

**Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего образования
Казанский государственный аграрный университет**

**Кафедра экономики и
информационных технологий**

**Учебно-методическое пособие для практических
занятий и самостоятельной работы по дисциплине
«Методы оптимальных решений»
(часть 2)**

Казань -2015

ББК 65.9(2)32
УДК 631.15.001.891.57(075.8)

Составители : д.э.н., проф. Газетдинов М.Х., к.э.н., доц. Семичева О.С., к.э.н., доц. ГагинаФ.Ф.

Рецензенты: доцент кафедры прикладной математики КГАСУ, к.ф.-м.н. Габбасов Ф.Г., к.э.н., доцент кафедры бухгалтерского учета и аудита КГАУ Мухаметзянов К. З.

Учебно-методическое пособие для практических занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Методы оптимальных решений» для студентов Института экономики по направлению 38.03.01 «Экономика» представляет весь комплекс современных обучающих и контролирующих средств, предназначенных для аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный материал представлен по темам и содержит методические рекомендации по их изучению, контрольные задачи и вопросы для самопроверки, а также список рекомендованной учебной литературы.

Учебно-методическое пособие обсуждено и одобрено на заседании кафедры экономики и информационных технологий 29 октября 2015 года, протокол № 4.

Обсуждено, одобрено и рекомендовано в печать на заседании методической комиссии Института экономики 9 ноября 2015 года, протокол № 4.

СОДЕРЖАНИЕ

1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.....	4
Контрольные вопросы.....	5
2. ПРИЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФОРМАЛИЗАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ.....	6
2.1 Запись ограничений с неизменяющимися параметрами.....	6
2.2. Запись ограничений с изменяющимися объемами.....	8
2.3. Запись ограничений с использованием коэффициентов пропорциональности.....	
2.4. Запись ограничений с помощью вспомогательной переменной.....	13
2.5. Запись условий с изменяющимися технико – экономическими коэффициентами.....	14
2.6. Моделирование критерия оптимальности.....	15
2.7. Запись моделей в табличной форме.....	17
3. ОПТИМИЗАЦИЯ КОРМОВЫХ РАЦИОНОВ.....	21
Литература.....	29

1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

По общему целевому назначению экономико-математические модели делятся на теоретико-аналитические, используемые при изучении общих свойств и закономерностей экономических процессов, и прикладные, применяемые в решении конкретных экономических задач анализа, прогнозирования и управления. Различные типы прикладных экономико-математических моделей как раз и рассматриваются в данном учебном пособии.

По степени агрегирования объектов моделирования модели разделяются на макроэкономические и микроэкономические. Хотя между ними и нет четкого разграничения, к первым из них относят модели, отражающие функционирование экономики как единого целого, в то время как микроэкономические модели связаны, как правило, с такими звеньями экономики, как предприятия и фирмы.

По конкретному предназначению, т. е. по цели создания и применения, выделяют балансовые модели, выражающие требование соответствия наличия ресурсов и их использования; трендовые модели, в которых развитие моделируемой экономической системы отражается через тренд (длительную тенденцию) ее основных показателей; оптимизационные модели, предназначенные для выбора наилучшего варианта из определенного числа вариантов производства, распределения или потребления; имитационные модели, предназначенные для использования в процессе машинной имитации изучаемых систем или процессов и др.

По типу информации, используемой в модели, экономико-математические модели делятся на аналитические, построенные на априорной информации, и идентифицируемые, построенные на апостериорной информации.

По учету фактора времени модели подразделяются на статические, в которых все зависимости отнесены к одному моменту времени, и динамические, описывающие экономические системы в развитии.

По учету фактора неопределенности модели распадаются на детерминированные, если в них результаты на выходе однозначно определяются управляющими воздействиями, и стохастические (вероятностные), если при задании на входе модели определенной совокупности значений на ее выходе могут получаться различные результаты в зависимости от действия случайного фактора.

Экономико-математические модели могут классифицироваться также по характеристике математических объектов, включенных в модель, другими словами, по типу математического аппарата, используемого в модели. По этому признаку могут быть выделены матричные модели, модели линейного и нелинейного программирования, корреляционно-регрессионные модели, и управления, модели теории игр и т.д.

Контрольные вопросы:

1. В чем заключается смысл системного подхода к анализу социально-экономических систем и процессов?
2. Сформулируйте понятий «модель» и «метод моделирования».
3. Каковы важнейшие особенности социально-экономических систем как объектов моделирования?
4. Дайте характеристику этапов экономико-математического моделирования.
5. Укажите основные научные дисциплины и методы, входящие в состав экономико-математических методов.
6. Назовите основные классификационные признаки экономико-математических моделей и приведите примеры моделей, входящих в ту или иную классификационную рубрику.

2. ПРИЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФОРМАЛИЗАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

Целью данного раздела является получение первичных навыков в овладении методикой математической формализации организационно – экономических и технологических связей и процессов в сельском хозяйстве. Содержание занятий сводится к математической формализации записанных текстом производственных ситуаций в виде отдельных условий и подсистем числовых моделей.

Методические указания построены таким образом, что в начале каждого раздела рассматривается пример, отражающий сущность того или иного приема формализации.

2.1 Запись ограничений с неизменяющимися параметрами

Пример. Записать условие использования пашни в хозяйстве, если площадь пашни составляет 4000 га, на которой можно высевать следующие культуры: пшеницу, ячмень, овес, кукурузу, однолетние травы. А площадь чистого пара должна составлять не менее 5% пашни.

1. Разработку модели следует начинать с обозначения переменных величин.

Переменные в данной задаче обозначают площади посевов культур, га:

x_1 – пшеницы;

x_2 – ячменя;

x_3 – овса;

x_4 – кукурузы;

x_5 – однолетних трав;

x_6 – площадь чистого пара.

2. Составим ограничения числовой модели.

Зная смысл переменных величин, записываем условия задачи в виде неравенств.

- 1) По использованию пашни, га

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=4000$$

2) По площади чистого пара, га

$$x_6 \geq 200$$

Задача 1. Составить условие использования пашни в хозяйстве, если известно, что ее площадь составляет 6200 га, на которой можно высевать следующие культуры: пшеницу, ячмень, овес, кукурузу, однолетние травы. Часть пашни отводится под чистый пар. Площадь чистого пара должна составлять не менее 10% пашни.

Задача 2. Составить условие обеспеченности кормами одной коровы, которой в сутки требуется не менее 10,30 кг. корм.ед. и не менее 1130 гр. переваримого протеина. Из кормов имеются сено костровое, солома ячменная, силос кукурузный, концентраты (ячмень).

Таблица 2.1 - Содержание питательных веществ в 1 кг корма

Показатели	Корма			
	сено ко- стровое	солома ячменная	силос куку- рузный	концен- траты
Кормовые единицы, кг	0,48	0,33	0,20	1,11
Переваримый протеин, гр.	57,9	14,41	12,9	79,4

Задача 3. Составить условие по использованию 8300 га пашни. В хозяйстве планируется следующая урожайность культур: пшеницы – 20 ц с 1 га; ячменя – 18; проса – 15; кукурузы на силос – 200; однолетних трав на сено – 16 ц с 1 га. Отдельными переменными обозначить валовое производство каждого вида продукции.

Задача 4. Хозяйство должно продать не менее 14 тыс. ц молока и 3500 ц мяса. Выход товарного молока на одну корову составляет 2300 кг, выход мяса на одну голову молодняка КРС – 160 кг. Записать ограничения по реализации продукции.

Задача 5. Записать ограничение по продаже государству не менее 85 тыс. ц зерна, в том числе пшеницы не менее 60 тыс. ц. Выход товарного зерна с 1 га посева яровой пшеницы составляет 19 ц, ячменя – 20 ц.

Задача 6. На одну голову КРС в сутки требуется не менее 6 кг. корм.ед. и 660 гр. переваримого протеина. Имеются следующие корма: сено многолетних трав (люцерна), силос кукурузный, сенаж (вико-овсяно-гороховый), ячмень, овес. Суточное потребление силоса должно быть не более 6 кг, сена – не менее 2 кг. Записать эти условия.

Таблица 2.2 - Содержание питательных веществ в 1 кг корма

Показатели	Корма				
	сено много- летних трав	силос ку- курузный	сенаж	ячмень	овес
Кормовые единицы, кг	0,50	0,20	0,38	1,11	0,95
Переваримый протеин, гр.	96	12,9	42	79,4	93

2.2. Запись ограничений с изменяющимися объемами

Первый прием (построение двухсторонних ограничений)

Пример. В хозяйстве имеется 6000 гектаров пашни. На ней высеваются: пшеница, ячмень, овес, кормовые корнеплоды, кукуруза на силос, многолетние травы. Зерновые могут занимать от 2600 до 3000 гектар, пропашные культуры от 30 до 40% площади пашни.

