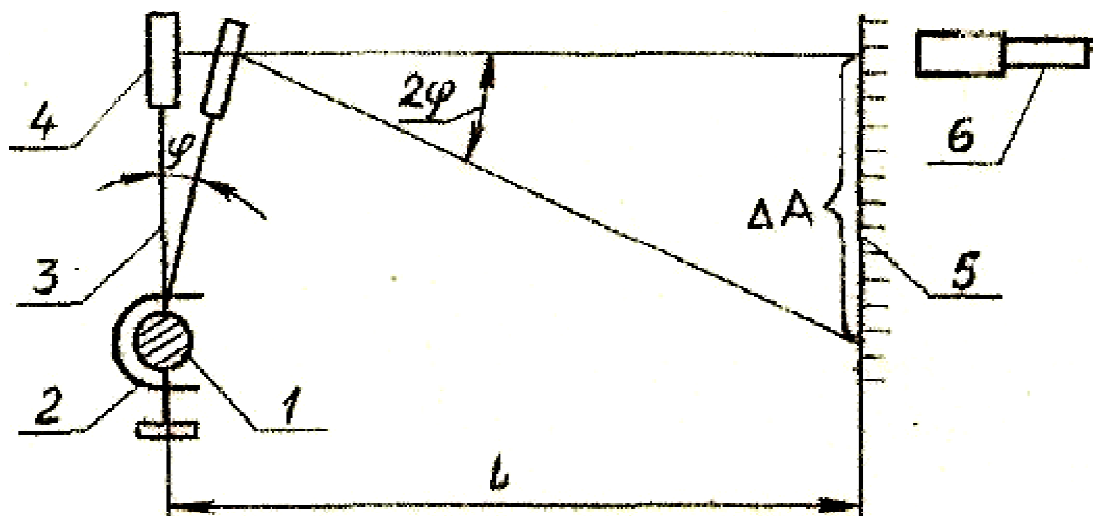


Рисунок 1- Схема зеркального прибора для измерения углов поворота

На образец 1 при помощи струбцин 2 укрепляется стержень 3. На конце стержня прикрепляется зеркальце 4. На расстоянии  $L$  от зеркальца устанавливается рейка 5 с миллиметровой шкалой. Луч света от освещенной шкалы рейки падает на зеркальце и, отражаясь от него, попадает в окуляр зрительной трубы 6. В исходном положении при помощи волоска зрительной трубы наблюдатель видит отсчет  $A_1$  на рейке, отраженной в зеркальце. При закручивании сечения на угол  $\varphi$  на такой же угол поворачивается и зеркальце. При этом наблюдатель видит в зрительной трубе отсчет  $A_2$ , смещенный относительно исходного на  $\Delta A = A_2 - A_1$ . Разность отсчетов  $\Delta A$  пропорциональна углу поворота сечения. Из рисунка 1 видно, что

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \Delta A / L. \quad (5)$$

В силу малости упругих деформаций и, соответственно, угла  $\varphi$ , можно принять, что  $\operatorname{tg} 2\varphi = 2\varphi$ . Тогда

$$\varphi = \Delta A / 2L. \quad (6)$$

Величину  $2L$ , выраженную в мм, считают коэффициентом увеличения прибора ( $\kappa = 2L$ ).

**Постановка работы.** После замера диаметра образец закрепляется в захватах испытательной машины. На образце устанавливаются два зеркальных прибора для определения углов поворота на расстоянии  $\ell$  друг от друга (рисунок 2).

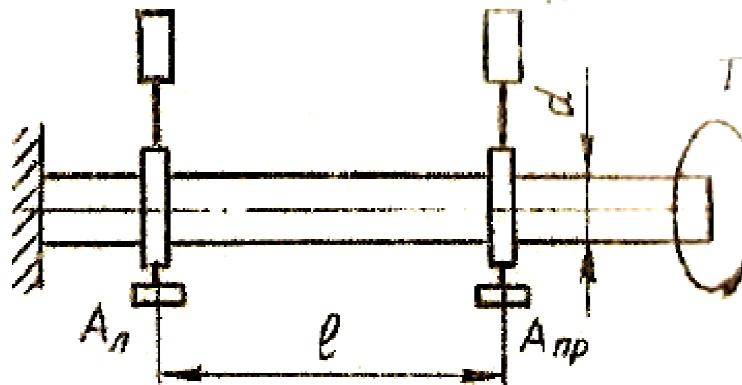


Рисунок 2 - Схема нагружения образца с закрепленными зеркальными приборами

В начале образец нагружают небольшой нагрузкой (крутящим моментом) для обжатия концов образца в захватах машины. Эта нагрузка принимается за условный нуль. На этой нагрузке снимают первые отсчеты по обоим приборам. Далее увеличивают крутящий момент равными ступенями и производятся отсчеты по приборам. Результаты наблюдений заносятся в таблице 1 (столбцы 1, 3, 4).

Максимальный крутящий момент, прикладываемый к образцу, должен вызвать в материале напряжение, не превышающее предела пропорциональности при кручении. Одинаковым приращениям крутящего момента должны соответствовать в пределах пропорциональности одинаковые приращения отсчета по приборам.

По окончании опыта образец разгружают до первоначальной нагрузки. При удовлетворительном проведении опыта показания приборов при этом должны совпасть с первоначальными.

Для установления характера зависимости между крутящим моментом и вызываемым им углом накручивания строят начальный участок диаграммы кручения. По оси ординат откладываются величины крутящих моментов, а по оси абсцисс - соответствующие им показания приборов, представляющие собой величины, пропорциональные углам закручивания сечений. Если полученные на диаграмме точки ложатся примерно на одну прямую, то между величинами крутящих моментов и вызываемыми ими деформациями соблюдается прямая пропорциональность. Этим подтверждается справедливость закона Гука при кручении.

Приращение отсчетов, то есть разность между последующим и предыдущим отсчетами  $\Delta A = A_n - A_{n-1}$ , представляет собой, как указано выше, величину, пропорциональную углу поворота сечения, где прикреплен зеркальный прибор, под действием крутящего момента, равного ступени нагружения. Определяют приращения и заполняют столбцы 5, 6 таблицы 1.

Угол закручивания, образца на длине  $l$ , то есть угол поворота, правого сечения  $A_{np}$  относительно левого  $A_{л}$  (рис.3), увеличенный в  $K$  раз, будет:

$$\Delta C = \Delta A_{np i} - A_{n.i} . \quad (7)$$

Определяют средние приращения крутящего момента  $\Delta T_{ср}$  и соответствующего ему угла закручивания по формулам:

$$\Delta T_{ср} = \frac{\sum \Delta T_i}{n} , \quad (8)$$

$$\Delta C_{ср} = \frac{\sum \Delta C_i}{n} , \quad (9)$$

где  $n$  - число ступеней нагружения.

Вычисляют среднее значение угла закручивания:

$$\varphi = \frac{\Delta C_{ср}}{K} . \quad (10)$$

По величине среднего значения угла закручивания определяют модуль упругости при сдвиге по формуле, полученной из закона Гука при кручении:

$$G = \frac{\Delta T_{ср} l}{\varphi J_p} . \quad (11)$$

В выводах нужно отразить справедливость закона Гука при кручении, сравнить найденное опытным путем значение модуля сдвига с вычисленным по формуле для случая чистого сдвига:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (12)$$

Значения модуля упругости  $E$  и коэффициента Пуассона  $\nu$  принимаются из справочной литературы (приложение 2).

### **Контрольные вопросы:**

1. Сформулируйте закон Гука при кручении.
2. Что характеризует модуль сдвига материалов?
3. Расскажите устройство и принцип работы зеркального прибора для измерения углов закручивания.
4. Расскажите методику экспериментального определения модуля сдвига.
5. Как экспериментально подтверждается закон Гука при кручении?

### **Содержания отчета:**

## Лабораторная работа № 10

Дата «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА $G$

Цель работы: Проверка закона Гука при кручении и определение модуля упругости при сдвиге.

Оборудование: машина ГЗИП, зеркальный прибор.

