

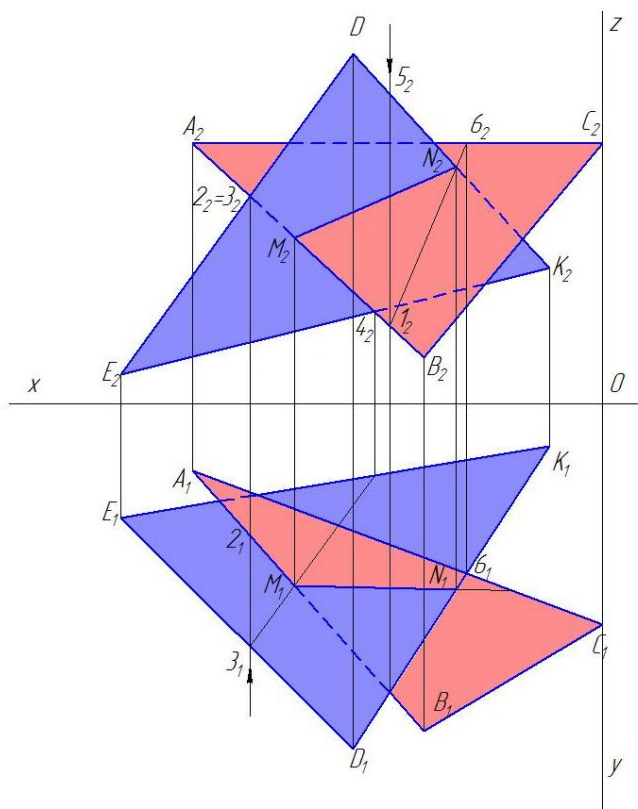
МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский государственный аграрный университет»

Кафедра общепрофессиональных дисциплин

## ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКИХ ФИГУР

Практикум для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по начертательной геометрии и инженерной графике для студентов очной и заочной формы обучения по направлениям подготовки:

- 35.03.06 - «Агроинженерия»,
- 23.03.03 - «Эксплуатация транспортно - технологических машин и комплексов»,
- 20.03.01 - «Техносферная безопасность»,
- 23.05.01 – «Наземные транспортно-технологические средства»,
- 44.03.04 - «Профессиональное обучение»



Казань, 2019

УДК 744.426.5

ББК 30.112

Составители: д.т.н., профессор Яхин С.М.,  
к.т.н., доцент Пикмуллин Г.В.,  
ст. преподаватель Гайнутдинов Р.Х.

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор кафедры «Эксплуатация и ремонт машин» ФГБОУ ВО Казанский ГАУ Калимуллин М.Н.

Кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Теоретические основы теплотехники» Казанского ГЭУ Шарипов И.И.

Практикум утвержден и рекомендован к печати на заседании кафедры общеинженерных дисциплин Казанского ГАУ (10.06.2019 года, протокол №11) и заседании методической комиссии Института механизации и технического сервиса Казанского ГАУ протокол № 11 от 10.06.2019 г.

Яхин С.М. Взаимное пересечение плоских фигур: Практикум для выполнения лабораторных и самостоятельных работ. /С.М. Яхин, Г. В. Пикмуллин, Р. Х. Гайнутдинов. - Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2019. - 16 с.

Взаимное пересечение плоских фигур. Практикум для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по начертательной геометрии и инженерной графике предназначен для студентов бакалавров, в учебный план которых включена дисциплина «Начертательная геометрия и инженерная графика», способствуют формированию общепрофессиональных компетенций для направлений подготовки: 35.03.06 – «Агроинженерия», 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 20.03.01– «Техносферная безопасность», 44.03.04 - «Профессиональное обучение» и 23.05.01 - «Наземные транспортно-технологические средства».

УДК 744.426.5

ББК 30.112

© Казанский государственный аграрный университет, 2019г.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Практикум к выполнению первого домашнего задания по начертательной геометрии для студентов 1 курса Института механизации и технического сервиса Казанского ГАУ соответствует программе данной дисциплины. В нем приведено содержание задания, порядок его выполнения, даны отдельные приемы решения указанных задач с примерами, рекомендации по оформлению работы, перечень примерных вопросов преподавателя при защите заданий. Выполнение задания позволит приобрести знания и навыки в решении позиционных задач и необходимо для последующего изучения курса начертательной геометрии.

## **ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Приобретение навыков в построении комплексного чертежа точки, прямой, плоской фигуры и их аксонометрических изображений, закрепление знаний по теме «Взаимное пересечение плоских фигур».

## **ЗАДАНИЕ**

Каждый студент получает от преподавателя индивидуальный вариант задания «Эпюр №1» с задачами.

Необходимо:

- 1) построить линию пересечения плоскостей треугольника ABC и DEF, установить видимость на проекциях;
- 2) построить аксонометрическое изображение этих треугольников.

Срок сдачи задания определяет кафедра и должен студентами соблюдаться обязательно.



Штриховые линии, линии невидимого контура, осевые линии 0,3...0,35 мм. Линии должны быть выразительными, черными, яркими.