1. Переменные величины задачи.

Посевные площади культур, га:

x_1 – пшеницы;

x_2 – ячменя;

x_3 – овса;

x_4 – кормовых корнеплодов;

x_5 – кукурузы на силос;

x_6 – многолетних трав.

2. Составим ограничения числовой модели.

В данной задаче площадь посевных культур известна в нижних и верхних пределах, в таких случаях левая часть неравенства записывается дважды, а в правой отражаются нижняя и верхняя границы.

По использованию земельных ресурсов, га.

1) По площади пашни, га.

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6\leq 6000$$

По площади зерновых культур, га.

В двухстороннем виде данное ограничение будет иметь вид:

$$2600\leq x_1+x_2+x_3\leq 3000$$

Разделив данное неравенство на два ограничения, получим:

2) Минимальная площадь зерновых культур, га

$$x_1+x_2+x_3\geq 2600$$

3) Максимальная площадь зерновых культур, га

$$x_1+x_2+x_3\leq 3000$$

По площади пропашных культур, га.

В двухстороннем виде данное ограничение будет иметь вид:

$$500\leq x_4+x_5\leq 1\ 000$$

Разделив данное неравенство на два ограничения, получим:

4) Минимальная площадь пропашных культур, га (30%)

$$x_4+x_5\geq 1800$$

5) Максимальная площадь пропашных культур, га (40%)

$$x_4+x_5\leq 2400$$

Задача 7. Составить ограничения по площади пашни и ресурсам труда, если известно, что площадь пашни составляет 1,5 тыс. га, а количество трудовых ресурсов может составлять от 100 тыс. до 120 тыс. чел.-час. Затраты труда составляют на 1 га посева яровой пшеницы 15 чел.-час; озимой ржи – 14; ячменя 13; кукурузы на силос – 30; многолетних трав на сено – 7; чистого пара – 3; на одну голову КРС 280 чел.-час.

Задача 8. В хозяйстве имеется 5 тыс. га пашни. На ней высеваются: пшеница, ячмень, овес, кормовые корнеплоды, кукуруза на силос, многолетние травы. Зерновые могут занимать от 60 до 70% площади пашни, пропашные культуры от 10 до 20%.

Задача 9. Допустимая по зоотехническим нормам питательность концентрированных кормов в рационе может составлять от 2,8 до 4,4 кг. корм. ед., грубых кормов – от 4,2 до 5,8 кг. корм. ед. Составить условия по включению

этих групп кормов в рацион, если в хозяйстве имеются комбикорм, ячменная мука, солома пшеничная, сено многолетних трав (донниковое).

Таблица 2.3 - Содержание питательных веществ в 1 кг корма

Показатели	Корма			
	Комби-корм	ячменная мука	солома пшеничная	сено много-летних трав
Кормовые единицы, кг	0,90	1,11	0,21	0,45

Второй прием (введение вспомогательной переменной)

Пример. Площадь пашни в хозяйстве составляет 5 тыс. га, естественных пастбищ – 1000 га. Почвенные условия позволяют до 400 га пастбищ трансформировать (перевести) в пашню. На пашне выращиваются яровая пшеница, ячмень и кукуруза на силос. Составить ограничения по использованию земельных угодий и возможности их трансформации.

1. Переменные величины задачи.

Площади посева культур, га:

x_1 – яровой пшеницы;

x_2 – ячменя;

x_3 – кукурузы на силос.

Площади естественных угодий, га:

x_4 – естественные пастбища;

вспомогательные переменные:

x_5 – площадь естественных пастбищ, которую можно трансформировать в площадь пашни.

2. Составим ограничения числовой модели:

1) По площади пашни, га.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5000 + x_5$$

перенесем переменную x_5 в левую часть ограничения

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_5 \leq 5000$$

2) По площади естественных пастбищ, га

$$x_4 \leq 1000 - x_5$$

перенесем переменную x_5 в левую часть ограничения

$$x_4 + x_5 \leq 1000$$

3) По трансформации пастбищ в пашню, га

$$x_5 \leq 400$$

Задача 10. Площадь естественных пастбищ в хозяйстве составляет 2300 га. В случае необходимости она может быть увеличена на 1050 га. Ввести переменные и составить систему ограничений по использованию пастбищ и возможности увеличения их площади.

Задача 11. В хозяйстве выращивается яровая пшеница, кукуруза на силос, многолетние травы. Затраты труда на 1 га соответственно равны 1,8; 3,2; 1,2 чел.-дня. Для возделывания данных культур имеются трудовые ресурсы в количестве 100 тыс. чел.-дней. В случае недостатка последних можно использовать дополнительно 12 тыс. чел.-дней привлеченных работников. Составить ограничения по использованию трудовых ресурсов и возможности их пополнения.

Задача 12. Площадь пашни в хозяйстве составляет 6 тыс. га, естественных пастбищ – 1300 га, естественных сенокосов – 1000 га. Почвенные условия позволяют до 400 га пастбищ трансформировать (перевести) в пашню и до 200 га в естественные сенокосы. На пашне выращиваются яровая пшеница, ячмень и кукуруза на силос. Составить ограничения по использованию земельных угодий и возможности их трансформации.

2.3. Запись ограничений с использованием коэффициентов пропорциональности

Пример. В кормовой рацион могут включаться ячмень, горох, солома ячменная, силос кукурузный. Записать условие, что концентрированные корма в рационе могут составлять не более 50% общей питательности.

Таблица 2.4 - Содержание питательных веществ в 1 кг корма

Показатели	Корма			
	ячмень	горох	солома	силос кукурузный
Кормовые единицы, кг	1,13	1,17	0,33	0,20

1. Переменные величины задачи.

Масса кормов, кг:

x_1 – ячмень;

x_2 – горох;

x_3 – солома;

x_4 –силос кукурузный.

2. Составим ограничения числовой модели:

1) По содержанию концентрированных кормов в рационе, кг корм. ед.

$$1,13x_1+1,17x_2 \leq 0,5(1,13x_1+1,17x_2+0,33x_3+0,2x_4)$$

раскроем скобки

$$1,13x_1+1,17x_2 \leq 0,57x_1+0,59x_2+0,17x_3+0,1x_4$$

перенесем переменные с технико-экономическими коэффициентами в левую сторону ограничения

$$0,56x_1+0,58x_2-0,17x_3-0,1x_4 \leq 0$$

Задача 13. Из зерновых в хозяйстве высеваются пшеница, горох, овес. Пшеница должна составлять не более 70% от общей площади зерновых. Записать это условие.

Задача 14. В кормовой рацион могут включаться ячмень, сено многолетних трав (клеверное), солома ячменная, силос кукурузный. Записать условие, что грубые корма в рационе могут составлять не более 40% общей питательности.

Таблица 2.5 - Содержание питательных веществ в 1 кг корма

Показатели	Корма			
	ячмень	сено много- летних трав	солома	силос ку- курузный
Кормовые единицы, кг	1,11	0,48	0,33	0,20

Задача 15. В хозяйстве имеется 6700 тыс. га пашни. На ней высеваются: пшеница, ячмень, овес, кормовые корнеплоды, кукуруза на силос. Зерновые могут занимать от 50 до 70% посевной площади, пропашные от 20 до 30%.

Задача 16. В состав стада крупного рогатого скота входят коровы, нетели, телки и бычки старше 1 года, телки и бычки до 1 года. Записать условие, что

удельный вес коров в стаде может колебаться в пределах от 40 до 60%, а удельный вес нетелей – от 8 до 10%.

2.4. Запись ограничений с помощью вспомогательной переменной

Пример. Записать условие, определяющее площадь земельного участка, необходимого для посева следующих культур: рожь, ячмень, однолетние травы, кормовые корнеплоды и овощи.

1. Переменные величины задачи.

Посевные площади культур, га.:

x_1 – рожь;

x_2 – ячмень;

x_3 – однолетних трав;

x_4 – кормовых корнеплодов;

x_5 – овощей.

вспомогательная переменная:

x_6 – площадь земельного участка, га.

2. Составим ограничения числовой модели:

1. По площади земельного участка, га.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = x_6$$

перенесем переменные в левую сторону ограничения

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - x_6 = 0$$

Задача 17. Записать условие, определяющее площадь земельного участка, необходимого для посева следующих культур: зерновые, однолетние травы, кормовые корнеплоды и овощи.

Задача 18. В хозяйстве возделываются горох, ячмень и овес на фураж. Урожайность гороха составляет 14 ц с 1 га, ячменя – 18, овса – 16 ц с 1 га. Требуется составить условия, определяющие наличие концентрированных кормов в натуре и кормовых единицах.

