

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Казанский государственный аграрный университет»

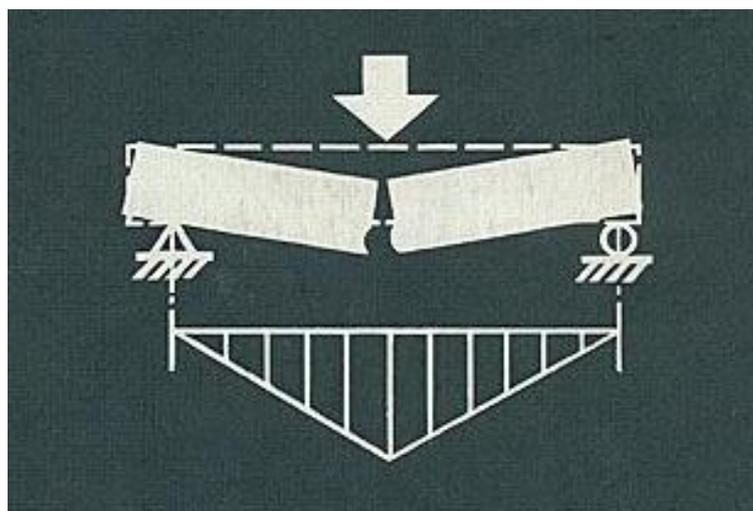
Институт механизации и технического сервиса

Кафедра общинженерных дисциплин

## СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

для студентов очной и  
заочной формы обучения по направлениям подготовки:  
35.03.06 - «Агроинженерия»,  
23.03.03 - «Эксплуатация транспортно -  
технологических машин и комплексов»,  
20.03.01- «Техносферная безопасность»,  
23.05.01 - «Наземные транспортно-технологические средства»,  
44.03.04 - «Профессиональное обучение»



Казань, 2019

УДК 620.1  
ББК30.121я7

Составители: Пикмуллин Г.В., Мустафин А.А., Марданов Р.Х.

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Тракторы, автомобили и энергетические установки» Казанского ГАУ Сеницкий С.А.

Доктор технических наук, профессор кафедры «Оборудование пищевых производств» ФГБОУ ВО КНИТУ Николаев А.Н.

Методические указания и контрольные задания по сопротивлению материалов обсуждены и рекомендованы к печати на заседании кафедры инженерных дисциплин Казанского ГАУ (протокол №6 от 14.01.2019г.) и заседании методической комиссии Института механизации и технического сервиса Казанского государственного аграрного университета (протокол №5 от 15.01.2019г.).

Пикмуллин Г.В. Методические указания и контрольные задания по сопротивлению материалов /Г.В. Пикмуллин, А.А Мустафин, Марданов Р.Х. - Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2019. - 44 с.

Методические указания и контрольные задания предназначены для выполнения контрольных и самостоятельных работ по дисциплине «Сопротивление материалов» и способствуют формированию общепрофессиональных и профессиональных компетенций для направлений подготовки: 35.03.06 «Агроинженерия», 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства» и 44.03.04 «Профессиональное обучение».

УДК 620.1  
ББК30.121я7

©Казанский государственный аграрный университет, 2019г.

## ВВЕДЕНИЕ

Современная действительность требует ускорения научно-технического прогресса, повышения конкурентоспособности выпускаемой продукции, снижения материалоемкости конструкции, повышения производительности, долговечности, надежности машин. Исключительная роль в обеспечении этого процесса принадлежит инженерам, конструкторам. Значительная роль в формировании облика инженеров отводится дисциплинам общеинженерного цикла и, в частности, дисциплине «Сопротивление материалов». Создавая новую конструкцию, инженер назначает первоначальные размеры ее элементов, проводя прочностные расчеты методами сопротивления материалов.

Цель дисциплины «Сопротивление материалов» – обеспечение базы инженерной подготовки, теоретическая и практическая подготовка в области прикладной механики деформируемого твердого тела, развитие инженерного мышления, приобретение знаний, необходимых для изучения последующих дисциплин.

Задачами дисциплины «Сопротивление материалов» являются овладение теоретическими основами и практическими методами расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций и машин, необходимыми как при изучении дальнейших дисциплин, так и в практической деятельности бакалавров и дипломированных специалистов, ознакомление с современными подходами к расчету сложных систем, элементами рационального проектирования конструкций.