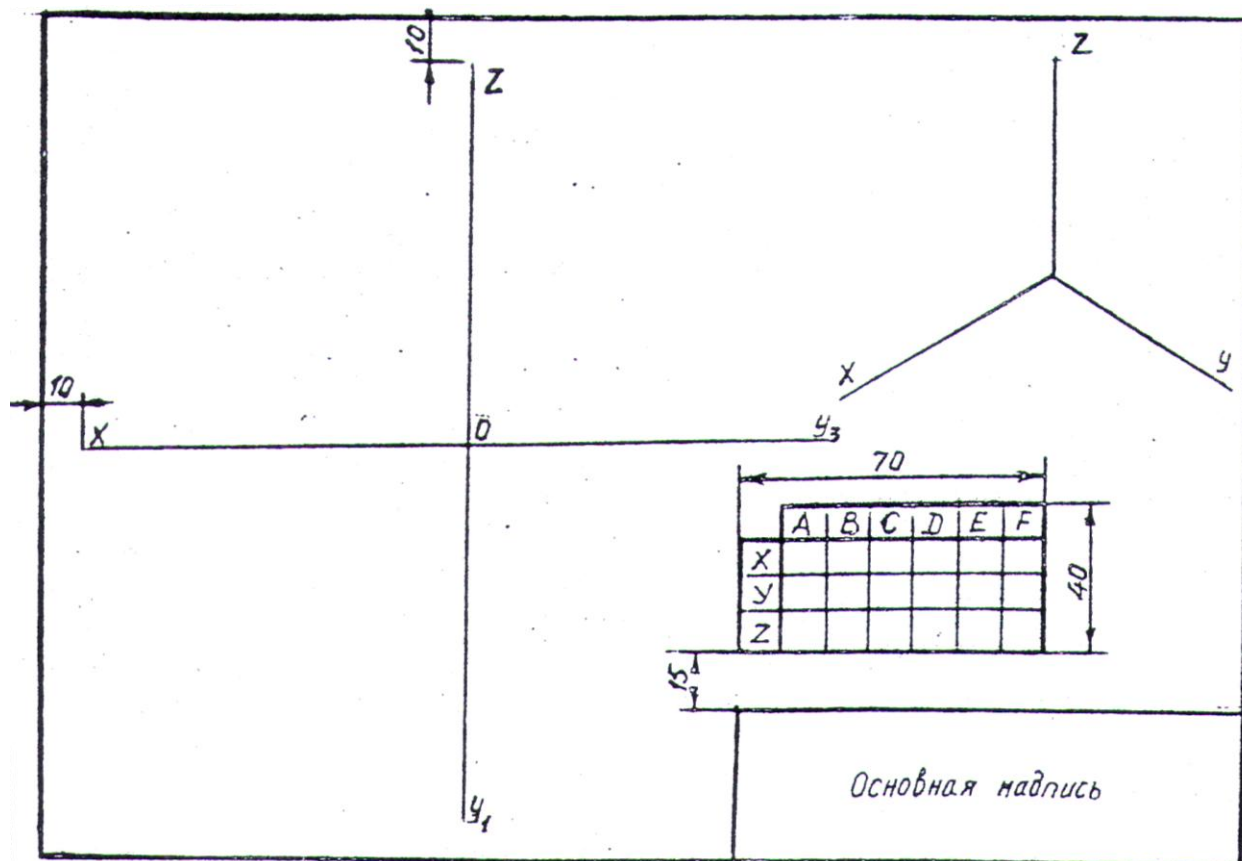


Рисунок 2 - Примерная планировка листа

Обозначения проекций точек, прямых, плоскостей осуществляется согласно лекционного материала. Отдельные буквы надписываются шрифтом №7, а цифры на эюре надписываются шрифтом №5 (высота 7 и 5 мм соответственно, согласно ГОСТ 2.304 – 81 ЕСКД).

При выполнении задания применяют карандаши следующей твердости: Т, ТМ, М (Н, НВ, В). Сначала выполняют все построения в тонких линиях, а затем окончательную обводку.