Содержание работы: определить угловые перемещения образца зеркальным прибором и вычислить модуль сдвига.

### **Схема установки**

( Рисунки 1 и 2)

Испытательная машина \_\_\_\_\_ шкала \_\_\_\_\_



## ПРОТОКОЛ ИСПЫТАНИЙ

### 1. Исходные характеристики образца и прибора:

Материал образца

Диаметр образца  $d =$  \_\_\_\_\_ мм.

Расчетная длина  $\ell_p =$  \_\_\_\_\_ мм.

Площадь поперечного сечения  $A_0 =$  \_\_\_\_\_ мм<sup>2</sup>.

База прибора  $L =$  \_\_\_\_\_ мм.

Цена деления шкалы прибора \_\_\_\_\_ мм.

### 2. Экспериментальные данные

Таблица I

№ п/п	Крутящий момент $T$	Приращение крутящего момента $\Delta T$	Отсчеты по шкалам		Приращение отсчетов		Разность прира- щений $\Delta C$
			левый $A_\lambda$	правый $A_{np}$	левый $\Delta A_\lambda$	правый $\Delta A_{np}$	
	$Hm$	$Hm$	мм	мм	мм	мм	мм

Среднее приращение  $\Delta C_{cp} = \frac{\sum \Delta C}{n} =$  \_\_\_\_\_ мм.

Угол поворота сечения  $J = \frac{\Delta C_{cp}}{2L} =$  \_\_\_\_\_ радиан.

Среднее приращение момента  $\Delta T =$  \_\_\_\_\_ Нм.

### 3. Результаты испытаний:

Модуль сдвига  $G = \frac{\Delta T \ell_p}{J J_p} =$  \_\_\_\_\_ МПа.

### ВЫВОДЫ

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Исполнитель \_\_\_\_\_

Руководитель \_\_\_\_\_

## Лабораторная работа 11

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОГИБОВ БАЛКИ

**Цель работы.** Определение опытным путем величин прогибов и углов поворота сечений балки и сравнение их с теоретическими значениями.

#### Теоретическая часть.

Рассмотрим деформацию балки прямоугольного поперечного сечения, закрепленную на двух шарнирных опорах, на которую действует сосредоточенная сила.

При деформации точки оси балки получают вертикальные перемещения (прогибы), а поперечные сечения поворачиваются на некоторые углы.

Пусть  $C$  произвольная точка оси балки. Прогиб точки  $C$  обозначим через  $V$ , а угол поворота сечения, проходящего через точку  $C$  оси балки, как  $\theta$ .

В теории изгиба балок прогибы считаются малыми по сравнению с длиной балки, а квадраты углов поворота малыми по сравнению с единицей. Прогибы и углы поворота сечений связаны зависимостью  $\theta(x) = dv(x)/d(x)$ .

По гипотезе плоских сечений: поперечные сечения, плоские до деформации, остаются плоскими и после деформации.

**Теоретическое определение перемещений.** Теоретическое значение перемещений при изгибе определяют по способу Верещагина. Для этого строятся эпюры изгибающих моментов от заданной внешней нагрузки и от единичной нагрузки, приложенной в сечении, где ищется перемещение. При определении прогиба прикладывают единичную силу, а при вычислении угла поворота - единичный момент. Формула для определения перемещений по способу Верещагина имеет следующий вид:

$$\sigma = \sum \frac{A_i M_{0i}^0}{EJ}, \quad (13)$$

где  $A_i$  - площадь эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки на  $i$ -м участке балки;  $M_{0i}^0$  - ордината эпюры изгибающих моментов от единичной нагрузки под центром тяжести площади  $A_i$ ;  $EJ$  - жесткость сечения балки.

**Описание установки.** Для опытного определения перемещений применяется лабораторная установка для исследования двухопорной балки типа СМ4А, схема которой приводится на рисунке 3. Установка состоит из исследуемого образца, основания, подвижной и неподвижной стоек, двух индикаторных стоек.

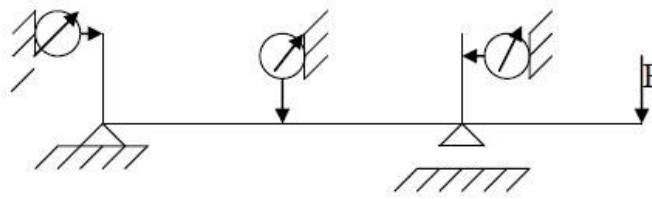


Рисунок 3- Схема установки для исследования двухопорной балки

Исследуемый образец изготовлен из стальной полосы сечением 7х40мм и установлен на шарнирных опорах.

Неподвижная стойка закреплена к основанию и снабжена шарнирной неподвижной опорой. Шарнирно-неподвижная опора состоит из оси, установленной на шарикоподшипниках и стержня для измерения угла поворота опорного сечения образца.

Стержень в нижней части имеет пятку, в которую упирается измерительный штырь индикатора часового типа.

Исследуемый образец входит в специальный вырез на оси и закреплён к ней прижимной планкой.

Подвижная стойка может перемещаться по направляющей планке основания, что позволяет регулировать длину пролета и получить консольную балку.

Подвижная стойка снабжена шарнирно-подвижной опорой, которая в отличие от неподвижной опоры может перемещаться.

Нагрузка к исследуемому образцу прикладывается сосредоточенно с помощью гиревых подвесок и грузов. При этом имеется возможность изменения точек приложения нагрузки. Определение расстояний от опор до точек приложения нагрузки производится по шкале, нанесенной на образце.

Измерение прогибов и углов поворота опорных сечений образца производится с помощью индикаторов часового типа. Индикатор для измерения прогибов закрепляется к индикаторной стойке, которая может перемещаться по направляющей основания.

Фиксация стойки и подвижной стойки к направляющей осуществляется с помощью стопоров.

**Постановка работы.** Согласно указанной преподавателем схеме нагружения подготавливают установку для выполнения опыта. Устанавливают стрелки индикаторов часового типа на "нуль" и нагружают балку. Наибольшая нагрузка не должна превышать 59Н (6 кг) на один гиревой подвес. После нагружения отсчитывают линейные и угловые перемещения сечений балки по шкалам индикаторов. Далее разгружают балку и сравнивают показания индикаторов с первоначальными.

По отсчету индикатора, намеряющего угол поворота -  $a$ , определяют величину угла поворота  $\theta_0$  по формуле:

$$\theta_0 = a / L, \quad (14)$$

где  $L$  - расчетная длина стержня, измеренная от оси образца до оси индикатора,  $L = 150$  мм.

Вычисляют теоретические значения прогибов и углов поворота сечений для заданной схемы балки способу Верещагина.

Определяют расхождение между теоретическими и опытными величинами прогибов и углов поворота сечений балки по формуле:

$$\Delta = \frac{\sigma_0 - \sigma_T}{\sigma_T} 100\%, \quad (15)$$

где  $\sigma_0$ ,  $\sigma_T$  - опытная и теоретическая величины прогиба или угла поворота сечений балки соответственно.

Сопоставляя опытные величины прогибов и углов поворота сечений балки с их теоретическими значениями, нужно сделать вывод о справедливости применяемых формул.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое прогиб и угол поворота сечений балки?
2. Какие методы определения перемещений при изгибе существуют?
3. Как определяют перемещения по способу Верещагина?

### **Содержание отчета:**

## **Лабораторная работа № 11**

Дата «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОГИБОВ БАЛКИ**

**Цель работы:** Опытное определение прогибов балки и сравнение их с теоретическими значениями.

#### **Оборудование**

Работа проводится на специальной установке, Установка состоит из шарнирно-закрепленной балки, гиревого подвеса, основания, двух шарнирных опор и набора грузов. Для измерения прогибов применяется индикатор часового типа.

**Содержание работы:** по заданным параметрам определить прогибы и углы поворота указанных сечений балки на лабораторной установке.

Произвести теоретический расчет прогибов и углов поворота в этих же сечениях. Сравнить опытные результаты с теоретическими расчетами.