Настоящая работа содержит задания для выполнения контрольной работы с примерами их выполнения. В приложениях приведены таблицы сортамента прокатной стали.

## **ОБЩИЕ УКАЗАНИЕ О ПОРЯДКЕ ВЫПОЛНЕНИЯ**

Для закрепления материала основных разделов дисциплины необходимо решить задания контрольной работы.

Задания контрольной работы необходимо выполнять по мере изучения соответствующих тем дисциплины.

Номер схемы в заданиях должен совпадать с порядковым номером студента в списке группы (кроме задания 3, в котором номер схемы вала задается шифром). Все исходные данные для выполнения задания нужно выбирать из таблиц в соответствии с шифром, полученным студентом от преподавателя, ведущего занятия по данной дисциплине. Для этого под каждой цифрой шифра разместить по порядку русские буквы «а», «б», «в», «г». И из каждого столбца любой таблицы, обозначенного сверху определенной буквой, надо взять число из той строки, номер которой совпадает с номером этой буквы в шифре.

шифр -	М	3	1	7	5	0	4
буквы -				а	б	в	г

Например, при шифре 2479 в любой таблице из столбца «а» взять число из 2-й строки, из столбца «б» - из 4-й строки, из столбца «в» - из 7-й строки, из столбца «г» - из 9-й строки.

Контрольная работы должна выполняться самостоятельно, так как она является одной из форм контроля в получении знания и закрепления материала.

Контрольная работа включает задания 1-4.

## **ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ**

Каждое контрольное задание выполняется на одной стороне писчей бумаги формата А4. На обложке указываются (см. приложение 1): наименование учебного заведения, кафедры, общее название контрольной, вариант и шифр, фамилия и инициалы студента, номер группы, фамилия и инициалы проверяющего преподавателя.

Перед решением каждой задачи в задании необходимо привести ее схему (в принятом масштабе), все исходные данные с указанием размерности.

Все расчеты должны сопровождаться краткими пояснениями, четкими эскизами, на которых указываются все входящие в расчет величины. Расчет вести в общем виде, а затем подставить числовые значения. В окончательных результатах расчета обязательно указать размерность полученных величин.

Графическая часть каждого задания выполняется на листах ватмана, миллиметровой бумаги или писчей бумаги формата А4 в стандартном масштабе с указанием всех необходимых размеров.

Выполненная контрольная работа сдается на кафедру не позднее установленного учебным планом срока.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ С ПРИМЕРАМИ ИХ ВЫПОЛНЕНИЯ

### ЗАДАНИЕ 1

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СОСТАВНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Целью задания является определение центра тяжести и вычисление главных центральных моментов инерции составного сечения.

Для заданного составного поперечного сечения стержня, состоящего из равнополочного уголка, прямоугольника и двутавра или швеллера (рисунок 1.1):

- 1) определить положение центра тяжести относительно первоначально принятых осей;
- 2) вычислить осевые и центробежные моменты инерции сечения относительно центральных осей, параллельных первоначально принятым осям;
- 3) определить положение главных центральных осей инерции сечения;
- 4) вычислить величины главных моментов инерции сечения.
- 5) сделать чертеж заданного сечения в масштабе и указать на нем основные размеры и оси.

Исходные данные взять из таблицы 1.1. Данные о прокатных профилях принимаются из таблиц сортамента (ГОСТ 8239-72, ГОСТ 8240-72, ГОСТ 8509-86), приведенных в приложении 2.

Таблица 1.1 - Исходные данные

№ п/п	Номер двутавра или швеллера	Прямоугольник	Равнополочный уголок
	б	в	г
1	10	200×10	80×80×6
2	12	220×12	80×80×8
3	14	240×10	80×80×10
4	16	240×14	75×75×6
5	18	250×14	75×75×8
6	20	240×12	63×63×4
7	22	220×10	63×63×6
8	24	230×12	50×50×4
9	27	300×14	50×50×5
0	30	250×12	45×45×5