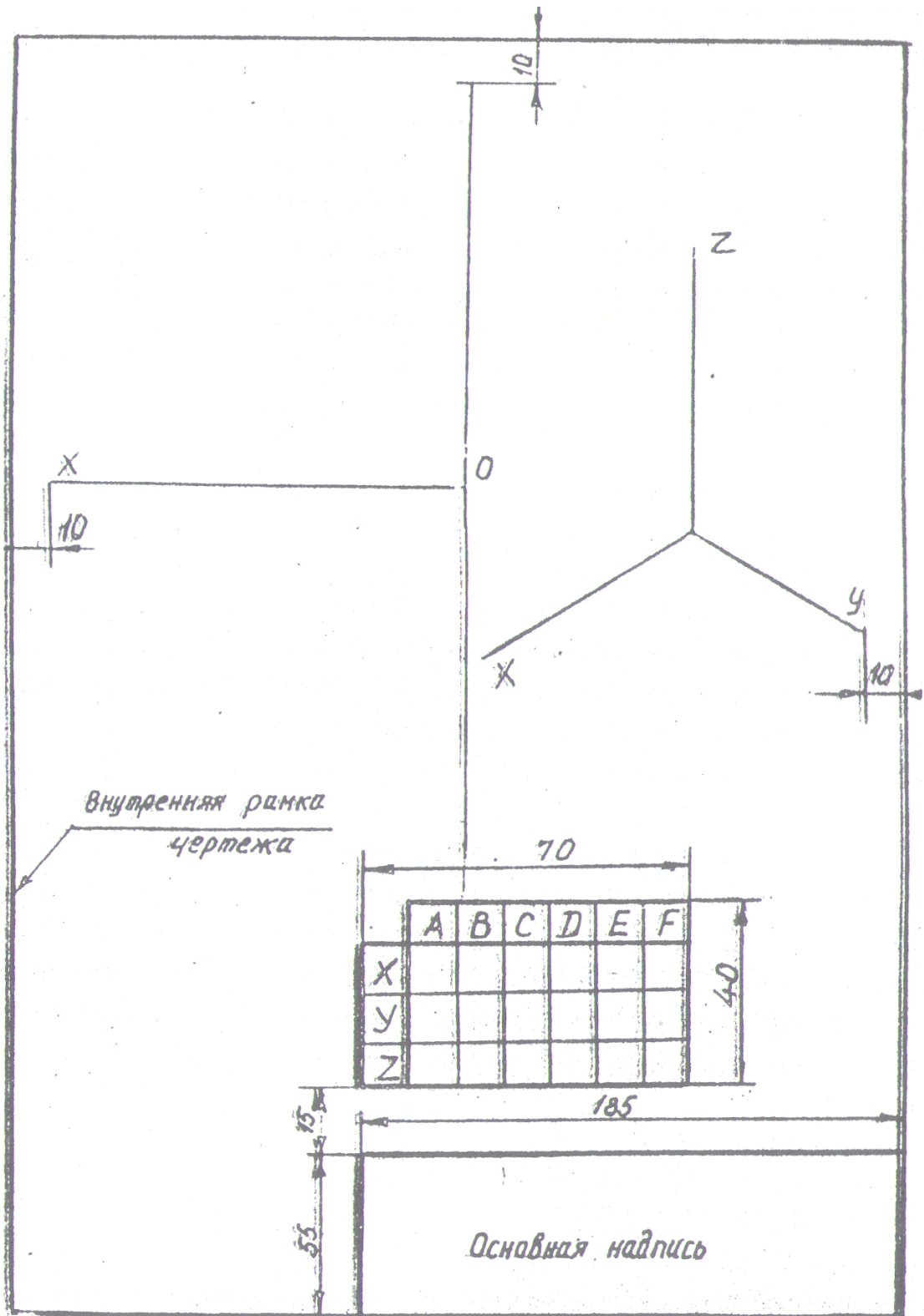


Рисунок 3 - Примерная планировка листа

## Принятые обозначения в начертательной геометрии

1. Точки обозначаются заглавными буквами латинского алфавита:  $A, B, C, D, \dots$  или цифрами:  $1, 2, 3, \dots$ .

2. Прямые и кривые линии, произвольно расположенные относительно плоскостей проекций, обозначаются строчными буквами латинского алфавита:  $a, b, c, d, \dots$ .

3. Линии, занимающие особое положение, обозначаются:

$h$  – горизонтальная прямая уровня (горизонталь);

$f$  – фронтальная прямая уровня (фронталь);

$p$  – профильная прямая уровня;

$x, y, z$  – оси абсцисс (широт), ординат (глубин) и аппликат (высот);

$k$  – постоянная прямая чертежа (линия преломления).

4. Поверхности (в том числе – плоскости) обозначаются заглавными буквами греческого алфавита:  $\alpha$  (альфа),  $\beta$  (бетта),  $\Gamma$  (гамма),  $\Delta$  (дельта),  $\Theta$  (тета),  $\lambda$  (лямбда),  $\Sigma$  (сигма),  $\Psi$  (пси),  $\Phi$  (фи),  $\Pi$  (пи),  $\Omega$  (омега).

5. Плоскости проекций обозначаются буквой  $\Pi$  с добавлением нижнего индекса:

$\Pi_1$  – горизонтальная плоскость проекций,

$\Pi_2$  – фронтальная плоскость проекций,

$\Pi_3$  – профильная плоскость проекций.

6. Проекции точек, линий, поверхностей обозначаются теми же буквами или цифрами, что и сами точки, линии, поверхности, но с добавлением верхнего индекса:

$A', B', \dots; a', b', \dots$  – горизонтальные проекции;

$A'', B'', \dots; a'', b'', \dots$  – фронтальные проекции;

$A''', B''', \dots; a''', b''', \dots$  – профильные проекции.

7. Для обозначения несобственных (бесконечно удаленных) элементов используется верхний индекс  $\infty$ :  $A^\infty, m^\infty, \Psi^\infty$ .

### **Порядок выполнения задания**

Решению задач данного задания предшествует изучение ниже перечисленных тем, разделов лекций, учебной литературы по начертательной геометрии.

1. Положение точки в пространстве. Эпюр точки на 2 и 3 плоскости проекций. Построение третьей проекции точки по двум заданным.

2. Проецирование прямой. Положение прямой пространства относительно плоскостей проекций. Чтение чертежа отрезка прямой. Построение чертежа прямой по заданной характеристике. Взаимное положение прямых.

3. Плоскость. Способы задания плоскостей на эпюрах. Положение плоскости пространства относительно плоскостей проекций (плоскости общего и частных положений). Принадлежность точки, прямой заданной плоскости. Прямые особого положения в плоскости.

4. Пересечение плоскостей: а) заданных следами; б) заданных плоской фигурой с проецирующей плоскостью. Построение линии пересечения двух плоскостей способом выделения двух вспомогательных проецирующих плоскостей.

5. Пересечение прямой с плоскостью. Общие правила определения точки пересечения прямой с плоскостью. Правила определения видимости на эпюрах. Построение линии пересечения двух плоских фигур.

6. Аксонометрические проекции. Расположение осей, коэффициенты искажений в прямоугольной изометрии и диметрии. Построения аксонометрических изображений точек.