Таблица 1.6 - Содержание питательных веществ в 1 ц корма

Показатели	Корма		
	горох	ячмень	овес
Кормовые единицы, ц	1,16	1,11	0,95

Задача 19. В задаче 13 записать условие по структуре посевных площадей, используя вспомогательную переменную для площади зерновых культур.

Задача 20. В задаче 14 записать условие по структуре кормового рациона, введя вспомогательную переменную по питательности грубых кормов.

Задача 21. В задаче 14 записать условие по структуре кормового рациона, введя отраженные переменные и вспомогательные ограничения по питательности рациона и питательности грубых кормов.

Задача 22. В задаче 15 с помощью вспомогательных переменных для площадей зерновых и пропашных культур записать ограничения по структуре посевных площадей и площади пашни.

Задача 23. В задаче 15 с помощью вспомогательных переменных для групп культур и посевной площади записать ограничения по структуре посевных площадей.

Задача 24. С помощью вспомогательной переменной, обозначающей общее поголовье, записать условия задачи 16.

Задача 25. Сравнить преимущества и недостатки использованных приемов моделирования:

- | | |
|---------------------------|-----------------------|
| а) в задачах 13 и 19; | г) в задачах 15 и 23; |
| б) в задачах 14, 20 и 21; | д) в задачах 16 и 24. |
| в) в задачах 15 и 22; | |

2.5. Запись условий с изменяющимися технико – экономическими коэффициентами

Пример. Записать условия для обоснования технологической схемы возделывания кукурузы на зерно, связанные с изменением технико-экономических коэффициентов. Допустим известно, что при первой технологии для получения урожайности 40 ц/га требуется затратить 10 чел.-дней на 1 га. При второй технологии при увеличении затрат труда на 1 га до 14 чел.- дней урожайность составит 48 ц/га. Общие затраты труда не должны превышать 5000 чел.-дней.

1. Переменные величины задачи.

x_1 – посевная площадь кукурузы на зерно, га;

вспомогательная переменная:

x_2 – общий прирост зерна кукурузы, ц.

Определим дополнительные затраты труда на 1 ц производства зерна кукурузы, разделив разность в затратах труда на 1 га на разность в урожайности.

Получим $(14 - 10)/(48 - 40) = 0,5$ чел.-дня на 1 ц.

2. Составим ограничения числовой модели.

1) По использованию трудовых ресурсов, чел.-час,

$$10x_1 + 0,5x_2 \leq 5000$$

В этом случае вводится вспомогательное ограничение, обеспечивающее нулевое значение вспомогательной переменной x_2 , если основная переменная x_1 получит нулевое значение при решении

$$x_2 \leq 8x_1 \text{ или } -8x_1 + x_2 \leq 0$$

Задача 26. Молочному стаду выделяется 54 тыс. ц корм. ед. кормов. Требуется произвести не менее 30 тыс. ц молока. При затратах кормов на одну голову 28 ц корм. ед. годовой надой молока составляет 27 ц, а если повысить уровень кормления до 30 ц корм. ед., то он возрастет до 30 ц. Записать эти условия.

Задача 27. Урожайность зерновых при первом режиме орошения (2,5 тыс. м³ на 1 га) составляет 30 ц с 1 га, при втором режиме орошения (1,8 тыс. м³ на 1 га) – 26 ц с 1 га. Необходимо произвести не менее 70 тыс. ц зерна. Запасы воды в источнике орошения составляют 5,5 млн. м³.

2.6. Моделирование критерия оптимальности

Пример. Записать критерий оптимальности – минимум площади пашни, необходимой для выращивания ржи, ячменя, овса, кукурузы, картофеля, однолетних трав.

1. Переменные величины фрагмента задачи.

Посевные площади культур, га:

x_1 – рожь;

x_2 – ячмень;

x_3 – овса;

x_4 – кукурузы;

x_5 – картофеля;

x_6 – однолетних трав.

Критерий оптимизации – минимум пашни под посевами, га.

$$Z_{\min} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6;$$

Существует и другая запись критерия оптимизации (целевая функция)

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \rightarrow \min.$$

Задача 28. Записать в математической форме критерий материально-денежных затрат на выращивание овса, ячменя, многолетних трав и кормовых корнеплодов, если известно, что затраты на 1 га этих культур соответственно равны 56; 52,5; 20,2; 210 руб.

Задача 29. Записать критерий площади пашни, необходимой для выращивания пшеницы, овса, кукурузы, картофеля, однолетних трав.

Задача 30. Записать критерий прибыли от производства и реализации четырех культур: пшеницы, овса, ячменя, гороха. Денежная выручка от реализации в расчете на 1 га этих культур соответственно равна 240, 170, 150, 225 руб., а затраты на 1 га – 80, 90, 70, 75 руб.

Задача 31. Животноводческий комплекс должен произвести не менее 12 тыс. ц молока и 14 тыс. ц мяса. Он располагает трудовыми ресурсами в размере 100 тыс. чел.-дней и ресурсами кормов в количестве 140 тыс. ц корм. ед. Затраты труда на 1 ц молока составляют 0,7 чел.-дня, на 1 ц мяса – 6 чел.-дней. Затраты кормов на 1 ц молока и мяса соответственно равны 1,05 и 8,8 ц корм. ед., материально-денежные затраты на производство 1 ц молока и мяса соответственно составляют 19,2 и 132 руб. Записать числовую модель задачи.

2.7. Запись моделей в табличной форме

Пример. В годовой рацион коровы могут входить следующие виды кормов: овес, горох, сено однолетних трав (вико-овсяное). Общая питательность рациона должна быть не менее 12 ц корм. ед., содержание переваримого протеина – не менее 1,25 ц Удельный вес концентрированных кормов в рационе должен составлять не более 40% общей питательности рациона.

Записать числовую модель задачи. Критерий оптимальности – минимум стоимости рациона.

Таблица 2.7 - Содержание питательных веществ в 1 ц корма и стоимость 1 ц корма

Показатели	Корма		
	овес	горох	сено однолетних трав
Кормовые единицы, ц	0,95	1,16	0,45
Переваримый протеин, ц	0,093	0,172	0,076
Стоимость, руб.	230,60	347,60	40,50

1. Вводятся обозначения переменных величин и устанавливаются единицы их измерения. При этом однотипные переменные величины рекомендуется объединять в группы.

Переменные величины

Масса кормов, ц:

x_1 – овса;

x_2 – гороха;

x_3 – сена однолетних трав.

вспомогательная переменная:

x_4 – общая питательность рациона, ц к.ед.

2. Составляется числовая модель задача. При этом производится расчет технико-экономических коэффициентов и свободных членов (если в этом есть необходимость) и строятся уравнения и неравенства с указанием наименования каждого из них и соответствующих единиц измерения. В случае необходимости производится упорядочение элементов записанных математических выражений (раскрытие скобок, перенос членов, содержащих переменные величины, в левую часть уравнений и неравенств, приведение подобных членов и т.п.).

Составим ограничения числовой модели.

1) Определение общей питательности рациона, ц корм. ед.

$$0,95x_1 + 1,16x_2 + 0,45x_3 = x_4,$$

перенесем x_4 в левую часть ограничения

$$0,95x_1 + 1,16x_2 + 0,45x_3 - x_4 = 0$$

2) Содержание кормовых единиц в рационе, ц корм. ед.

$$x_4 \geq 12$$

3) Содержание переваримого протеина в рационе, ц.

$$0,093x_1 + 0,172x_2 + 0,076x_3 \geq 1,25$$

4) По содержанию концентрированных кормов в рационе, ц корм. ед.

(40%).

$$0,95x_1 + 1,16x_2 \leq 0,4x_4$$

Раскроем скобки, перенесем все члены уравнения, содержащие переменные величины, в левую часть уравнения

$$0,95x_1 + 1,16x_2 - 0,4x_4 \leq 0$$

3. Критерий оптимизации – минимум стоимости рациона, ден.ед.

$$Z_{\min} = 230,60x_1 + 347,60x_2 + 40,50x_3$$

Таблица 2.8 - Числовая экономико-математическая модель

N ограничения	Переменные Ограничения	ед. измерения	1	2	3	4	Тип ограничения	B _i
			овес	горох	сено однолетних трав	общая питательность кормов		
1	Общая питательность рациона	ц к.ед	0,95	1,16	0,45	-1	=	0
2	Содержание кормовых единиц в рационе	ц к.ед				1	≥	12
3	По содержание перев протеина	ц	0,093	0,172	0,076		≥	1,25
4	По содержание концентр. кормов в рационе	ц к.ед	0,95	1,16		-0,4	≤	0
	C _j	руб	230,00	347,50	40,50		→	min

Задача 32. Хозяйство располагает 6300 га пашни и 1700 га естественных пастбищ. На пашне могут возделываться пшеница, овес, многолетние травы,

картофель, кормовые корнеплоды. При этом площадь под зерновыми не должна превышать 70% посевной площади, а площадь пропашных (картофель, кормовые корнеплоды) должна находиться в пределах от 700 до 900 га. В случае необходимости до 400 га пастбищ может быть трансформировано в пашню.