Схема установки:

( Рисунок 3)

## ПРОТОКОЛ ИСПЫТАНИЙ

### 1. Исходные характеристики балки

№ п/п	Материал	Размеры сечения		Расчетный пролет $\ell$	Момент инерции $J$
		ширина $b$	высота $h$		
		$m$	$m$	$m$	$m^4$

### 2. Экспериментальные данные

№ п/п	Положение		Нагрузк а $F$	Опытный прогиб $f_0$	Теоре- тический прогиб $f_t$	Опытный угол по- ворота $\theta_0$	Теорети- ческий угол поворота $\theta_t$
	силы $S$	индикат ора $x$					
	$m$	$m$	$H$	$m$	$m$	радиан	радиан

3. Теоретические расчеты прогибов и углов поворота сечений и сравнение их с опытными данными в %:

## ВЫВОДЫ

---



---

Исполнитель \_\_\_\_\_

Руководитель \_\_\_\_\_

## Лабораторная работа 12

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ БАЛКИ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

**Цель работы.** Экспериментальная проверка расчетных формул для определения величины и направления прогиба балки при косом изгибе.

**Содержание работы.** Косым изгибом называется такой вид изгиба, при котором действующие на балку силы не лежат ни в одной из двух плоскостей, проходящих через ось балки и главные оси инерции ее поперечного сечения.

При определении прогибов балки при косом изгибе исходят из принципа независимости действия сил и вычисляют составляющие полного прогиба в каждом из главных плоскостей (рисунок 4).

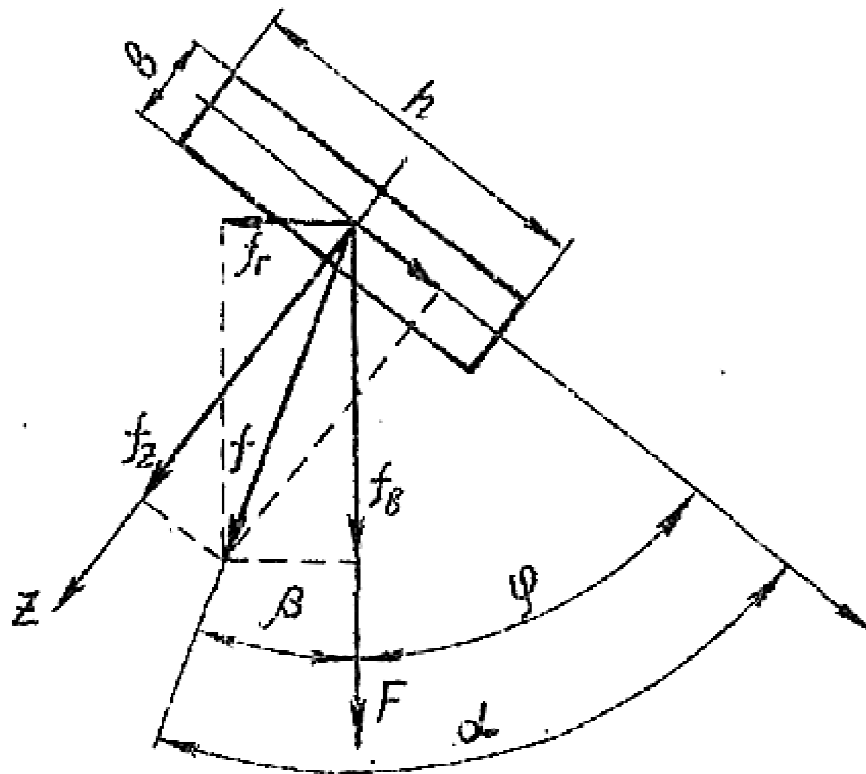


Рисунок 4 - Схема для определения величины и направления полного прогиба консольной балки при косом изгибе типа СМ8М.

Раскладывают силу  $F$  по направлениям главных осей:

$$F_y = F \cos \varphi; \quad (16)$$

$$F_z = F \sin \varphi. \quad (17)$$

Вызванные под действием этих сил величины прогибов по направлениям главных осей  $f_y$  и  $f_z$  могут быть определены по способу Верещагина (см. лабораторную работу 11).

Тогда полный прогиб равен:

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} \quad (18)$$

Направление полного прогиба определяется углом  $\alpha$ , отсчитываемом от оси  $y$ . Величину этого угла определяют из формулы:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{J_z}{J_y} \operatorname{tg} \varphi. \quad (19)$$

Вектор полного прогиба направляется перпендикулярно нейтральной оси сечения, но не совпадает с направлением внешней нагрузки.

А нейтральной осью при косом изгибе называется линия, проходящая через центр тяжести сечения, где напряжения равны нулю.

**Испытательная установка.** При выполнении данной лабораторной работы применяется установка для исследования деформации

Установка (рисунок 5) состоит из: исследуемого образца 1, основания 2, неподвижной опоры 3 с устройствами для поворота исследуемого образца вокруг продольной оси либо его жесткого защемления, узла измерения деформаций образца, гиревого подвеса 4.

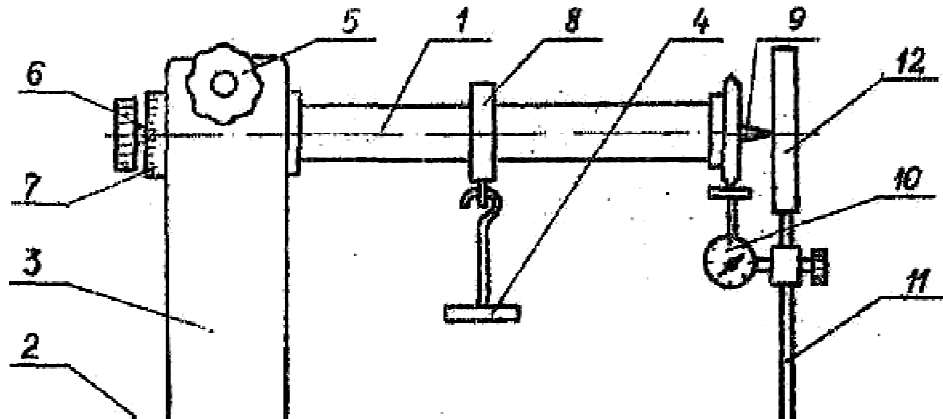


Рисунок 5 - Установка для исследования деформаций балки при косом изгибе

Исследуемый образец представляет собой консольную балку прямоугольного сечения размером 7х32 мм, выполненную из стали. Один конец балки зажат в неподвижной опоре посредством специального зажима. Управление зажимом осуществляется с помощью рукоятки 5. Поворот образца достигается вращением рукоятки 6, при отstopоренном зажиме в пределах  $0 \dots \pm 90^\circ$ . Угол поворота устанавливается по шкале 7. На лицевой стороне образца нанесена шкала для удобства отсчета плеч нагрузок.

Вдоль образца может перемещаться подвеска 8, конструкция которой обеспечивает отвесное приложение нагрузки при повороте образца на любой угол. На правом конце образца закреплена втулка с кольцевым выступом и иглой 9.

Состояние косо́го изгиба достигается путем поворота образца вокруг продольной оси и последующим нагружением грузом в выбранном сечении

балки. При нагружении образца все поперечные сечения его перемещаются, а ось искривляется. Измерение составляющих полного прогиба свободного конца в вертикальном и горизонтальном направлениях производится индикаторами часового типа 10 (на рисунке 4 индикатор для замера горизонтальной составляющей полного прогиба не показан). Индикаторы снабжаются специальными удлинителями с пятками, которые упираются в кольцевой выступ втулки образца. Индикаторы закрепляются к штативной стойке 11. Суммарный прогиб свободного конца образца можно наблюдать и приближенно определять по шкале 12, укрепленной на штативной стойке. Шкала выполнена из органического стекла и снабжена вертикальными и горизонтальными делениями.

**Постановка работы.** Для заданной схемы нагружения консольной балки (рисунок 6) определяют по способу Верещагина прогибы свободного конца балки по направлениям осей  $z$  и  $y$  –  $f_z$  и  $f_y$ . Вычисляют по приведенным выше формулам величины полного прогиба  $f$  и угла  $\alpha$  между вектором полного прогиба и осью  $y$ .