Ознакомившись с содержанием задания и с указанием к выполнению работы, сначала рекомендуется решить задачи на черновике (лучше на клетчатой бумаге либо на миллиметровке). Следует иметь в виду, что координаты точек, указанных в заданиях, выражены в мм. Черновик с решенными задачами представляется преподавателю на проверку и в последующем способствует лучшей планировке чистового листа.

При приемке задания преподаватель проверяет теоретические знания и навыки в решении подобных задач и обращает внимание на графическое оформление листа.

#### Указания к решению задач

Для построения линии пересечения треугольников ABC и DEF проводим оси проекций. По указанному варианту задания берутся координаты вершин треугольников и по ним вначале в тонких линиях строят две проекции (при необходимости, когда стороны треугольников занимают положение параллельное профильной плоскости проекции (рисунок 4), три проекции).

Известно, что для построения линии пересечения двух плоскостей, необходимо знать две общие точки, принадлежащие этим плоскостям.

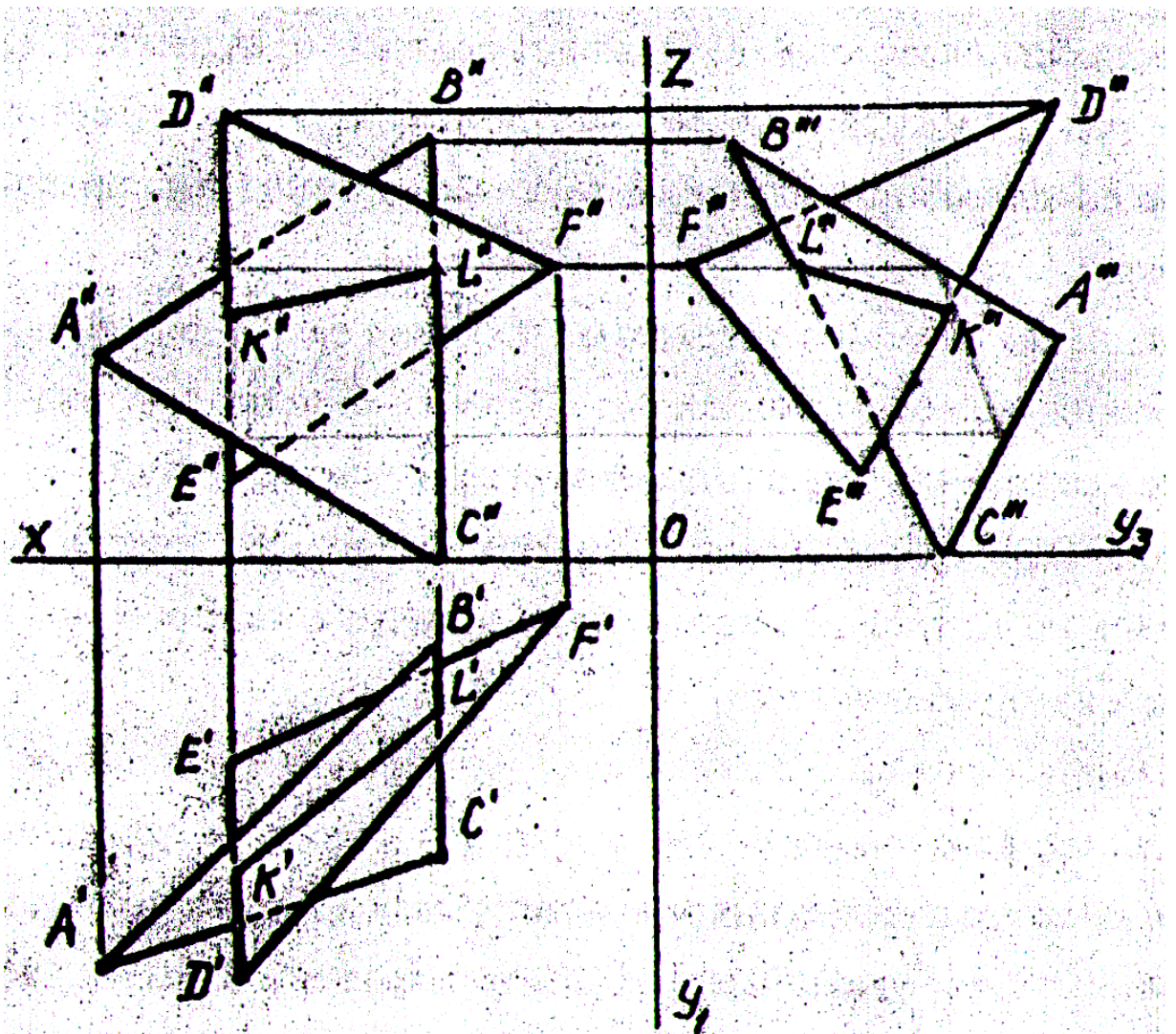


Рисунок 4 - Построение линии пересечения треугольников

Линии пересечения двух треугольников может быть построена одним из следующих способов:

а) По точкам пересечения двух любых сторон одного треугольника с плоскостью другого, либо по точкам пересечения стороны одного треугольника с плоскостью другого, затем стороны второго треугольника с плоскостью первого треугольника (назовем условно этот способ «общим»).

б) С применением вспомогательных секущих плоскостей (удобнее плоскостями уровня).

в) Заменой плоскостей проекций, преобразовав одну из плоскостей произвольного (общего) положения в проецирующую.