Задача 33. В бригаде для посева имеется 2 тыс. га пашни. На ней высеваются пшеница, ячмень, картофель, многолетние и однолетние травы на сено. Зерновые могут составлять от 60 до 70% посевной площади, пропашные 10-20%, травы – 20-30%. Критерий оптимальности – стоимость продукции. Урожайность пшеницы 26 ц с 1 га, ячменя – 22, картофеля – 120, однолетних трав – 21; многолетних трав – 25 ц с 1 га. Стоимость 1 ц пшеницы 10,95 руб., ячменя – 7,91; картофеля – 31,52; однолетних трав на сено – 3,75; многолетних трав на сено – 4,35 руб.

Задача 34. В годовой рацион коровы могут входить следующие виды кормов: овес, горох, сено однолетних трав (вико-овсяное) и сено многолетних трав (клеверно-кострецовое) силос кукурузный, солома ячменная. Общая питательность рациона должна быть не менее 12 ц. корм. ед., содержание переваримого протеина не менее 1,25 ц. Удельный вес концентрированных кормов в рационе должен колебаться в пределах от 20 до 40% от общей питательности рациона, а масса сена должна составлять от 10 до 15 ц.

Записать числовую модель задачи, используя вспомогательные переменные по питательности концентрированных кормов и общей питательности, и представить ее в табличной форме. Критерий оптимальности – минимум стоимости рациона.

Таблица 2.9 - Содержание питательных веществ в 1 ц корма и стоимость

1 ц корма.

Показатели	Корма					
	овес	горох	сено одно- летних трав	сено мно- голетних трав	силос кукуруз- ный	соло- ма
Кормовые еди- ницы, ц	0,95	1,16	0,45	0,44	0,20	0,33
Переваримый протеин, ц	0,093	0,172	0,076	0,073	0,013	0,014
Стоимость, руб.	230,00	347,60	40,20	39,90	36,50	10,00

3. ОПТИМИЗАЦИЯ КОРМОВЫХ РАЦИОНОВ

Задание 1. Запишите условия приведенной ниже задачи в виде экономико-математической модели в бланк матрицы. Решите на компьютере и проанализируйте решение.

Постановка задачи. Требуется рассчитать оптимальный рацион кормления дойных коров в зимний период средним живым весом 450 кг, суточным удоем 10 кг и жирностью молока 3,9%.

Варианты критерия оптимизации:

1. Минимум стоимости рациона;
2. Минимум расхода кормов (корм. ед.)

Исходная информация

Таблица 3.1 - Набор кормов, их питательность и себестоимость

Показатели	Рожь	Горох	Силос ку- курузный	Кормовая свекла	Сено кле- верное
Содержание к. ед, кг	1,03	1,14	0,15	0,12	0,52
Перевар протеин, г	93	176	9	9	32
Кальций, г	1,45	1,36	1,57	0,33	12,9
Фосфор, г	3,05	3,41	0,61	0,26	3,4
Каротин, г		1	20	2	25
Сух. вещество, кг	0,87	0,86	0,23	0,13	0,83
Себестоимость, руб.	250,50	347,60	36,50	150,50	38,7

Потребность в кормовых единицах, переваримом протеине, кальции, фосфоре, каротине составляет соответственно не менее 9,8 кг, 1032 кг, 63 г, 42 г, 342 мг, сухого вещества – не более 15 кг.

Структура рациона: концентраты должны составлять от 20 до 30% общего содержания кормовых единиц в рационе, сочные – 40-60%, грубые – 15-30%.

Гороха в рационе не должно быть более 30% от концентратов (по весу). Корнеплодов должно быть не менее 25% от сочных (по питательности), сена не менее 5 кг.

Анализ оптимального рациона на основе матрицы и полученного решения.

1. Какие корма и в каком количестве вошли в оптимальный рацион?
2. Каково содержание питательных элементов в оптимальном рационе?
3. Определите избыток питательных элементов в абсолютных единицах и в % от общего содержания?
4. Какова структура оптимального рациона по группам кормов:
Концентраты.....%
Сочные.....%
Грубые.....%
5. Результативность в соотношениях между отдельными кормами и соответствующем группами кормов:

Горох.....% от концентратов,

Корнеплоды.....% от сочных.

6. Какова стоимость оптимального рациона?
7. Является ли данный рацион оптимальным?
8. Выводы и предложения к практическому применению оптимального решения.

Индивидуальное задание. Требуется составить оптимальный рацион для дойных коров в зимний период в зависимости от их живого веса и продуктивности. Критерием оптимизации служит минимальная себестоимость рациона. Исходные данные для составления модели необходимо взять согласно своему варианту из таблицы 2.4, 2.5 а виды кормов, их себестоимость, питательность из – таблиц 2.2, 2.3.

Таблица 2.2

Набор кормов в рационе и их себестоимость, ц/руб

Показатели	№ вариантов			
	1– 4	5 – 8	9 – 12	13 – 16
Концентрированные корма:				
Рожь	250,40	245,70	255,60	254,30
Ячмень	251,70			
Горох		347,60		
Овес			230,00	
Пшеница яровая				248,80
Отруби пшеничные	300,00	300,00	300,00	
Отруби ржаные				280,00
Жмых подсолнечниковый			280,00	
Жмых конопляный	280,00	280,00		280,00
Сочные корма:				
Свекла сахарная	180,30		178,90	
Свекла кормовая		150,50		150,10

Морковь кормовая	200,00		210,60	5,44
Картофель		291,00		
Силос кукурузный	36,50	32,60		33,00
Силос подсолнечниковый			37,20	36,80
Жом свежий	10,00	11,10	9,90	9,50
Барда зернокартофельная	5,40	5,50	5,60	5,70
Грубые корма:				
Сенаж (в среднем)	39,30	38,90		39,30
Сено вико - овсяное	49,80		48,70	49,20
Сено люцерновая	42,80	39,90	40,20	
Сено клеверное				38,7
Травяная мука вико - овсяная	157,70	157,40		157,90
Травяная мука клеверная		150,50		16,16
Травяная мука люцерновая	149,80	149,40	149,70	
Солома яровая	10,00	10,90	10,80	9,90
Солома озимая	9,80	9,00	10,70	10,90

Таблица 2.3

Содержание питательных веществ

Содержание питательных веществ	В 1 кг корма содержится					
	Корм ед., кг	Перевар. протеина, г	Кальция, г	Фосфора, г	Каротина, мг	Сух. вещества, кг
1	2	3	4	5	6	7
Концентрированные корма:						
Рожь	1,11	100,00	0,80	3,40		0,87
Ячмень	1,13	80,00	1,20	3,30	1,00	0,80
Горох	1,17	195,00	1,70	4,20	1,00	0,86
Овес	1,00	85,00	1,40	3,30		0,87
Пшеница яровая	1,18	140,00	0,60	4,80	1,00	0,88
Отруби пшеничные	0,71	114,00	2,00	9,60	4,00	0,85
Отруби ржаные	0,76	112,00	1,10	5,90	3,00	0,86
Жмых подсолнечниковый	1,15	357,00	5,90	12,90	2,00	0,91
Жмых конопляный	0,96	228,00	0,50	14,60		0,89
Сочные корма:						
Свекла сахарная	0,24	13,00	0,50	0,50		0,23

Свекла кормовая	0,13	10,00	0,40	0,40		0,13
Морковь кормовая	0,14	9,00	0,60	0,30	85,00	0,12
Картофель	0,31	14,00	0,20	0,90		0,22
Силос кукурузный	0,20	14,00	1,08	0,80	20,00	0,23
Силос подсолнечниковый	0,13	12,00	2,08	0,40	18,00	0,20
Жом свежий	0,12	6,00	0,40	0,10		0,11
Барда зернокартофельная	0,03	1,00	0,20	0,60		0,05
Грубые корма:						
Сенаж (в среднем)	0,33	34,00	7,50	1,00	40,00	0,51
Сено вико - овсяное	0,45	66,00	6,40	2,80	25,00	0,83
Сено люцерновая	0,45	103,00	17,70	2,20	45,00	0,85
Сено клеверное	0,52	8,00	12,90	3,40	25,00	0,84
Травяная мука вико - овсяная	0,66	97,00	10,30	3,00	160,00	0,83
Травяная мука клеверная	0,77	95,00	9,90	2,50	150,00	0,86
Травяная мука люцерновая	0,25	35,00	14,40	2,90	250,00	0,86
Солома яровая	0,22	10,00	4,40	0,70	5,00	0,84
Солома озимая	0,22	5,00	4,20	0,80		0,84