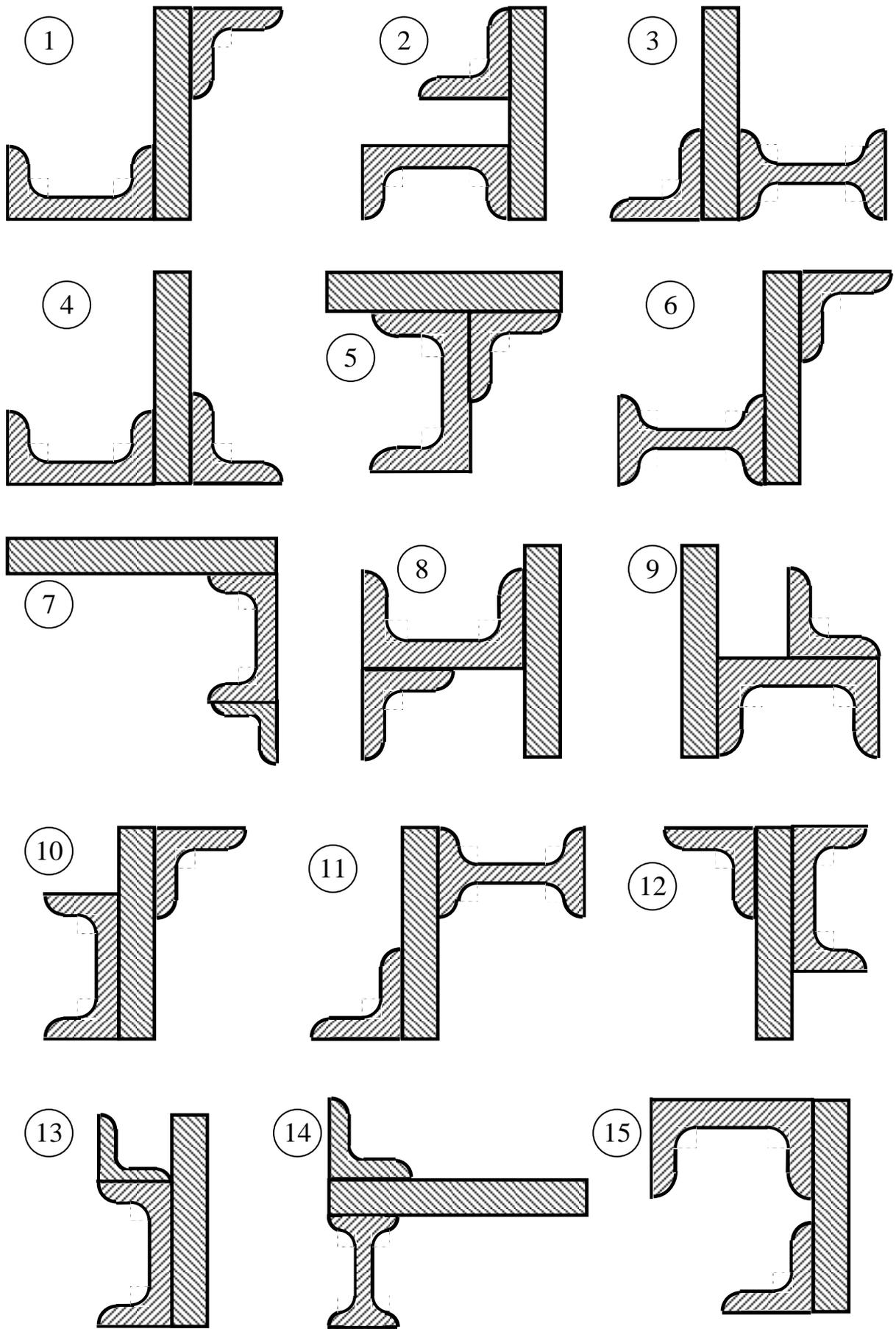


Рисунок 1.1 (начало)