Решение задач «общим» способом (рисунок 5) выполняется по следующей схеме:

1) одну из сторон треугольника заключаем во вспомогательную проецирующую плоскость (в нашем примере сторону BC во фронтально проецирующую плоскость  $\alpha$ );

2) определяется линия пересечения плоскости одного треугольника вспомогательной проецирующей плоскостью  $\alpha$  (в нашем примере пл. DEF с фронтально проецирующей пл. по линии с проекциями  $1'2'$  и  $1''2''$ );

3) определяются точка пересечения стороны треугольника с линией пересечения плоскостей треугольника с проецирующей плоскостью. Эта точка является точкой пересечения стороны одного треугольника с плоскостью другого треугольника (в нашем примере  $BC'$  с линией  $1'2'$ , а в результате  $K'$  – горизонтальная проекция точки пересечения BC с плоскостью треугольника DEF).

Аналогично находится и вторая общая точка (в нашем примере точка пересечения DE с плоскостью треугольника ABC с проекциями  $N'$  и  $N''$ ), то есть повторить с 1-го по 3-ий пункт решения задачи;

4) соединив проекции найденных общих точек K и N, получаем проекции линии пересечения плоскостей треугольников ABC и DEF.

5) затем определяется видимость сторон треугольников в проекциях способом конкурирующих точек. В нашем примере  $4'$  и  $5'$  конкурирующие точки на горизонтальной проекции. Через нее проведем фронтально проецирующий луч. Пересечение проецирующего луча с фронтальной проекцией стороны AB обозначим точкой  $4''$ , а DE точкой  $5''$ .

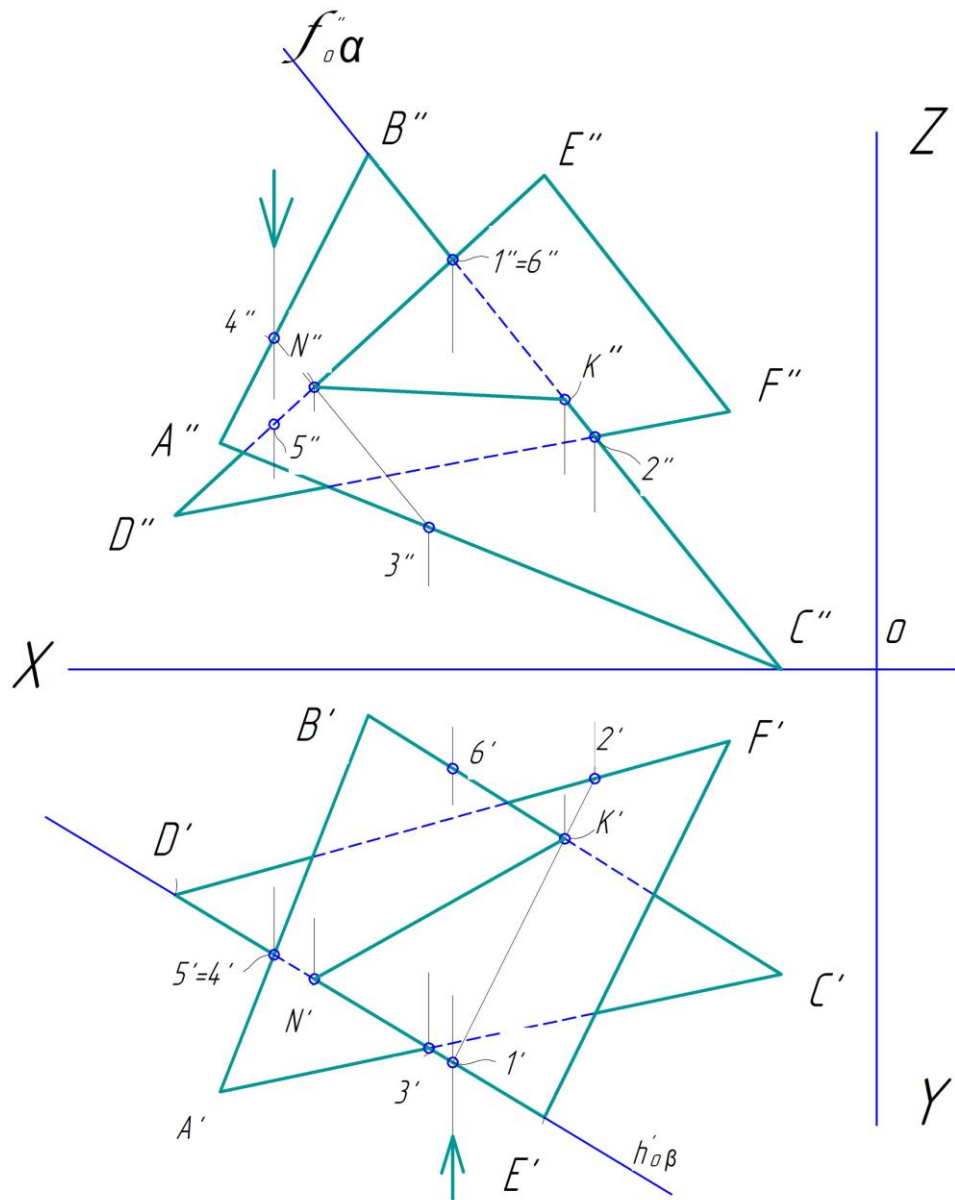


Рисунок 5 - Решение задач общим способом

По фронтальным проекциям таких точек отмечают, что точка  $4''$  на AB лежит ближе к глазу наблюдателя по стрелке, чем точка  $5''$  на DE. Отсюда, сторона AB на горизонтальной проекции видима, а сторона DE от точки  $5'$  до

точки  $N'$  невидима и проводится штриховая линия. Аналогично определяется видимость сторон треугольников на фронтальной проекции смотри точку  $1 \equiv 6$ .