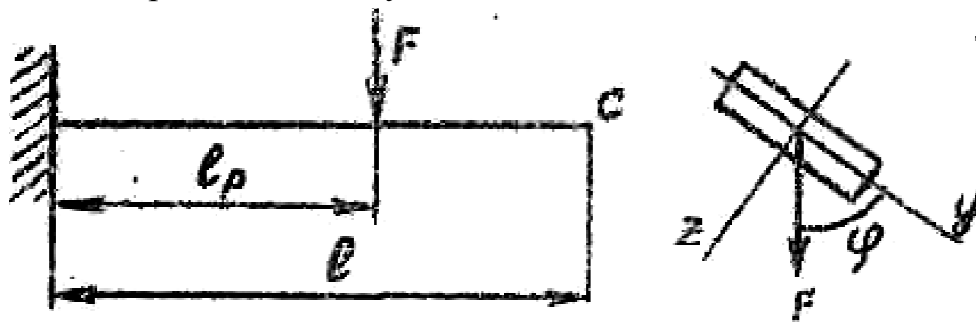


Рисунок 6 - Схема нагружения балки при косом изгибе

Для экспериментального определения прогибов отворачивают рукоятку 5 (рисунок 5) и вращением рукоятки 6 устанавливают образец на заданный преподавателем угол поворота  $\varphi$ . Закрепляют балку. Перемещают подвеску 8 с подвесом 4 на расчетную длину  $l_p$  и устанавливают стрелки индикаторов часового типа 10 в нулевое положение. Далее нагружают балку соответствующей нагрузкой и на индикаторах отсчитывают значения прогиба свободного конца балки в горизонтальном  $f_{\Gamma}$  и вертикальном  $f_{\text{в}}$  направлениях.

По величинам  $f_{\Gamma}$  и  $f_{\text{в}}$  определяют величину полного прогиба:

$$f_p = \sqrt{f_{\tilde{a}}^2 + f_{\hat{a}}^2} \quad (20)$$

и угол наклона вектора, полного прогиба  $f_p$  к вертикали из соотношения:

$$\operatorname{tg} \beta_3 = \frac{f_{\tilde{a}}}{f_{\hat{a}}} \quad (21)$$



Вычисляют угол  $\alpha$  между вектором полного прогиба  $f_3$  осью  $y$  сечения балки:

$$\alpha_3 = \varphi + \beta_3. \quad (22)$$

Полученные значения полного прогиба  $f_3$  и угла  $\alpha$  сравниваются с теоретически вычисленными  $f$  и  $\alpha$ . На основании этих сравнений нужно сделать заключение о достоверности соответствующих формул.

Для прогибов расхождения между теоретическими и опытными величинами оказываются, как правило, равными нескольким процентам. Для углов поворота вектора полного прогиба к главной оси сечения эти расхождения обычно больше.

#### Контрольные вопросы

1. Какой вид деформации называется косым изгибом?
2. Как определяется полный прогиб балки при косом изгибе?
3. В чем отличие косого изгиба от прямого изгиба?
4. Что такое нейтральная ось и как она проходит при косом изгибе?
5. Могут ли балки круглого и квадратного сечений испытывать косой изгиб?

#### Содержание отчета:

#### Лабораторная работа № 12

Дата « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ БАЛКИ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

**Цель работы:** сравнение теоретических и опытных значений напряжений и прогиба.

**Оборудование:** испытательный стенд, стальная балка прямоугольного сечения, тензометры рычажные, индикатор часового типа.

#### Теоретическая часть

Косой изгиб – это такой вид изгиба, при котором силовая плоскость (плоскость действия нагрузки), а следовательно, и плоскость изгибающего момента, не совпадают с главной плоскостью балки. Косой изгиб представляет собой сочетание двух прямых изгибов.

Нормальные напряжения в любой точке поперечного сечения вычисляют по формуле:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x,$$

где  $M_z, M_y$  – изгибающие моменты относительно осей  $z$  и  $y$  соответственно;

$J_y, J_z$  – осевые моменты инерции сечения;  $y, z$  – координаты точки.

**Содержание работы:** по заданным параметрам определить полный прогиб балки и сравнить его с теоретическим прогибом.

Схема загрузки балки и ее поперечного сечения

(Рисунок 4 и 6)

## ПРОТОКОЛ ИСПЫТАНИЙ

### 1. Исходные характеристики балки и заданные параметры

№№ п/п	Материал	Длина балки $\ell$	Размеры сечения		Расчет- ная длина $\ell_p$	Угол закру- чивания $J^0$	Нагрузка $F$
			ширина $b$	высота $h$			
		$m$	$m$	$m$	$m$		$H$

### 2. Экспериментальные данные

№№ п/п	Прогиб заданного сечения			Примечание
	по горизонтали $f_z$	по вертикали $f_v$	полный $f_n$	
	$m$	$m$	$m$	

### 3. Теоретические расчеты прогиба балки и сравнение ее с опытным прогибом:

## ВЫВОДЫ

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Исполнитель \_\_\_\_\_

Руководитель \_\_\_\_\_

## Лабораторная работа 13

### ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ (ИЛИ СЖАТИЕ) СТЕРЖНЯ

Цель работы. Экспериментальная проверка расчетных формул для определения напряжений при внецентренном растяжении (или сжатии) стержня.

Содержание работы. Внецентренным растяжением (или сжатием) называется такой вид деформации, когда к стержню прикладывается две равные, но противоположно направленные силы по прямой, параллельной оси стержня.

Внецентренное растяжение (или сжатие) можно представить как комбинацию осевого растяжения (или сжатия) и чистого косоугольного изгиба. При осевом растяжении (или сжатии) и чистом изгибе напряжения во всех сечениях одинаковы, поэтому при внецентренном растяжении (или сжатии) все сечения стержня будут испытывать одинаковое напряженное состояние.

При определении напряжений исходят из принципа независимости действия сил. Нормальное напряжение в любой точке сечения с координатами  $y$  и  $z$  определяется по формуле:

$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{y_F y}{i_z^2} + \frac{z_F z}{i_y^2} \right), \quad (23)$$

где  $y_F, z_F$  - координаты точки приложения силы  $F$  (рисунок 7);

$i_z, i_y$  - радиусы инерции сечения стержня относительно главных осей  $z, y$ ;

$A$  - площадь сечения стержня.

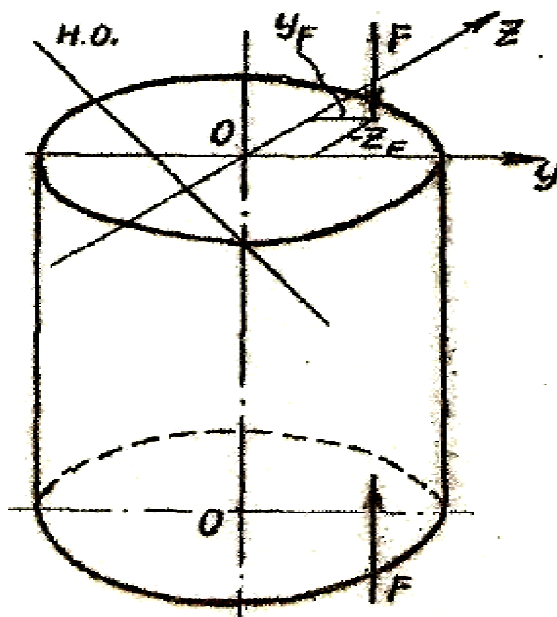


Рисунок 7 - Схема нагружения стержня при внецентренном сжатии  
(н.о. - нейтральная ось)

Нейтральная ось при внецентренном растяжении (сжатии) не проходит через центр тяжести сечения. Она располагается по другую сторону от центра тяжести сечения (точки 0), чем точка приложения внешней силы.