Таблица 2.4

Исходные данные для индивидуального задания

Показатели	№ вариантов			
	1	2	3	4
1. Физиологический период	л	а	к	т
2. Живой вес коровы (кг)	400	600	500	600
3. Суточная продуктивность	10	14	16	12
4. Требуется не менее:				
а) кормовых единиц (кг)	9	12,1	12,6	11,1
б) переваримого протеина (г)	960	1340	1400	1210
в) кальция (г)	60	85	90	50

г) фосфора (г)	40	60	65	55
д) каротина (мг)	370	530	550	480
е) сухого вещества не более (кг)	14	21	18	20
5. Структура рациона:				
а) концентраты	20-30	15-30	10-25	10-20
б) сочные	40-60	45-60	50-60	40-55
в) грубые	20-30	20-30	25-35	25-35
6. Солома не более...% от всех грубых (по весу)	50	40	35	40
7. Корнеплоды не менее...% от сочных (по питательности)	20	25	25	25
8. Горох не более...% от концентратов (по весу)	10	15	12	12
9. Барда не более (кг)	10	15	12	12

Продолжение таблицы 2.4

Показатели	№ вариантов			
	5	6	7	8
1. Физиологический период	а	ц	и	и
2. Живой вес коровы (кг)	400	500	400	600
3. Суточная продуктивность	8	12	10	16
4. Требуется не менее:				
а) кормовых единиц (кг)	8	10,6	9	13,1
б) переваримого протеина (г)	840	1140	960	1470
в) кальция (г)	50	75	60	95

г) фосфора (г)	35	50	40	65
д) каротина (мг)	320	450	370	580
е) сухого вещества не более (кг)	14	17	14	21
5. Структура рациона:				
а) концентраты	15-25	10-25	10-30	15-30
б) сочные	45-55	50-60	45-60	40-55
в) грубые	20-35	20-30	25-30	25-35
6. Солома не более...% от всех грубых (по весу)	50	45	45	35
7. Корнеплоды не менее...% от сочных (по питательности)	15	25	20	30
8. Горох не более...% от концентратов (по весу)	10	12	10	15
9. Барда не более (кг)	10	12	10	15

Таблица 2.5

Исходные данные для индивидуального задания

Показатели	№ вариантов			
	9	10	11	12
1. Физиологический период	с	у	х	о
2. Живой вес коровы (кг)	400	450	500	350
3. Годовая продуктивность	3500	3000	3500	3500
4. Требуется не менее:				
а) кормовых единиц (кг)	6	6,5	7	5,8
б) переваримого протеина (г)	720	780	840	660

в) кальция (г)	60	70	80	65
г) фосфора (г)	35	40	45	30
д) каротина (мг)	576	624	672	528
е) сухого вещества не более (кг)	12	13	15	10
5. Структура рациона:				
а) концентраты	20-30	15-30	10-25	10-20
б) сочные	40-60	45-60	50-60	40-55
в) грубые	20-30	20-30	25-35	25-35
6. Солома не более...% от всех грубых (по весу)	50	40	35	40
7. Корнеплоды не менее...% от сочных (по питательности)	20	25	25	25
8. Горох не более...% от концентратов (по весу)	10	15	12	12
9. Барда не более (кг)	10	15	12	12

Продолжение таблицы 2.5

Показатели	№ вариантов			
	13	14	15	16
1. Физиологический период	с	т	о	й
2. Живой вес коровы (кг)	400	450	500	550
3. Годовая продуктивность	3000	5000	4000	4000
4. Требуется не менее:				
а) кормовых единиц (кг)	7	7,5	8	8,4
б) переваримого протеина (г)	840	900	960	1010

в) кальция (г)	70	80	90	96
г) фосфора (г)	40	45	50	55
д) каротина (мг)	672	720	768	808
е) сухого вещества не более (кг)	12	13	15	16
5. Структура рациона:				
а) концентраты	10-30	20-30	20-30	20-35
б) сочные	45-55	50-60	45-60	40-55
в) грубые	20-35	20-30	25-30	25-35
6. Солома не более...% от всех грубых (по весу)	50	45	45	35
7. Корнеплоды не менее...% от сочных (по питательности)	15	25	20	30
8. Горох не более...% от концентратов (по весу)	10	12	10	15
9. Барда не более (кг)	10	12	10	15

Тесты по дисциплине
«Методы оптимальных решений»

1. Модель – это:

- А) комплекс взаимосвязанных элементов вместе с отношениями между ними;
- В) образ реального объекта в материальной или идеальной форме, отражающий существенные свойства моделируемого объекта и замещающий его в ходе исследования;
- С) множество подсистем;
- Д) множество ограничений.

2. На этапе модельных экспериментов самостоятельным объектом исследования является:

- A) исследователь;
- B) реальный объект;
- C) модель;
- D) метод исследования.

3. Адекватность модели объекту – это:

- A) массовость;
- B) соответствие;
- C) динамичность;
- D) активная реакция.

4. По общему целевому назначению экономико-математические модели бывают:

- A) балансовые;
- B) теоретико-аналитические;
- C) трендовые;
- 4) физические.

5. По степени агрегирования объектов моделирования экономико-математические модели бывают:

- A) макроэкономические;
- B) оптимизационные;
- C) динамические;
- D) имитационные.

6. По учету фактора времени экономико-математические модели бывают:

- A) балансовые;
- B) статистические;
- C) динамические;
- D) оптимизационные.

7. По учету фактора неопределенности экономико-математические модели бывают:

- A) макроэкономические;
- B) стохастические;
- C) оптимизационные;
- D) трендовые.

8. Теоретико-аналитические экономико-математические модели – это модели,

- А) которые выражают требование соответствия объемов ресурсов и их использования;
- Б) предназначенные для изучения наиболее общих свойств и закономерностей экономических явлений;
- С) в которых нет однозначного соответствия между входными воздействиями и результатами;
- Д) в которых все зависимости отнесены к одному моменту времени.

9. Балансовые экономико-математические модели – это модели,

- А) которые выражают требование соответствия объемов ресурсов и их использования;
- Б) предназначенные для решения конкретных экономических задач анализа, прогнозирования и управления;
- С) предназначенные для использования в процессе компьютерной имитации моделируемых систем или процессов;
- Д) в которых результаты однозначно определяются входными воздействиями.

10. Статические экономико-математические модели – это модели

- А) в которых все зависимости отнесены к одному моменту времени;
- Б) отражающие развитие моделируемой системы через длительную тенденцию ее основных показателей;
- С) предназначенные для выбора наилучшего варианта развития социально-экономической системы;
- Д) описывающие экономические системы в развитии.

11. Динамические экономико-математические модели – это модели

- А) в которых нет однозначного соответствия между входными воздействиями и результатами;
- Б) описывающие экономические системы в развитии;
- С) отражающие развитие моделируемой системы через длительную тенденцию ее основных показателей;
- Д) в которых результаты однозначно определяется входными воздействиями

12. Детерминированные экономико-математические модели – это модели

- А) в которых результаты однозначно определяются входными воздействиями;
- Б) в которых все зависимости носят вероятный характер;
- С) предназначенные для использования в процессе компьютерной имитации моделируемых систем или процессов;
- Д) описывающие экономические системы в развитии.

13. Стохастические экономико-математические модели – это модели

- А) в которых результаты однозначно определяются входными воздействиями;

- В) физические;
- С) в которых либо исходная информация, либо искомый результат носит вероятностный характер;
- Д) в которых объектом моделирования является экономика отдельных предприятий или фирм с определенными данными.

14. Экономико-математическая модель – это

- А) система ограничений;
- В) концентрированное выражение наиболее существенных взаимосвязей и закономерностей поведения экономической системы в математической форме;
- С) выражение цели решения задачи в математической форме;
- Д) запись условий задачи в математической форме.

15. Моделирование, как метод исследования, основан на принципе

- А) адекватности;
- В) точности;
- С) аналогии;
- Д) подобия.

16. Цель решения задачи выражается

- А) составом переменных;
- В) ограничениями;
- С) критерием оптимальности;
- Д) объемами ресурсов.

17. По экономической роли в модели переменные бывают:

- А) основные и вспомогательные;
- В) основные и дополнительные;
- С) дополнительные и вспомогательные;
- Д) основные, дополнительные и вспомогательные.

18. Вспомогательные переменные в модели используются для

- А) для записи основных условий;
- В) определения расчетных величин и упрощения моделирования;
- С) отражения основного содержания моделируемого процесса;
- Д) нет правильного ответа.