Решение задач с помощью вспомогательных секущих плоскостей уровня выполняется в следующем порядке (рисунок б).

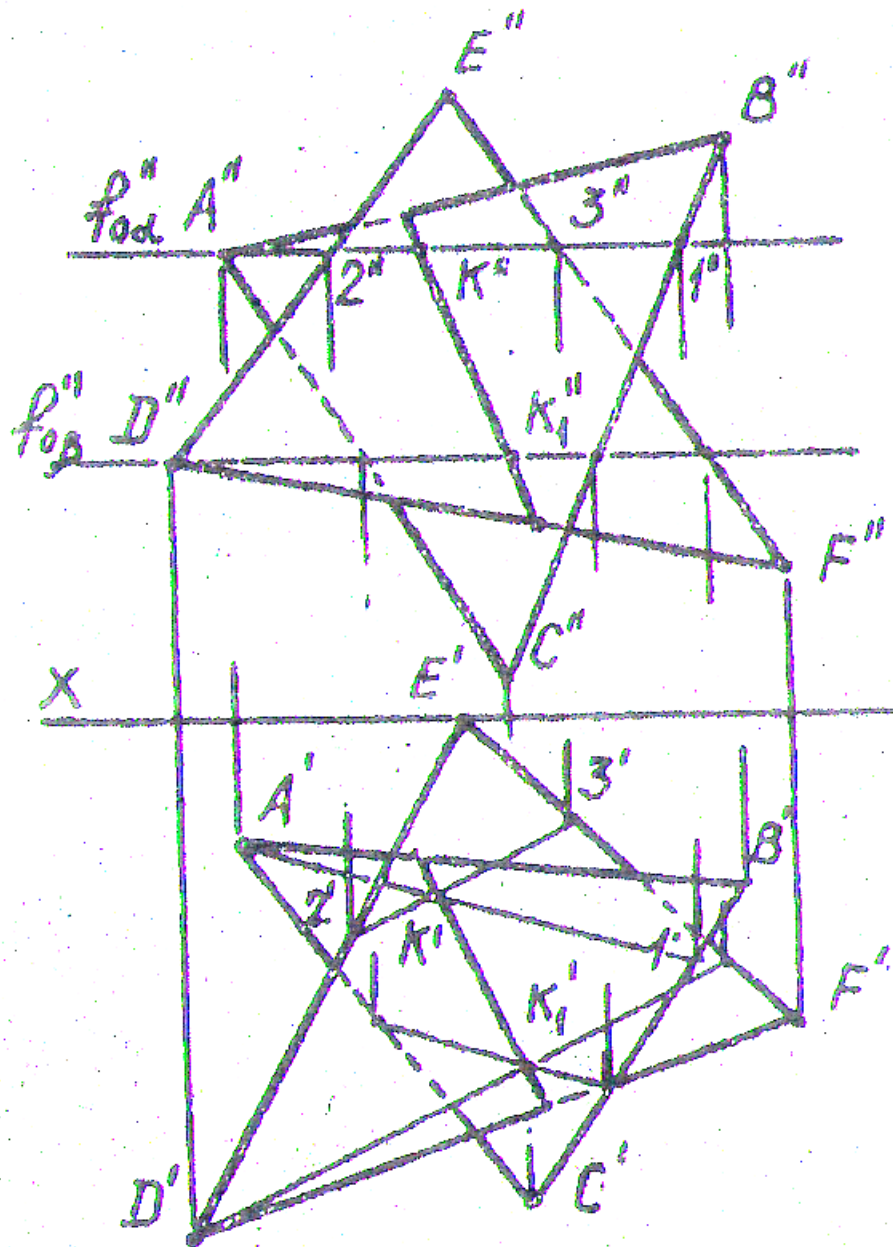


Рисунок б - Решение задач с помощью вспомогательных секущих плоскостей

1) перескаем плоскости заданных треугольников произвольной плоскостью (в нашем примере плоскость  $\alpha$  проходящая через точку А);

2) эта секущая плоскость пересекает плоскости треугольников  $ABC$  и  $DEF$  по линиям (в проекциях нашего примера  $A''1''$  и  $A'1'$ , и  $2''3''$  и  $2'3'$ );

3) в месте пересечения этих линий (на пюре на пересечении  $A'1'$  и  $2'3'$  -  $K'$ ), получается общая точка плоскостей  $\triangle ABC$ ,  $\triangle DEF$  и вспомогательной плоскости  $\alpha$  – точка  $K$ .

Аналогично определена точка  $K_1$  (в проекциях  $K_1'$ ,  $K_1''$ ). Соединив эти точки, получаем линию пересечения плоскостей треугольников. Видимость сторон по приведенной выше методике (пункт 5, стр.11).

Решение задачи способом преобразования эпюра, когда одна из плоскостей треугольника становится проецирующей. Такое преобразование достигается методом замены плоскостей проекций, либо способом плоскопараллельного перемещения.