Уравнение нейтральной оси имеет следующий вид:

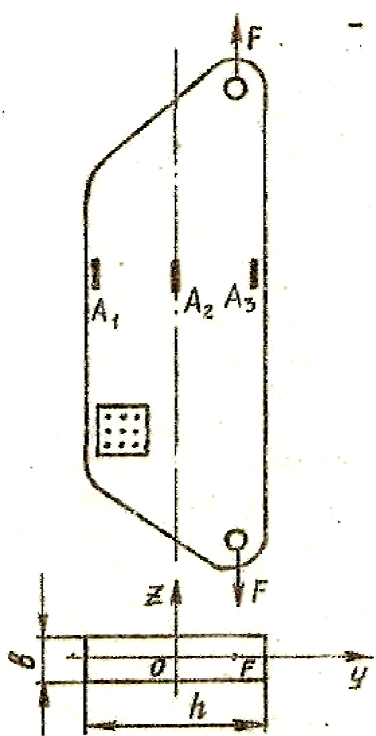
$$1 + \frac{Y_F Y}{i_z^2} + \frac{Z_F Z}{i_y^2} = 0. \quad (24)$$

Нейтральная ось делит сечение на две части: в одной части будут растягивающие, а в другой - сжимающие напряжения.

При приложении внешней силы внутри так называемого ядра сечения нейтральная ось не будет пересекать сечение или будет являться касательной к контуру сечения.

**Постановка работы.** При проведении испытаний применяется приспособление для опытного определения напряжений при внецентренном растяжении стержня типа СМ2В.

Приспособление (рисунок 8) состоит из исследуемого образца и



шарнирных устройств. Исследуемый образец изготовлен из стали, имеет прямоугольное сечение  $15 \times 150 \text{ мм}^2$ . По концам образец имеет два внецентренно расположенных отверстия, в которые установлены втулки для присоединения образца к шарнирным устройствам. Шарнирное устройство состоит из вилки и призмы. Вилки шарнирного устройства крепятся в захватах разрывных машин.

Определение напряжений можно производить с помощью рычажных тензометров или тензодатчиков сопротивления, наклеенных на поверхность образца в одном из его сечений. На образце закреплена панель с клеммами для подсоединения тензодатчиков к регистрирующему прибору.

Рисунок 8 - Приспособление СМ2В

В качестве регистрирующего прибора можно использовать измеритель деформаций цифровой ИДЦ-1 или другой аналогичный прибор.

Для проверки формул внецентренного растяжения необходимо измерить действительные напряжения в каких-либо точках сечения. Влияние эксцентриситета наиболее сильно оказывается на величине напряжений в точках, удаленных от центра тяжести сечения. Поэтому два тензодатчика приклеены ближе к кромкам образца, а один - на оси образца. А при

применении рычажных тензометров их прикрепляют на кромках приспособления.

**Регистрирующий прибор.** Измеритель деформаций цифровой ИДЦ-I предназначен для измерения статических деформаций при помощи тензодатчиков сопротивления, включаемых по полумостовой схеме. Измеритель деформаций состоит из блока запуска, блока усилителя, блоков распределения импульсов, блока коммутации и блока индикации, которые вмонтированы внутри кожуха.

Внутренний полумост измерителя деформаций является частью измерительного моста. При воздействии деформации на тензодатчик сопротивления, включенный во внешний измерительный полумост, происходит разбаланс измерительного полумоста.

Относительное значение изменения сопротивления активного тензодатчика сопротивления определяет величину деформации. Величина деформации определяется как разность показаний измерителя деформаций по цифровому табло на его передней панели: после приложения нагрузки к исследуемому образцу и начального при ненагруженном состоянии образца.

На задней стенке измерителя имеется разъем XI для подключения внешних полумостов. На передней панели установлены следующие органы управления:

- 1) кнопка «ПИТАНИЕ» предназначен для включения измерителя деформаций;
- 2) кнопка «КАНАЛЫ ИЗМЕРЕНИЯ» служит для подключения одного из внешних полумостов к схеме измерителя деформаций;
- 3) ручка "ВРЕМЯ ИНДИКАЦИИ" предназначена для установки времени, достаточного для отсчета показаний измерителя деформаций на цифровом табло;
- 4) кнопка "ПУСК" служит для включения цифрового табло при измерении показаний измерителя деформаций.

Цена одной единицы дискретности показаний прибора 10 ед.

(1 ед =  $10^{-6}$  относительной деформации  $\Delta l/l$ ).

Питание измерителя деформаций осуществляется от источника постоянного тока напряжением 12В подключением его к разъему X10 на задней стенке.

**Проведение испытаний.** Подключает тензодатчики сопротивления внешнего полумоста через соответствующие клеммы панели приспособления и источник питания к измерителю деформаций, включает его нажатием кнопки «ПИТАНИЕ».

Вначале дается предварительная нагрузка для устранения всех зазоров в приспособлении. При применении рычажных тензометров записываются их начальные показания  $A_{il}$  ( $i$ - номер тензодатчиков). При применении тензодатчиков сопротивления нажимают последовательно кнопки «КАНАЛЫ ИЗМЕРЕНИЯ» и «ПУСК» и записывают начальные показания измерителя деформаций для каждой цепи внешнего измерительного полумоста  $A_{il}$ . Начальные показания принимаются за условный нуль измерения. Затем нагрузка увеличивается равными ступенями  $\Delta F$ , при этом каждый раз показания тензометров заносятся в журнал наблюдений (таблица 2).

Следует отметить, что при приложении внешней силы вне ядра сечения показания второго и третьего тензометров  $A_2$  и  $A_3$  будут увеличиваться (растяжение), а показания первого тензометра  $A_1$  уменьшаться (сжатие).

Таблица 2 - Результаты испытаний

Нагрузка $F$	Приращение нагрузки $\Delta F_j$	Тензометр $A_1$		Тензометр $A_2$		Тензометр $A_3$	
		Отсчет $A_{1j}$	Приращение отсчетов $\Delta A_{1j}$	Отсчет $A_{2j}$	Приращение отсчетов $\Delta A_{2j}$	Отсчет $A_{3j}$	Приращение отсчетов $\Delta A_{3j}$

В данной лабораторной работе рассматривается случай, когда нейтральная ось параллельна оси  $Z$  (рис.12) и касается сечения образца. Точка приложения силы  $F$  к приспособлению, то есть центры отверстий под втулки шарнирных устройств приспособления, лежат на границе ядра сечения.

Для того чтобы убедиться в том, что деформация образца при испытании была в пределах упругости, после испытаний нагрузку снижают до начальной величины. Показания тензометров при этом должны быть такими же, что и в начале испытаний.

По данным таблицы 2 подсчитывают приращения нагрузки  $\Delta F_\gamma$ , показаний тензометров  $\Delta A_{i\gamma}$  ( $\gamma$  - номер ступени испытаний) при увеличении нагрузки на  $\Delta F_\gamma$ . Средние значения ступени нагрузки  $\Delta F$  и приращений показаний тензометров  $\Delta A_{срi}$  определяют по формулам:

$$\Delta F = \frac{\Sigma \Delta F_{\gamma}}{n}; \quad (25)$$

$$\Delta A_{cp,i} = \frac{\Sigma \Delta A_{i\gamma}}{n}, \quad (26)$$

где  $\Delta A_{i\gamma} = A_{i(\gamma+1)} - A_{i\gamma}$ ;  $n$  – число ступеней нагружения.

Вычисляют величины приращений относительных деформаций в соответствующих точках сечения:

$$\Delta \varepsilon_i = \Delta A_{cp,i} K, \quad (27)$$

где  $K$  – коэффициенты увеличения приборов.

Коэффициент увеличения рычажных тензометров дается в их паспортах. Коэффициент увеличения измерителя деформаций определяется по формуле:

$$K = \frac{2}{K_T}, \quad (28)$$

где  $K_T$  – коэффициенты тензочувствительности материала проволоки тензодатчика сопротивления.

Зная модуль упругости материала образца. По формуле закона Гука вычисляют величины приращений напряжений в местах установки тензометров:

$$\Delta \sigma_i = E \cdot \Delta \varepsilon_i. \quad (29)$$

Для сопоставления опытных величин напряжений с их расчетными значениями подсчитывают напряжения в точках сечения, где установлены тензометры. От нагрузки  $\Delta F$  по приведенной выше формуле.