19. Основные ограничения модели накладываются на

- A) несколько переменных;
- B) все переменные или на большинство;
- C) отдельные переменные;
- D) небольшое количество переменных или отдельные переменные.

20. Дополнительные ограничения:

- A) служат для определения расчетных величин;
- B) накладываются на все переменные или на большинство;
- C) нет правильного ответа;
- D) накладываются на небольшое количество переменных или отдельные переменные.

21. Вспомогательные ограничения вводятся в модель для

- A) записи основных условий;
- B) дополнительных переменных;
- C) определения вспомогательных переменных;
- D) всех переменных.

22. Укажите неправильный ответ. Основные переменные в модели могут обозначать:

- A) площади сельскохозяйственных культур;
- B) поголовье животных;
- C) размер прибыли;
- D) виды кормов.

23. Вспомогательная переменная в модели вводится например для расчета:

- A) площади пшеницы;
- B) поголовья нетелей;
- C) объема валовой продукции;
- D) количества отрубей в рационе.

24. По экономическому смыслу дополнительные ограничения – это ограничения:

- A) по использованию производственных ресурсов;
- B) по расчету показателей экономической эффективности;
- C) по производству заданного объема продукции;
- D) по общей питательности рациона.

25. Ограничения пропорциональности – это ограничения

- A) по использованию производственных ресурсов;
- B) по расчету показателей экономической эффективности;
- C) по соотношению между отдельными переменными;
- D) по производству заданного объема продукции.

26. Укажите неправильный ответ. Система технико – экономических коэффициентов модели включает:

- A) переменные;
- B) объемы ресурсов (ограничений);
- C) коэффициенты целевой функции;
- D) числовые коэффициенты ограничений.

27. Укажите неправильный ответ. Числовыми коэффициентами ограничений могут быть:

- A) условие неотрицательности переменных;
- B) урожайность сельскохозяйственных культур;
- C) продуктивность животных;
- D) затраты труда.

28. Экономическое содержание коэффициентов целевой функции модели определяется:

- A) объемом производственных ресурсов;
- B) значениями переменных;
- C) критерием оптимальности;
- D) числовыми коэффициентами ограничений.

29. Укажите неправильный ответ. Объемы ограничений могут означать:

- A) наличие производственных ресурсов;
- B) гарантированный объем производства продукции;
- C) уровень рентабельности;
- D) нормы потребления питательных веществ.

30. При записи математической модели в общем виде коэффициенты ограничений обозначаются:

- A) x_j ;
- B) c_j ;
- C) b_j ;
- D) a_{ij} .

31. Ограничения по использованию наличия производственных ресурсов в общем виде записывается соотношениями типа:

- A) =
- B) \geq
- C) \leq
- D) $>$

32. Ограничение по использованию пашни в случае включения чистого пара в число неизвестных величин является ограничением типа

- A) $<$
- B) $>$
- C) =
- D) \leq

33. Укажите неправильный ответ. Ограничения по использованию площадей естественных сельскохозяйственных угодий (сенокосов, пастбищ) – это соотношения типа:

- A) $<$
- B) $>$
- C) =
- +D) \leq

34. Для записи ограничений по использованию производственных ресурсов в случае, когда их объем определяется в процессе решения, привлекаются:

- A) основные переменные;
- B) дополнительные переменные;
- C) вспомогательные переменные;
- D) правильного ответа нет.

35. Ограничения по выполнению заданного объема работ в модели оптимизации состава МТП – это соотношения типа:

- A) \leq
- B) \geq
- C) =
- D) $<$

36. Экономический смысл числовых коэффициентов ограничений по использованию производственных ресурсов:

- A) затраты конкретного вида ресурса на единицу соответствующей переменной;
- B) урожайность соответствующей сельскохозяйственной культуры;
- C) объем производства соответствующего вида продукции на единицу переменной;

D) продуктивность животных.

37. Экономический смысл числовых коэффициентов ограничений по производству гарантированного объема производства данного вида продукции:

- A) затраты конкретного вида ресурса на единицу соответствующей переменной;
- B) объем прибыли на единицу соответствующей переменной;
- C) объем производства соответствующего вида продукции на единицу переменной;
- D) нет правильного ответа.

38. Что означают числовые коэффициенты ограничений по обеспечению питательными элементами в модели оптимизации рациона?

- A) количество кормов в рационе;
- B) содержание соответствующего питательного элемента в единице корма;
- C) выход соответствующего питательного элемента с 1 га;
- D) соотношения между группами кормов.

39. Экономический смысл правой части ограничений по обеспеченности питательными элементами в модели оптимизации рациона -

- A) количество кормов в рационе;
- B) содержание соответствующего питательного элемента в единице корма;
- C) выход соответствующего питательного элемента с 1 га;
- +D) норма потребления соответствующего питательного элемента животными конкретной группы.

40. Укажите неверный ответ. Ограничения по соотношению между переменными величинами отражают:

- A) математические условия;
- B) экономические условия;
- C) агротехнические условия;
- D) зоотехнические условия.

41. Экономический смысл числовых коэффициентов при переменных, обозначающих площади кормовых культур, в ограничении по балансу кормов:

- A) площадь кормовых культур;
- B) годовая потребность в кормовых единицах одной головы скота;
- C) выход кормовых единиц с 1 га;
- D) годовая продуктивность животных.

42. Экономический смысл числовых коэффициентов при переменных, обозначающих среднегодовое поголовье скота различных групп, в ограничении по балансу кормов:

- A) урожайность кормовых культур, ц/ га;
- B) годовая потребность в кормовых единицах одной головы скота;
- C) выход кормовых единиц с 1 га;
- D) поголовье животных.

43. Записать в математической форме критерий оптимальности по денежным затратам на выращивание пшеницы, проса и гречихи, если затраты на 1 га этих культур составляют соответственно 55; 53 и 60 руб.

- A) $Z = 55x_1 + 53x_2 + 60x_3 \rightarrow \min$;
- B) $Z = 55x_1 + 53x_2 + 60x_3 \rightarrow \max$;
- C) $Z = 60x_1 + 53x_2 + 55x_3 \rightarrow \min$;
- D) $Z = (60-55)x_1 + (60-53)x_2 \rightarrow \max$.

44. Записать критерий оптимальности по материально-денежным затратам, если затраты на возделывание 1ц пшеницы, овса и ячменя соответственно составляют 56; 55 и 50 рублей, а урожайность этих культур соответственно равны: 20, 22 и 25 ц/га

- A) $Z = 56x_1 + 55x_2 + 50x_3 \rightarrow \min$;
- B) $Z = (56-20)x_1 + (55-22)x_2 + (50-25)x_3 \rightarrow \min$;
- C) $Z = 36x_1 + 33x_2 + 25x_3 \rightarrow \max$;
- D) $Z = 1120x_1 + 1210x_2 + 1250x_3 \rightarrow \min$.

45. Записать критерий оптимальности по площади пашни, необходимой для производства гарантированного объема продукции.

- A) $Z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$;
- B) $Z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$;
- C) $Z = 0,1x_1 + 0,1x_2 - 0,1x_3 \rightarrow \max$;
- D) $Z = 0,1x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3 \rightarrow \max$.

46. Записать критерий оптимальности по прибыли от производства и реализации трех культур: ячменя, гороха и овса, если денежная выручка от реализации в расчете на 1 га этих культур соответственно равна 290, 200 и 180 руб, а затраты на 1 га – 100, 80 и 70 руб.

- A) $Z = 190x_1 + 120x_2 + 110x_3 \rightarrow \max$;
- B) $Z = 290x_1 + 200x_2 + 180x_3 \rightarrow \max$;

- C) $Z = 100x_1 + 80x_2 + 70x_3 \rightarrow \max$;
D) $Z = 290x_1 + 200x_2 + 180x_3 \rightarrow \min$.

47. Записать критерий оптимальности по прибыли от производства молока и мяса, если прибыль от реализации 1ц соответственно равна 300 и 400 руб, а производство молока и мяса на 1 голову в год составляет 30 ц и 1,9 ц соответственно.

- A) $Z = 9000x_1 + 760x_2 \rightarrow \max$;
B) $Z = 300x_1 + 400x_2 \rightarrow \max$;
C) $Z = 9000x_1 + 760x_2 \rightarrow \min$;
D) $Z = 300x_1 + 400x_2 \rightarrow \min$.

48. В хозяйстве могут возделываться следующие зерновые культуры: пшеница, ячмень, кукуруза, просо и овес. Площадь пашни составляет 2512 га. Записать условие использования пашни.

- A) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2512$
B) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 2512$
C) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 2512$
D) нет правильного ответа.

49. В рацион кормления коровы можно включить сено, солому, силос и концентраты, питательность которых соответственно 0,45; 0,32; 0,19 и 1,01 корм.ед. Записать условие обеспеченности кормами, если в сутки корове требуется не менее 12,8 кг корм.ед.