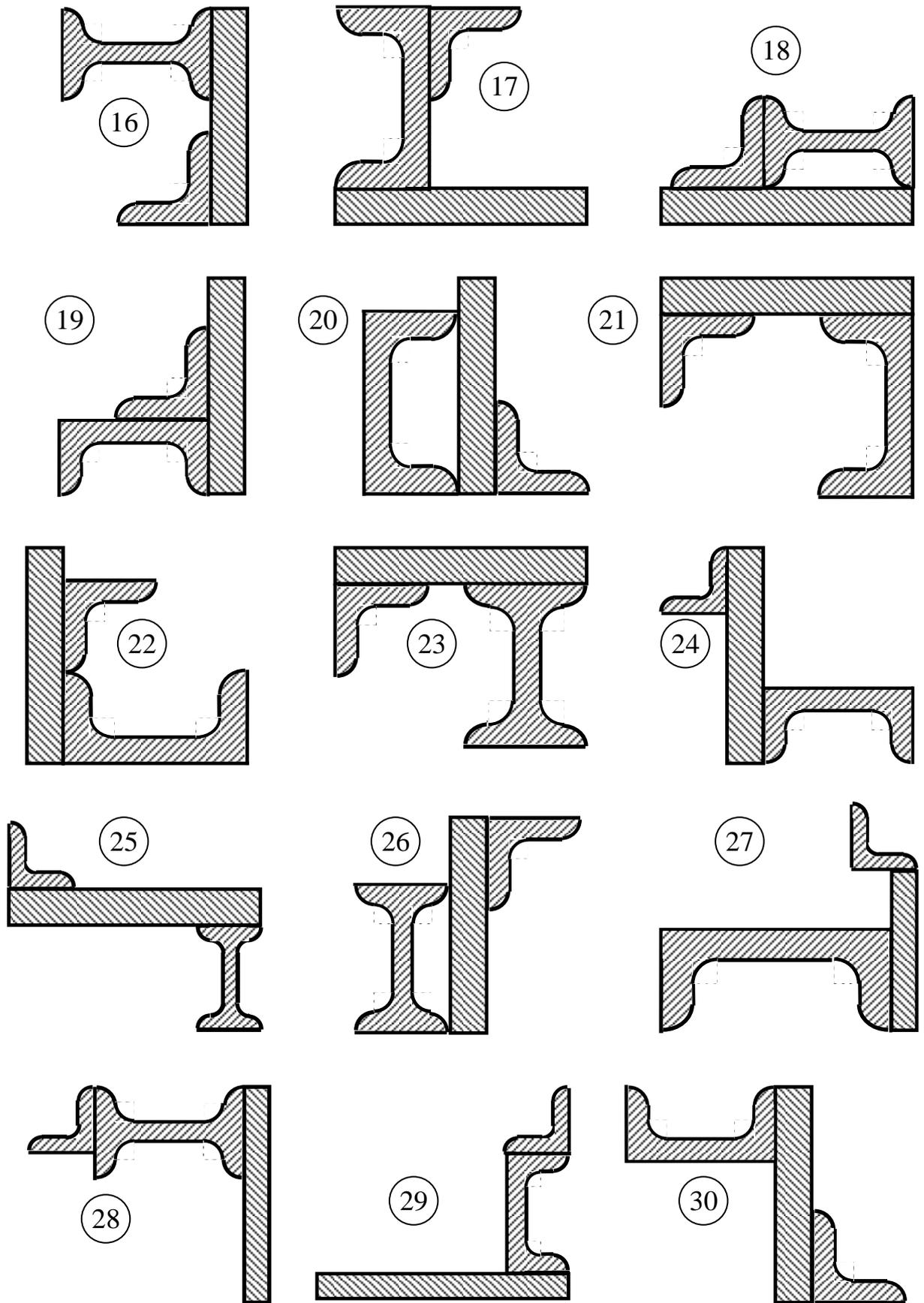


Рисунок 1.1 (окончание)

## ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 1

Вычислить главные моменты инерции составного сечения (рисунке 1.2).

Исходные данные: Составное сечение представляет собой набор из трех элементов: равнополочного уголка 63×63×6 мм, швеллера № 16 и прямоугольника 240×12 мм.