Схема решения задачи методом замены плоскостей проекций заключается в следующем:

1) на любой из плоскостей треугольников проводим одну из главных линий (в нашем примере (рисунок 7) в плоскости  $\triangle DEF$  проведена фронталь в проекциях  $D'1'$ ,  $D''1''$ );

2) заменяем одну из плоскостей проекции на новую перпендикулярную главной линии (в нашем примере  $\Pi_1$  на  $\Pi_4$ ,  $\Pi_4$  перпендикулярно фронтали, проекция  $X1$  перпендикулярно  $D''1''$ );

3) строим новые проекции треугольников на  $\Pi_4$ . В новой системе  $\Pi_2/\Pi_4$  плоскость  $\triangle DEF$  стала проецирующей и тогда одна из проекций линии пересечения совпадает со следом плоскости (в нашем примере проекция  $K^{IV}$   $K_1^{IV}$ );

4) обратным приемом находят на эпюре  $K''$  и  $K_1''$  и  $K''L''$ ,  $K'L''$  - горизонтальная проекция линии пересечения плоскостей  $\triangle ABC$  и  $\triangle DEF$ ;

5) определяем видимость сторон треугольников изложенным выше способом (пункт 5, стр.11).

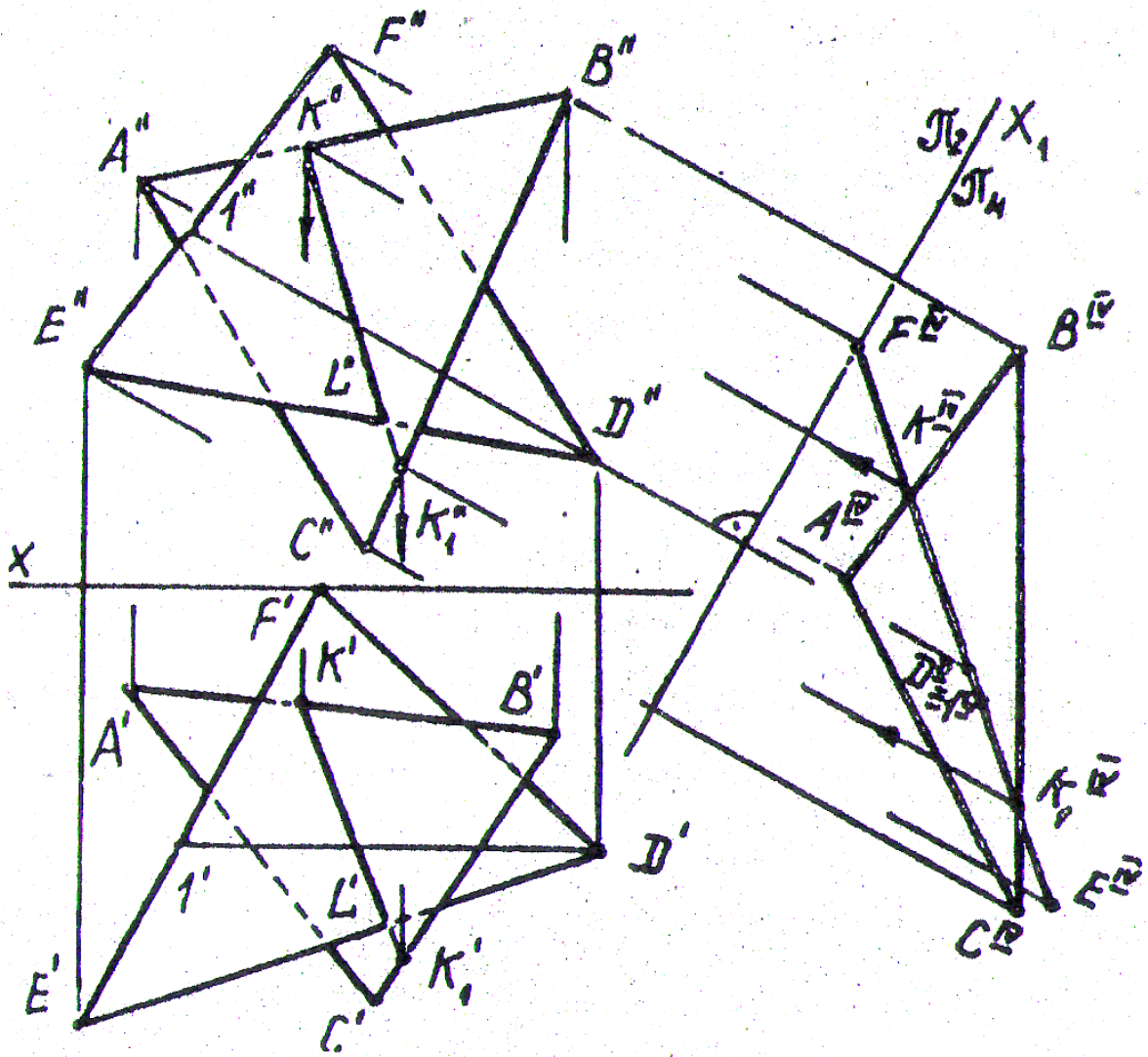


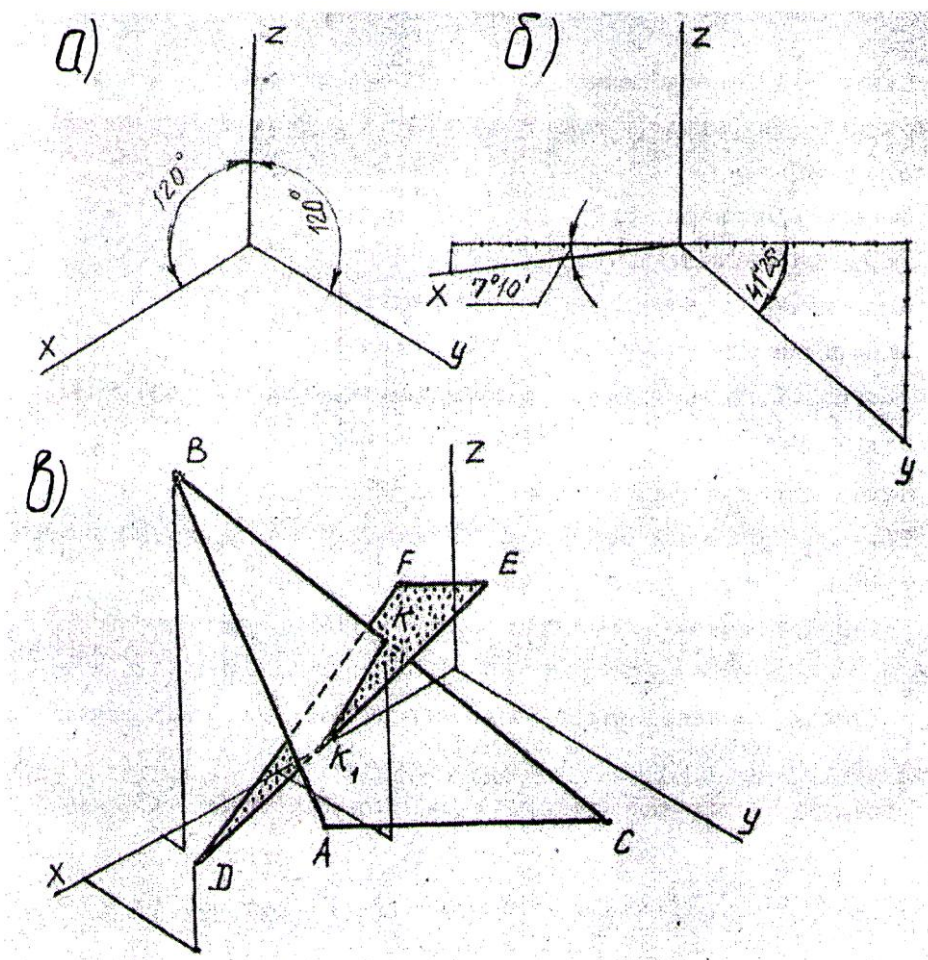
Рисунок 7 – Решение задачи способом замены плоскостей проекций

Вторая часть задания относится к построению аксонометрического изображения треугольников.

Аксонометрическое изображение треугольников в зависимости от получаемой наглядности может быть выполнена в прямоугольной изометрии, либо в диметрии. Расположение осей в обоих случаях показано на рисунке 8.

Построение аксонометрических проекций точек выполнять по приведенным коэффициентам, а именно: в изометрии по всем осям (XYZ), равным 1; в диметрии по осям X и Z, равным 1, а по оси Y – 0,5.

Необходимо показать на аксонометрической проекции построения трех точек - двух вершин разных треугольников и одной общей точки (рисунок 8).



- а) положение осей в диметрии; б) положение осей в изометрии;  
в) пример изометрии пересекающихся треугольников