- A) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 12,8$
B) $0,45x_1 + 0,32x_2 + 0,19x_3 + 1,01x_4 = 12,8$
C) $0,45x_1 + 0,32x_2 + 0,19x_3 + 1,01x_4 \geq 12,8$
D) нет правильного ответа

50. Фермерское хозяйство располагает 2000 га пашни. На этой площади предполагается возделывать многолетние травы, рожь, пшеницу и предусмотреть наличие чистого пара. Записать условие использования пашни.

- A) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 2000$
B) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2000$
C) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 2000$
D) нет правильного ответа.

51. Хозяйство располагает материально-денежными ресурсами в объеме 2 млн. рублей. Записать условие по использованию этих ресурсов, если затраты денежных средств на возделывание 1 га пшеницы, овса, ячменя, картофеля и корнеплодов составляет 56; 52,5; 33,4; 210 и 250 рублей, а на производство 1 ц молока 302 рубля.

- A) $56x_1 + 52,5x_2 + 33,4x_3 + 210x_4 + 250x_5 \leq 2000000$
 B) $56x_1 + 52,5x_2 + 33,4x_3 + 210x_4 + 250x_5 + 302x_6 \geq 2000000$
 C) $56x_1 + 52,5x_2 + 33,4x_3 + 210x_4 + 250x_5 + 302x_6 \leq 2000000$
 D) нет правильного ответа.

52. Хозяйство должно продать 30 тыс. ц зерна. Выход товарного зерна с одного гектара 22 ц. Записать условие реализации зерна.

- A) $X_1 + X_2 \geq 30000$
 B) $22X_1 \leq 30000$
 C) $22X_1 \geq 30000$
 D) нет правильного ответа.

53. Количество трудовых ресурсов в хозяйстве может составлять от 75 до 90 тыс. чел.-час. Затраты труда составляют на 1 га посева ржи 14 чел.-час.; яровой пшеницы – 12,5; проса – 12; многолетних трав – 7; на одну голову КРС 254 чел.-часа. Записать условия по использованию трудовых ресурсов.

A)
$$\begin{cases} 14X_1 + 12,5X_2 + 12X_3 + 7X_4 + 254X_5 \geq 75000 \\ 14X_1 + 12,5X_2 + 12X_3 + 7X_4 + 254X_5 \leq 90000 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} 14X_1 + 12,5X_2 + 12X_3 + 7X_4 + 254X_5 \geq 90000 \\ 14X_1 + 12,5X_2 + 12X_3 + 7X_4 + 254X_5 \leq 75000 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} 14X_1 + 12,5X_2 + 12X_3 + 7X_4 \geq 75000 \\ 254X_5 \leq 15000 \end{cases}$$

- D) нет правильного ответа.

54. В хозяйстве имеется 3 тыс. га пашни. На ней высеваются пшеница, ячмень, овес, корнеплоды, кукуруза и многолетние травы. Записать условие о том, что зерновые могут занимать от 60 до 70% пашни.

A)
$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 \geq 1800 \\ X_1 + X_2 + X_3 \leq 2100 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} 0,4X_1 + 0,4X_2 + 0,4X_3 - 0,6X_4 - 0,6X_5 - 0,6X_6 \geq 0 \\ 0,3X_1 + 0,3X_2 + 0,3X_3 - 0,7X_4 - 0,7X_5 - 0,7X_6 \leq 0 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} X_1 + X_3 + X_4 \geq 1000 \\ X_1 + X_2 + X_4 \leq 1400 \end{cases}$$

D) нет правильного ответа.

55. В хозяйстве имеется 2500 га пашни. Возделываются рожь, овес, гречиха, картофель и корнеплоды. Записать условие о том, что пропашные культуры должны занимать от 20 до 30% посевной площади.

$$A) \begin{cases} X_1 + X_2 \geq 500 \\ X_1 + X_2 \leq 750 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} -0,2X_1 - 0,2X_2 - 0,2X_3 + 0,8X_4 + 0,8X_5 \geq 0 \\ -0,3X_1 - 0,3X_2 - 0,3X_3 + 0,7X_4 + 0,7X_5 \leq 0 \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} X_4 + X_5 \geq 750 \\ X_4 + X_5 \leq 500 \end{cases}$$

$$D) \begin{cases} 0,8x_1 + 0,8x_2 + 0,8x_3 - 0,2x_4 - 0,2x_5 \geq 0 \\ 0,7x_1 + 0,7x_2 + 0,7x_3 - 0,3x_4 - 0,3x_5 \leq 0 \end{cases}$$

56. В рацион кормления коровы могут включаться комбикорм, ячменная мука, сено и солома, каждый центнер которых содержит соответственно 0,95; 1,01; 0,2 и 0,44 ц. корм. ед. Записать условие по включению концентрированных кормов в рацион в количестве от 20 до 35% от общей питательности.

$$A) \begin{cases} 0,760X_1 + 0,808X_2 - 0,040X_3 - 0,088X_4 \geq 0 \\ 0,617X_1 + 0,656X_2 - 0,070X_3 - 0,154X_4 \leq 0 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 0,760X_1 + 0,808X_2 - 0,040X_3 - 0,088X_4 \leq 0 \\ 0,617X_1 + 0,656X_2 - 0,070X_3 - 0,154X_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} -0,760X_1 - 0,808X_2 + 0,040X_3 + 0,088X_4 \geq 0 \\ -0,617X_1 - 0,656X_2 + 0,070X_3 + 0,154X_4 \leq 0 \end{cases}$$

D) нет правильного ответа.

57. В кормовой рацион могут включаться ячмень, сено многолетних трав, сено однолетних трав и силос кукурузный. Записать условие, что сена в рационе должно быть не менее 11 кг. Содержание корм. единиц в 1 кг каждого корма составляет соответственно 1,11; 0,48; 0,42 и 0,2.

- A) $0,48X_2+0,42X_3\geq 11$
- B) $X_2+X_3\geq 11$
- C) $0,3X_1+0,4X_2+0,3X_3+X_4\leq 11$
- D) нет правильного ответа

58. В стаде крупного рогатого скота выделяют следующие половозрастные: коровы, нетели, телки, бычки. С помощью вспомогательной переменной записать условие, определяющее общее поголовье стада.

- A) $X_1+X_2+X_3+X_4\geq 0$
- B) $X_1+X_2+X_3+X_4-X_5=0$
- C) $X_1+X_2+X_3-X_4-X_5\leq 0$
- D) нет правильного ответа.

59. В хозяйстве возделываются следующие культуры: пшеница, ячмень, многолетние и однолетние травы на сено, картофель. Урожайность этих культур 25 ц/га; 28 ц/га; 35 ц/га, 44 ц/га и 210 ц/га. С помощью вспомогательной переменной записать условие, определяющее объем производства зерна.

- A) $25X_1+28X_2-X_6=0$
- B) $25X_1+28X_2+35X_3\geq 0$
- C) $25X_1+28X_2\leq X_3$
- D) нет правильного ответа.

60. Записать условие, определяющее площадь земельного участка, необходимого для посева следующих культур: однолетних трав, кормовых корнеплодов и овощей.

- A) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq x_5$
- B) $x_1 + x_2 + x_3 \leq x_5$
- C) $x_1 + x_2 + x_3 = x_4$
- D) нет правильного ответа.

61. В хозяйстве возделываются горох, ячмень и овес на фураж. Урожайность гороха составляет 14 ц с 1 га, ячменя – 18, овса – 16 ц с 1 га. Требуется составить условия, определяющие наличие концентрированных кормов в натуре.

Таблица

Содержание питательных веществ в 1 ц кормов.

Показатели	корма		
	Горох	Ячмень	Овес
Кормовые единицы, ц	1,14	1,09	1,00

- A) $14x_1 + 18x_2 + 16x_3 = x_4$
 B) $1,14 \cdot 14x_1 + 1,09 \cdot 18x_2 + 1 \cdot 16x_3 = x_4$
 C) $x_1 + x_2 + x_3 = x_4$
 D) $14x_1 + 18x_2 + 16x_3 \geq x_4$

62. Из зерновых в хозяйстве высеваются пшеница, горох, овёс. Пшеница должна составлять не более 70% от общей площади зерновых. Записать условие по структуре посевных площадей, используя вспомогательную переменную для площади зерновых культур.

A)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = x_4 \\ x_1 \leq 0,7x_4 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_3 \\ x_3 \geq 0,7x_4 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = x_4 \\ x_2 \leq 0,7x_3 \end{cases}$$

D) нет правильного ответа.

63. В кормовой рацион могут включаться ячмень, сено многолетних трав, солома, силос кукурузный. Записать условие, что грубые корма в рационе могут составлять не более 40% общей питательности, введя вспомогательную переменную по питательности грубых кормов.