По расчетным, теоретическим и опытным значениям напряжений строят эпюру нормальных напряжений в сечении.

В выводах нужно сравнить значения теоретических напряжений с полученными при испытании величинами. Расхождение при этом могут быть объяснены незнанием точного значения модуля упругости материала, неполной определенностью точки приложения усилия, неточностями показаний тензометров и погрешностями опыта.

### **Контрольные вопросы:**

1. Какой вид деформации называется внецентренным растяжением (или сжатием)?
2. В чем отличие внецентренного растяжения (или сжатия) от осевого?
3. Как определяется напряжение при внецентренном растяжении (или сжатии)?
4. Что называется тензометрами?
5. Какие тензометры Вы знаете?

6. Как определяют напряжения в сечении стержня при внецентренном растяжении (сжатии)?

### Содержание отчета:

#### Лабораторная работа № 13

Дата « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

### ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ (ИЛИ СЖАТИЕ) СТЕРЖНЯ

#### Цель работы:

1. Определить опытным путем нормальные напряжения в крайних волокнах поперечного сечения бруса при внецентренном растяжении
2. Сравнить их с напряжениями, вычисленными теоретически.

#### Оборудование

1. Разрывная машина с силоизмерительным устройством СМ-30 М.
2. Рычажные тензометры.

#### Теоретическая часть

Внецентренным растяжением называют такой вид деформации, при котором внешние продольные силы  $F$  приложены с некоторым эксцентриситетом  $e$  относительно центра тяжести поперечного сечения бруса.

**Содержание работы:** произвести испытание заданного образца на внецентренное сжатие, определив максимальное напряжение, и сравнить его с теоретическим.

Схема испытуемого образца

### ПРОТОКОЛ ИСПЫТАНИЙ

#### 1. Исходные характеристики образца

№ п/п	Материал	Обмер образца			Смещение нагрузки от центра тяжести $OY$
		толщина $a$ $m$	ширина $b$ $m$	высота $h$ $m$	



## 2. Экспериментальные данные

№ п/п	Нагрузка $F$	Прибор $A_1$		Прибор $A_2$	
		Отсчет $A_1$	Приращение отсчета $\Delta A_1$	Отсчет $A_2$	Приращение отсчета $\Delta A_2$
	$H$	<i>мм</i>	<i>мм</i>	<i>мм</i>	<i>мм</i>
		среднее	$\Delta A_1 =$	среднее	

## 3. Результаты испытаний

Напряжение, МПа		Расхождение между $\sigma^0$ и $\sigma^T$ %
Опытные $\sigma^0 = \frac{\Delta A_{1cp} E}{n}$	Теоретические $\sigma^T = \pm \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{A_1 A_2}{\ell^2} \right)$	

## ВЫВОДЫ

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Исполнитель \_\_\_\_\_

Руководитель \_\_\_\_\_

## Лабораторная работа 14

# ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ

**Цель работы.** Определение опытным путем величин главных напряжений и положения главных площадок при изгибе с кручением и сравнение их с результатами теоретических расчетов.

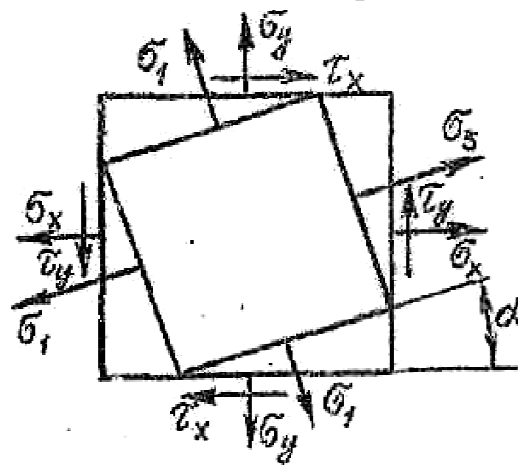
**Содержание работы.** Совокупность нормальных и касательных напряжений, действующих по всем площадкам, проходящим через рассматриваемую точку, называется напряженным состоянием в этой точке.

Если через рассматриваемую точку нельзя провести ни одной площадки, в которой касательные и нормальные напряжения были бы равны нулю, то в этой точке имеется пространственное (трехосное) напряженное состояние. Если в одной площадке, проходящей через рассматриваемую точку тела, касательные и нормальные напряжения равны нулю, то в этой точке имеется плоское (двухосное) напряженное состояние. Если касательные и нормальные напряжения равны нулю в двух площадках, проходящих через рассматриваемую точку тела, то в этой точке имеется линейное (одноосное) напряженное состояние.

В окрестности любой точки тела можно выделить элементарный параллелепипед так, чтобы по всем его граням касательные напряжения были равны нулю. Площадки, по которым нет касательных напряжений, называются главными. Нормальные напряжения, действующие по главным площадкам, называются главными напряжениями. Наибольшее в алгебраическом смысле главное напряжение принято обозначать  $\sigma_1$ , следующее по величине  $\sigma_2$ , а наименьшее  $\sigma_3$ :

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3. \quad (30)$$

В случае плоского напряженного состояния (рисунок 9) положение главных площадок определяется по формуле:



$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (31)$$

Для определения положения главных площадок площадки, в которых действуют напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  нужно повернуть на угол  $\alpha_0$  против часовой стрелки при  $\alpha_0 > 0$  или по часовой стрелки при  $\alpha_0 < 0$ .

Рисунок 9 - Схема плоского напряженного состояния

Значения величин главных напряжений при плоском напряженном состоянии определяются по формуле:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}. \quad (32)$$

При изгибе с кручением в каждой точке поперечного сечения возникают нормальные напряжения  $\sigma$  под действием изгибающего момента и касательные напряжения  $\tau$  под действием крутящего момента, наибольшие их значения:

$$\sigma = M / W_x, \quad (33)$$

$$\tau = T / W_p. \quad (34)$$

При изгибе с кручением напряженное состояние в точке сечения, где действуют наибольшее нормальное и касательное напряжения, соответствует рисунку 10.

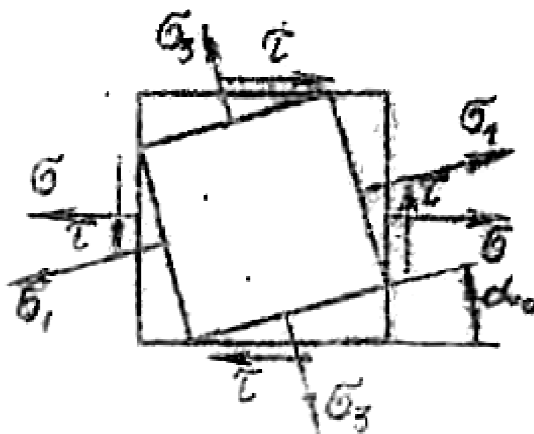


Рисунок 10 – Схема напряженного состояния при изгибе с кручением

**Испытательная установка.** В этой работе при проведении опытов применяется установка для исследования напряженного состояния тонкостенной трубы при изгибе с кручением типа СМ18М. Установка состоит из (рисунок 11): исследуемого образца 1 с рычагом 2, кронштейна 3 с роликом 4, основания 5, гиревых подвесов 6.

Исследуемый образец представляет собой консольную балку, изготовленную из трубы  $\varnothing 56 \times 3$  мм. Материал образца – сплав алюминиевый Д16Т. Левый конец образца зашпелен к основанию установки. К другому концу образца закреплен двуплечий рычаг. Отношение плеч рычага – 1:1, длина плеча  $L=300$  мм. Нагружение образца осуществляется наложением грузов на гиревые подвесы, соединенные с рычагом. За счет выбора соответствующей схемы нагружения образец может подвергаться испытанию на следующие виды деформаций: 1) поперечный изгиб; 2) чистое кручение; 3) совместный изгиб с кручением.