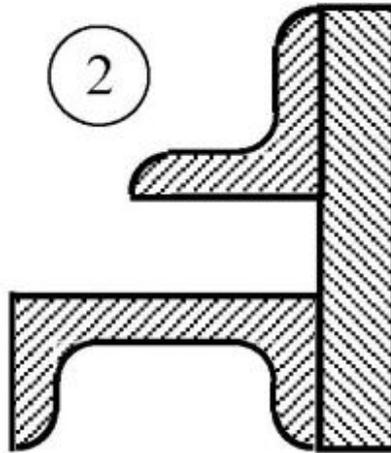


Рисунок 1.2 - Составное сечение

### Решение

1. Выпишем из таблиц сортамента и подсчитаем геометрические характеристики отдельных частей поперечного сечения:

а) равнополочный уголок 63×63×6 мм (рисунок 1.3):  $b_1 = 6,3$  см,  $A_1 = 7,28$  см<sup>2</sup>,  $I_{y_1} = I_{z_1} = 27,1$  см<sup>4</sup>,  $I_{z_0} = 42,9$  см<sup>4</sup>,  $I_{y_0} = 11,2$  см<sup>4</sup>,  $z_{01} = 1,78$  см,  $\alpha = 45^\circ$  (поворот главных осей  $z_0$  и  $y_0$  против часовой стрелки),

$$I_{z_1 y_1} = \frac{I_{z_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha = \frac{42,9 - 11,2}{2} \sin 2 \cdot 45^\circ = 15,85 \text{ см}^4;$$

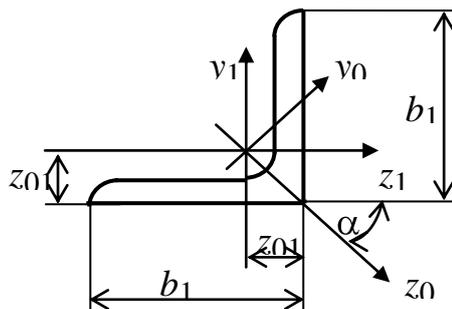


Рисунок 1.3

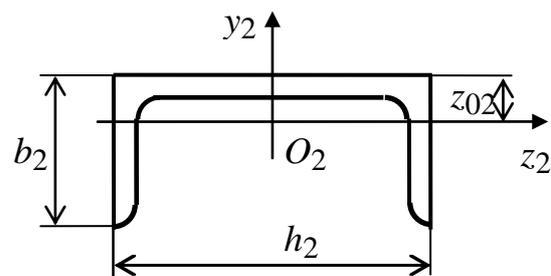
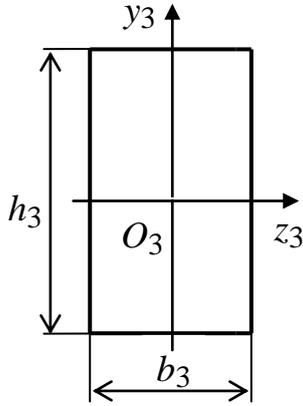


Рисунок 1.4

б) швеллер № 16 (рисунок 1.4):  $h_2 = 16$  см;  $b_2 = 6,4$  см,  $A_2 = 18,1$  см<sup>2</sup>,  $z_{O2} = 1,8$  см,  $I_{y_2} = 747$  см<sup>4</sup>,  $I_{z_2} = 63,3$  см<sup>4</sup>,  $I_{z_2 y_2} = 0$  (оси  $z_2$  и  $y_2$  являются главными центральными осями);

в) прямоугольник  $240 \times 12$  мм (рисунок 1.5):



$$b_3 = 1,2 \text{ см}, h_3 = 24 \text{ см}, A_3 = b_3 h_3 = 1,2 \cdot 24 = 28,8 \text{ см}^2,$$

$$I_{z_3} = \frac{b_3 h_3^3}{12} = \frac{1,2 \cdot 24^3}{12} = 1382,4 \text{ см}^4, \quad I_{y_3} = \frac{h_3 b_3^3}{12} =$$

$$= \frac{24 \cdot 1,2^3}{12} = 3,456 \text{ см}^4, \quad I_{z_3 y_3} = 0 \text{ (оси } z_3 \text{ и } y_3 \text{ - главные$$

центральные оси).