Рисунок 8 - Аксонометрические проекции построения трех точек

**Перечень примерных вопросов при защите заданий:**

1. Как построены проекции точек по заданным координатам?
2. Охарактеризуйте и смоделируйте положение сторон AC, BC, и DE в пространстве.
3. Что означает обозначения  $h_0' \beta, f_0'' \alpha$ ?
4. Охарактеризуйте положение вспомогательных проецирующих плоскостей, используемых при решении задач эпюра. Смоделируйте их положение в пространстве.
5. Как назвать на эпюре точку  $K'$ ?
6. Чем на эпюре является линия  $N'' K''$ ?
7. Как на эпюре определена видимость на участке 1 2?

8. Как на эюре определена видимость на участке 3 4?
9. Каков порядок определения точки пересечения прямой  $BC$  с плоскостью  $\triangle DEF$  либо  $DE$  с плоскостью  $\triangle ABC$ ?
10. Определите точку пересечения  $EF$  с пл.  $\triangle ABC$ .
11. Объясните метод определения линии пересечения двух треугольников с помощью вспомогательных секущих плоскостей уровня.
12. Какие коэффициенты искажения по осям приняты вами в аксонометрической проекции?
13. Объясните, как определена видимость на аксонометрической проекции.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Атанасян Л.С. Геометрия: в 2 ч. – Ч. 2: учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2011. – 424с.
2. Атанасян Л.С. Геометрия: в 2 ч. – Ч. 1: учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2011. – 400с.
3. Королев Ю.И. Начертательная геометрия. Учебник для ВУЗов. 2-е издание. СПб: Питер., 2010.-256с.
4. Королев Ю.И., Устюжанина С.Ю. Сборник задач по начертательной геометрии. Учебное пособие. СПб: Питер., 2008.-320с.
5. Гордон В.О., М.А. Семенцов-Огневский. Курс начертательной геометрии. Учебное пособие для вузов. Под ред. В.О. Гордона. Москва: Высшая школа, 2010 – 272 с.
6. Гордон В.О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии. Учебное пособие для вузов – 6-е изд. перераб. – М. Наука, 2009 – 320 с.