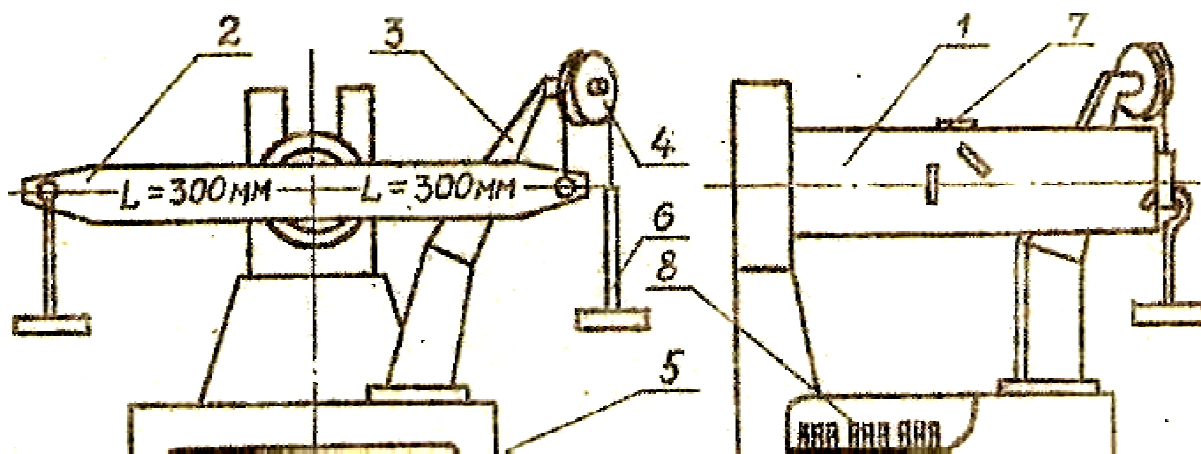


Рисунок 11. Установка для исследования напряженного состояния трубы при изгибе с кручением

В этих случаях в стенке образца создается плоское напряженное состояние. Для измерения величин главных напряжений и определения положения главных площадок в одном из сечений образца наклеена розетка 7 тензодатчиков сопротивления, решетка которых расположена под углом  $45^\circ$  друг к другу. Компенсационные тензодатчики размещены в специальном приливе основания. С целью защиты от повреждений тензодатчики закрыты крышкой из органического стекла. На основании размещена панель 8 с клеммами для подключения тензодатчиков к регистрирующему прибору. В качестве регистрирующего прибора может использоваться измеритель деформаций цифровой ИДЦ-1, описание которого дается в лабораторной работе 13, или другой аналогичный прибор.

**Постановка работы.** Для заданной схемы нагружения образца (рисунок 12) в его сечении на расстоянии  $l$  от конца консоли будут действовать крутящий и изгибающий моменты:

$$T = F \cdot L; \quad (35)$$

$$M = F \cdot l. \quad (36)$$

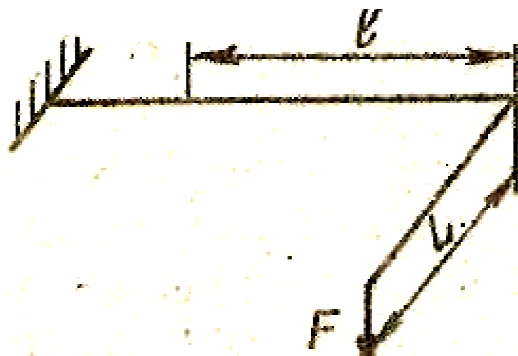


Рисунок 12 - Схема нагружения образца

Напряженное состояние в точке образца соответствует рисунку 10.

Для определения трех искомых величин: главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_3$  и угла наклона главных площадок  $\alpha$  на исследуемый образец на расстоянии  $l$  от свободного конца наклеена розетка тензодатчиков сопротивления (рисунок 13). Тензодатчик 1 предназначен для измерения продольных деформаций  $\varepsilon_I$ , тензодатчик 2- для измерения деформаций под углом  $45^\circ$  к продольной оси образца  $\varepsilon_{II}$ , а тензодатчик 3- для измерения поперечных деформаций  $\varepsilon_{III}$ .

Подключают тензодатчики через соответствующие клеммы панели к измерителю деформаций цифровому ИДЦ-1.

Включают измеритель деформаций и производят первые замеры, нажимая последовательно кнопки «КАНАЛЫ ИЗМЕРЕНИЯ» и «ПУСК».

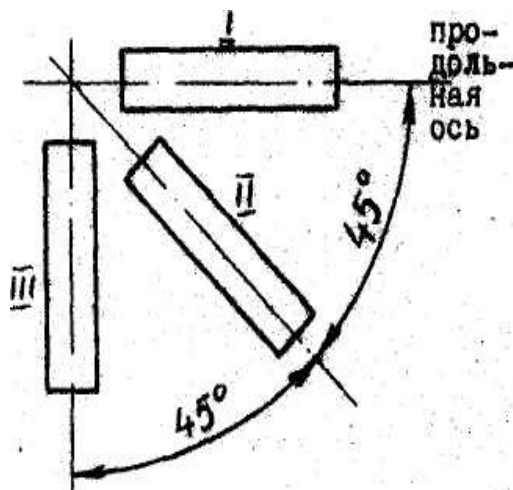


Рисунок 13 - Схема наклейки тензодатчиков

Эти замеры будут относительным нулем. Затем, давая одинаковые приращения нагрузки  $\Delta F$ , производят 3-4 нагружения образца в упругой зоне. При этом каждый раз регистрируют деформации  $A_{iy}$  ( $i$ - номер тензодатчиков;  $y$ - номер ступени нагружения) исследуемого образца в направлении без тензодатчиков по цифровому измерителю деформаций. Результаты вносят в таблицу 4.

Таблица 4 - Результаты испытаний

Нагрузка $F$	Приращение нагрузки $\Delta F_j$	1 Тензодатчик		2 Тензодатчик		3 Тензодатчик	
		Отсчет $A_{1j}$	Приращение отсчетов $\Delta A_{1j}$	Отсчет $A_{2j}$	Приращение отсчетов $\Delta A_{2j}$	Отсчет $A_{3j}$	Приращение отсчетов $\Delta A_{3j}$

Наибольшая нагрузка на плечо рычага не должна превышать 98,1 Н (10Кг) во избежание превышения предела пропорциональности материала исследуемого образца. По окончании испытаний установку разгружают. При этом показания измерителя деформаций для каждой цепи тензодатчиков должны быть такими же, что и первоначальные. Это будет свидетельствовать о том, что деформация образца была в упругой зоне.

По данным табл. 4 определяют приращения нагрузки  $\Delta F_\gamma$  и отсчетов  $\Delta A_{i\gamma}$  показывающих деформации образца в направлении баз тензодатчиков при увеличении нагрузки над  $\Delta F_\gamma$ . Вычисляют средние значения ступени нагружения  $\Delta F$  и приращений отсчетов по формулам:

$$\Delta F = \frac{\sum \Delta F_\gamma}{n}; \quad (37)$$

$$\Delta A_{\text{ср}i} = \frac{\sum \Delta A_{i\gamma}}{n}, \quad (38)$$

где  $\Delta A_{i\gamma} = \Delta A_i(\gamma + 1) - \Delta A_{i\gamma}$ ;  $n$  - число ступеней нагружения.

Определяют величины приращений относительных деформаций  $\Delta \varepsilon_I$ ,  $\Delta \varepsilon_{II}$ ,  $\Delta \varepsilon_{III}$  образца в направлении баз тензодатчиков по формуле:

$$\Delta \varepsilon_i = \Delta A_{\text{ср}i} \cdot \frac{2}{K_T}, \quad (39)$$

где  $K_T$  - коэффициент тензочувствительности материала тензодатчика сопротивления.