Содержание питательных веществ в 1 кг корма

Показатели	Корма			
	Ячмень	Сено многолетних трав	Солома	Силос кукурузный
Кормовые единицы, кг	1,09	0,46	0,20	0,16

A)
$$\begin{cases} 0,46x_2 + 0,20x_3 = x_5 \\ x_5 \leq 0,4(x_1 + x_4 + x_5); \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} 0,46x_2 + 0,2x_3 = x_5 \\ x_5 \leq 0,4(1,09x_1 + 0,16x_4 + x_5) \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} 1,09x_1 + 0,46x_2 = x_5 \\ x_5 \geq 0,4(x_5 + 0,2x_3 + 0,16x_4) \end{cases}$$

D) нет правильного ответа.

64. В кормовой рацион могут включаться ячмень, сено многолетних трав, солома, силос кукурузный. Записать условие, что грубые корма в рационе могут составлять не более 40% общей питательности, введя вспомогательные переменные по питательности рациона и питательности грубых кормов.

Содержание питательных веществ в 1 кг кормов.

Показатели	Корма			
	Ячмень	Сено многолетних трав	Солома	Силос кукурузный
Кормовые единицы, кг	1,09	0,46	0,20	0,16

$$A) \begin{cases} 1,09x_1 + 0,46x_2 + 0,20x_3 = x_6; \\ 1,09x_1 + x_6 + 0,16x_4 = x_5; \\ x_6 \leq 0,4 x_5; \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 0,46x_2 + 0,2x_3 = x_6 \\ 1,09x_1 + x_6 + 0,16x_4 = x_5 \\ x_6 \leq 0,4x_5 \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} 0,46x_2 + 0,2x_3 = x_5 \\ 1,09x_1 + x_6 + 0,16x_4 = x_6 \\ x_6 \leq 0,4x_5 \end{cases}$$

D) нет правильного ответа.

65. В хозяйстве имеется 5 тыс. га пашни. На ней высеиваются: пшеница, ячмень, овес, кормовые корнеплоды, кукуруза на силос, многолетние травы. С помощью вспомогательных переменных для площадей зерновых и пропашных культур записать ограничения по площади пашни.

$$A) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5000; \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_8 = 5000; \\ x_6 + x_7 + x_8 \leq 5000; \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = x_7; \\ x_4 + x_5 = x_8; \\ x_6 + x_7 + x_8 \leq 5000; \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} x_1 + x_2 = x_6; \\ x_3 + x_4 + x_5 = x_7; \\ x_6 + x_7 + x_8 \leq 5000; \end{cases}$$

D) нет правильного ответа.

66. В хозяйстве имеется 5 тыс. га пашни. На ней высеиваются: пшеница, ячмень, овес, кормовые корнеплоды, кукуруза на силос, многолетние травы. Пропашные культуры должны занимать до 20% посевной площади. С помощью вспомогательных переменных для групп культур и посевной площади записать ограничение по структуре посевных площадей.

$$A) \begin{cases} x_1+x_2+x_3=x_7; x_8 \geq 0,1x_9 \\ x_4+x_5=x_8; x_7 \geq 0,6x_9 \\ x_9 \leq 5000; x_8 \leq 0,2x_9 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} x_1+x_2+x_3=x_7; \\ x_4+x_5=x_8; \\ x_6+x_7+x_8=x_9; \\ x_8 \leq 0,2x_9 \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} x_1+x_2=x_6; \\ x_3+x_4+x_5=x_7; \\ x_6+x_7+x_8=x_9; \\ x_8 \leq 0,2x_9 \end{cases}$$

D) нет правильного ответа.

67. В состав стада крупного рогатого скота входят коровы, нетели, телки и бычки старше 1 года, телки и бычки до 1 года. Записать условие, что удельный вес коров в стаде может колебаться в пределах до 60%, а удельный вес нетелей – от 8%.

С помощью вспомогательной переменной, обозначающей общее поголовье, записать условия задачи.

Составим ограничения числовой модели:

$$A) \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=x_7; x_1 \geq 0,6x_7 \\ x_3 \geq 0,08x_7 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=x_7 \\ x_1 \leq 0,6x_7 \\ x_2 \leq 0,8x_7 \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=x_7 \\ x_1 \leq 0,6x_7 \\ x_2 \geq 0,08x_7 \end{cases}$$

D) нет правильного ответа

68. Записать в математической форме критерий материально-денежных затрат на выращивание овса, ячменя, многолетних трав и кормовых корнеплодов, если известно, что затраты на 1 га этих культур соответственно равны 56; 52,5; 20,2; 210 руб.

A) $Z_{\max} = 56,0x_1 + 52,5x_2 + 20,2x_3 + 210,0x_4$

B) $Z_{\max} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

C) нет правильного ответа

D) $Z_{\min} = 56,0x_1 + 52,5x_2 + 20,2x_3 + 210,0x_4$

69. Записать критерий площади пашни, необходимой для выращивания пшеницы, кукурузы, картофеля, однолетних трав при условии производства не более заданного объема продукции.

A) $Z_{\max} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

B) $Z_{\max} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

C) $Z_{\min} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

D) нет правильного ответа

70. Записать критерий прибыли от производства и реализации четырех культур: пшеницы, овса, ячменя, гороха. Денежная выручка от реализации в расчете на 1 га этих культур соответственно равна 240, 170, 150, 225 руб., а затраты на 1 га – 80, 90, 70, 75 руб.

A) $Z_{\min} = 240x_1 + 170x_2 + 150x_3 + 225x_4$

B) $Z_{\max} = 80x_1 - 90x_2 - 70x_3 - 75x_4$

C) $Z_{\max} = 160x_1 + 80x_2 + 80x_3 + 150x_4$

D) нет правильного ответа

71. Условие по содержанию в рационе не менее требуемого по нормам количества питательных веществ записывается в виде:

x_j – искомое количество корма, кормовой добавки j – вида в рационе, кг;

a_{ij} – содержание i –го питательного вещества в единице измерения j –го вида корма, кормовой добавки;

M – множество питательных веществ; i – индекс питательных веществ;

N – множество видов кормов; j – индекс кормов, кормовых добавок;

b_i – суточная потребность животного в i – м питательном веществе.

A)
$$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j = b_i, \quad i \in M$$

$$B) \sum_{j \in N} a_{ij} x_j < b_i, \quad i \in M$$

$$C) \sum_{j \in N} a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i \in M$$

$$D) \sum_{j \in N} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i \in M$$

72. Условие по содержанию в рационе различных групп кормов в пределах удовлетворяющие зоотехнические требования кормления животных записывается в виде:

H – множество групп кормов; h – индекс групп кормов;

N – множество видов кормов; j – индекс кормов, кормовых добавок;

x_j – искомое количество корма, кормовой добавки j – вида в рационе, кг;

a_{hj} – содержание кормовых единиц в единице измерения j – го вида корма по h – й группе кормов;

$\underline{\beta}_{hj}$, β_{hj} – зоотехнический допустимый удельный вес h – й группы кормов в общей питательности рациона (верхний и нижний пределы);

X_j^i – общая питательность рациона, кг корм.ед.

$$A) \underline{\beta}_{hj} X_j^i \geq \sum_{j \in N} a_{hj} x_j \geq \beta_{hj} X_j^i, \quad h \in H;$$

$$B) \underline{\beta}_{hj} X_j^i \geq \sum_{j \in N} a_{hj} x_j \leq \beta_{hj} X_j^i, \quad h \in H;$$

$$C) \underline{\beta}_{hj} X_j^i \leq \sum_{j \in N} a_{hj} x_j \leq \beta_{hj} X_j^i, \quad h \in H ;$$

$$D) \underline{\beta}_{hj} X_j^i \leq \sum_{j \in N} a_{hj} x_j \geq \beta_{hj} X_j^i, \quad h \in H;$$

Список рекомендуемой учебной литературы

1. Карпенко А. Ф. Практикум по моделированию экономических процессов в с/х / А. Ф. Карпенко, В. А. Кардаш, Н. С. Низова и др., –М.: Агропромиздат, 1985. –с. 269.
2. Корма РТ: состав, питательность и использование. Казань: «ФЭН», 1999. –с. 208.
3. Кундиус В. А. Математические методы в экономике и моделирование социально-экономических процессов в АПК / Кундиус В. А. Учебное пособие - 2-ое изд., перераб. и доп. - М.: Колос, 2001. –с. 341.
4. Тунеев М. М. Сухоруков В. Ф. Экономико – математические методы в организации и планирования с/с производства / М. М. Тунеев, В. Ф. Сухоруков – М., «Колос», 1977. –с. 360.