Рисунок 1.5

2. Проводим вспомогательные оси  $z$  и  $y$ , заключив все сечение в положительной четверти (рисунок 1.6). Определим координаты центров тяжести  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$  отдельных частей сечения в системе координат  $zOy$ :

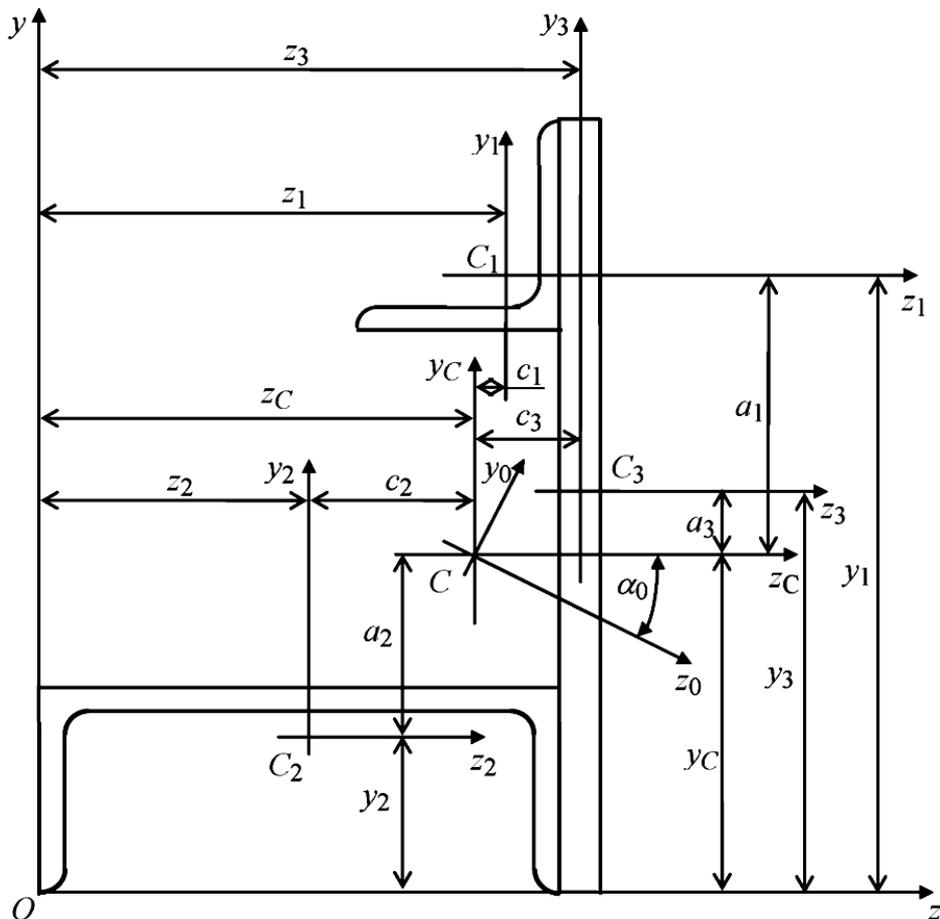


Рисунок 1.6 - Составное сечение

$$z_1 = h_2 - z_{01} = 16 - 1,78 = 14,22 \text{ см};$$

$$z_2 = h_2 / 2 = 16 / 2 = 8 \text{ см};$$

$$z_3 = h_2 + b_3 / 2 = 16 + 1,2 / 2 = 16,6 \text{ см};$$

$$y_1 = h_3 - b_1 + z_{01} = 24 - 6,3 + 1,78 = 19,48 \text{ см};$$

$$y_2 = b_2 - z_{02} = 6,4 - 1,8 = 4,6 \text{ см};$$

$$y_3 = h_3 / 2 = 24 / 2 = 12 \text{ см}.$$

3. Определим координаты центра тяжести заданного сечения в системе координат  $zOy$ :

$$\begin{aligned} z_C &= \frac{S_y}{A} = \frac{A_1 z_1 + A_2 z_2 + A_3 z_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \\ &= \frac{7,28 \cdot 14,22 + 18,1 \cdot 8 + 28,8 \cdot 16,6}{7,28 + 18,1 + 28,8} = 13,41 \text{ см}; \\ y_C &= \frac{S_z}{A} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \\ &= \frac{7,28 \cdot 19,48 + 18,1 \cdot 4,6 + 28,8 \cdot 12}{7,28 + 18,1 + 28,8} = 10,53 \text{ см}. \end{aligned}$$

Центр тяжести  $C$  заданного сечения должен находиться внутри многоугольника, вершинами которого являются центры тяжести отдельных частей сечения, в нашем примере - внутри треугольника  $O_1 O_2 O_3$ .