По известным величинам  $\Delta \varepsilon_I$ ,  $\Delta \varepsilon_{II}$ ,  $\Delta \varepsilon_{III}$  подсчитывают значения приращений относительных деформаций по направлениям главных напряжений по формуле:

$$\Delta \varepsilon_{1,3} = \frac{\Delta \varepsilon_I + \Delta \varepsilon_{III}}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}[(\Delta \varepsilon_I - \Delta \varepsilon_{II})^2 + (\Delta \varepsilon_{III} - \Delta \varepsilon_{II})^2]}. \quad (40)$$

По формулам обобщенного закона Гука для плоского напряженного состояния определяют величины приращений главных напряжений:

$$\Delta \sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\Delta \varepsilon_1 + \nu \Delta \varepsilon_3) \quad (41)$$

$$\Delta \sigma_3 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\Delta \varepsilon_3 + \nu \Delta \varepsilon_1). \quad (42)$$

Значения модуля упругости и коэффициента Пуассона  $\nu$  материала исследуемого образца принимаются из справочной литературы (приложение 2).

Положение главных площадок определяют, используя формулу:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{\Delta\varepsilon_I + \Delta\varepsilon_{III} + 2\Delta\varepsilon_{II}}{\Delta\varepsilon_I - \Delta\varepsilon_{III}}. \quad (43)$$

Для сопоставления экспериментально найденных значений главных напряжений  $\Delta\sigma_1^{\text{оп}}, \Delta\sigma_3^{\text{оп}}$  и угла наклона главных площадок  $\alpha_0^{\text{оп}}$  с расчетными значениями производят теоретический расчет.

По известным величинам наружного и внутреннего диаметров ( $d_n$  и  $d_{вн}$ ) исследуемого образца определяют значения осевого и полярного моментов сопротивления сечения образца по формулам:

$$W_x = \frac{\pi d_n^3}{32} (1 - c^4); \quad (44)$$

$$W_p = \frac{\pi d_n^3}{16} (1 - c^4), \quad (45)$$

где  $c = d_{вн} / d_n$  - соотношение внутреннего и наружного диаметров сечения образца.

По приведенным выше формулам вычисляют: приращения изгибающего  $\Delta M$  и крутящего  $\Delta T$  моментов при приложении к образцу нагрузки  $\Delta F$ ; приращения значений нормального  $\Delta\sigma$  и касательного  $\Delta\tau$  напряжений; приращения значений главных напряжений  $\Delta\sigma_1^T$  и  $\Delta\sigma_3^T$ ; значение угла наклона  $\alpha_0$  главных площадок и исходным.

В выводах нужно сравнить значения полученных при испытании величин главных напряжений и угла наклона главных площадок со значениями, полученными теоретическим расчетом. Расхождения при этом могут быть объяснены незнанием точных значений модуля упругости и коэффициента Пуассона материала образца, неполной определенностью места приклеивания розетки тензодатчиков и погрешностями опыта;

#### Контрольные вопросы:

1. Что называется напряженным состоянием точки тела?
2. Какое напряженное состояние называется пространственным? с трехосным), плоским (двухосным) и линейным (одноосным)?
3. Что представляют собой главные напряжение и главные площадки?
4. Как определяют положение главных площадок?
5. Как определяют значения главных напряжений?
6. Какой вид напряженного состояния возникает при изгибе с кручением?
7. Расскажите методику определения приращения главных деформаций при изгибе с кручением.
8. Сформулируйте обобщенный закон Гука.

**Содержание отчета:**

## Лабораторная работа № 14

Дата « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ  
ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ****Цель работы:**

1. Определить опытным путем величины главных напряжений и положения главных площадок при изгибе с кручением.
2. Сравнить их с результатами теоретических расчетов.

**Оборудование**

1. Разрывная машина с силоизмерительным устройством СМ-30 М.
2. Рычажные тензометры.

**Теоретическая часть**

Изгиб с кручением – это вид сложного сопротивления, когда под действием внешних нагрузок в поперечных сечениях бруса (стержня) одновременно возникают изгибающий  $\vec{M}_y$  и крутящий  $\vec{M}_z$  моменты.

**Содержание работы:** произвести испытание заданного образца на изгиб с кручением, определив максимальное напряжение, и сравнить его с теоретическим.

Схема испытываемого образца

**ПРОТОКОЛ ИСПЫТАНИЙ****1. Исходные характеристики образца**

№ № п/п	Материал	Обмер образца			Смещение нагрузки от центра тяжести $OY$
		толщина $a$	ширина $b$	высота $h$	
		$m$	$m$	$m$	$m$



## 2. Экспериментальные данные

№ № п/п	Нагрузка $F$	Прибор $A_1$		Прибор $A_2$	
		Отсчет $A_1$	Приращение отсчета $\Delta A_1$	Отсчет $A_2$	Приращение отсчета $\Delta A_2$
	$H$	$мм$	$мм$	$мм$	$мм$
		среднее	$\Delta A_1 =$	среднее	

## 3. Результаты испытаний

Напряжение, МПа		Расхождение между
Опытные $\sigma^0 = \frac{\Delta A_{1cp} E}{n}$	Теоретические $\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_x^2}$	
		$\sigma^0$ и $\sigma^T$ %%

## ВЫВОДЫ

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Исполнитель \_\_\_\_\_

Руководитель \_\_\_\_\_

## ЛИТЕРАТУРА

### **а) основная литература**

1. Беляев Н.М. Лабораторные работы по сопротивлению материалов. - М., ГМТТЛ. 2002. - 286с.
2. Серазутдинов М.И. Прикладная механика: учебник / М.И.Серазутдинов, Э.Н. Островская, Н.П.Петухов, С.Г.Сидорин: под ред.М.Н. Серазутдинова -Казань ООО Веда, 2011. – 322 с.
3. Степин П. А. Сопротивление материалов, М., «Высшая школа», 2010.
4. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.- М. Наука, 2003г- 590с.

### **б) дополнительная литература**

5. Государственные стандарты на методы механических испытаний.
6. Синяговский И.С. Руководство к лабораторным работам по сопротивлению материалов/ И.С. Синяговский, А.Д. Двоеглазова, А.Ф. Засова, Г.Г. Баловнев - М., Высшая школа, 2001.-182с.
7. Пикмуллин Г.В. Методическое указание для выполнения лабораторных работ по сопротивлению материалов/ Г.В. Пикмуллин, А.А.Мустафин. Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2012. - 32 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Механические характеристики некоторых сталей

Марка стали	Предел текучести $\sigma_y$ , МПа	Предел прочности $\sigma$ , МПа	Относительное удлинение $\sigma$ , %
Ст. 0	19	32...47	18
Ст. 1	-	32...40	28
Ст. 2	19...22	34...42	26
Ст. 3	21...24	38...47	23...21
Ст. 4	24...26	42...52	21...19
Ст. 5	26...28	50...62	17...15
Ст. 6	30...31	60...72	13...11
20Х	60	80	-
40,45,50	40...60	60...70	-

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Модули упругости и коэффициенты Пуассона

Материал	Модуль упругости E, МПа	Модуль сдвига G, МПа	Коэффициент Пуассона $\nu$
Углеродистые стали	$(2,0...2,1)10^5$	$(8,0...8,1)10^4$	0,24...0,28
Легированные стали	$(2,1...2,2)10^5$	$(8,0...8,1)10^4$	0,25...0,30
Чугун серый	$(1,15...1,6)10^5$	$4,5 \cdot 10^4$	0,23...0,27
Чугун ковкий	$1,55 \cdot 10^5$	-	-
Медь (прокат)	$1,1 \cdot 10^5$	$4,0 \cdot 10^4$	0,31...0,34
Алюминий (прокат)	$0,69 \cdot 10^5$	$(2,6...2,7)10^4$	0,32...0,36
Дюралюминий	$0,70 \cdot 10^5$	$3,7 \cdot 10^4$	0,31
Дерево (сосна, ель): вдоль волокон	$(0,1...0,12)10^5$	$0,055 \cdot 10^4$	-
Поперек волокон	$0,005...0,01)10^5$	-	-

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Лабораторная работа 10. Определение модуля сдвига $G$ .....	4
Лабораторная работа 11. Исследование прогибов балки .....	10
Лабораторная работа 12. Определение деформации балки при косом изгибе.....	10
Лабораторная работа 13. Внецентренное растяжение (или сжатие) стержня.....	19
Лабораторная работа 14. Исследование напряженного состояния при изгибе с кручением.....	26
Литература	34
Приложения	35