4. Проводим центральные оси  $z_C$  и  $y_C$  параллельно осям  $z$  и  $y$ . Вычисляем расстояния между осями  $z_C$  и  $z_1, z_2, z_3$ , осями  $y_C$  и  $y_1, y_2, y_3$ :

$$a_1 = y_1 - y_C = 19,48 - 10,53 = 8,95 \text{ см};$$

$$a_2 = y_2 - y_C = 4,6 - 10,53 = -6,23 \text{ см};$$

$$a_3 = y_3 - y_C = 12 - 10,53 = 1,47 \text{ см};$$

$$c_1 = z_1 - z_C = 14,22 - 13,41 = 0,81 \text{ см};$$

$$c_2 = z_2 - z_C = 8 - 13,41 = -5,41 \text{ см};$$

$$c_3 = z_3 - z_C = 16,6 - 13,41 = 3,19 \text{ см}.$$

5. Вычисляем значения осевых и центробежного моментов инерции заданного сечения относительно центральных осей  $z_C$  и  $y_C$  по формулам параллельного преобразования осей:

$$\begin{aligned} I_{z_C} &= I_{z_1} + a_1^2 A_1 + I_{z_2} + a_2^2 A_2 + I_{z_3} + a_3^2 A_3 = 27,1 + 8,95^2 \cdot 7,28 + 63,3 + \\ &+ (-6,23)^2 \cdot 18,1 + 1382,4 + 1,47^2 \cdot 28,8 = 2820,7 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{y_C} &= I_{y_1} + c_1^2 A_1 + I_{y_2} + c_2^2 A_2 + I_{y_3} + c_3^2 A_3 = 27,1 + 0,81^2 \cdot 7,28 + 747 + \\ &+ (-5,41)^2 \cdot 18,1 + 3,456 + 3,19^2 \cdot 28,8 = 1605,2 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$I_{z_C y_C} = I_{z_1 y_1} + a_1 c_1 A_1 + I_{z_2 y_2} + a_2 c_2 A_2 + I_{z_3 y_3} + a_3 c_3 A_3 = 15,85 + 8,95 \cdot 0,81 \cdot 7,28 + 0 + (-6,23)(-5,41)18,1 + 0 + 1,47 \cdot 3,19 \cdot 28,8 = 813,7 \text{ см}^4.$$

6. Определим положение главных центральных осей инерции сечения:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{z_C y_C}}{I_{z_C} - I_{y_C}} = -\frac{2 \cdot 813,7}{2820,7 - 1605,2} = -1,339,$$

откуда  $\alpha_0 = -26,62^\circ$ .

Угол  $\alpha_0$  отрицательный, поэтому оси  $z_C$  и  $y_C$  поворачиваем по часовой стрелке на угол  $26,62^\circ$  и проводим главные центральные оси сечения  $z_0$  и  $y_0$  (рис. 15).

7. Вычисляем значения главных центральных моментов инерции сечения по формулам углового преобразования осей:

$$\begin{aligned} I_{z_0} &= I_{z_C} \cos^2 \alpha_0 + I_{y_C} \sin^2 \alpha_0 - I_{z_C y_C} \sin 2\alpha_0 = \\ &= 2820,7 \cos^2(-26,62^\circ) + 1605,2 \sin^2(-26,62^\circ) - 813,7 \sin 2(-26,62^\circ) = 3228,56 \text{ см}^4; \\ I_{y_0} &= I_{y_C} \cos^2 \alpha_0 + I_{z_C} \sin^2 \alpha_0 + I_{z_C y_C} \sin 2\alpha_0 = \\ &= 1605,2 \cos^2(-26,62^\circ) + 2820,7 \sin^2(-26,62^\circ) + 813,7 \sin 2(-26,62^\circ) = 1197,35 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Значения главных моментов инерции сечения можно вычислять также и по формуле

$$\begin{aligned} I_{\max} &= \frac{I_{z_C} + I_{y_C}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{z_C} - I_{y_C})^2 + 4I_{z_C y_C}^2} = \frac{2820,7 + 1605,2}{2} \pm \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{(2820,7 - 1605,2)^2 + 4 \cdot 813,7^2} = 2212,95 \pm 1015,6; \\ I_{\max} &= 3228,56 \text{ см}^4; \quad I_{\min} = 1197,35 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Если центробежный момент инерции сечения  $I_{z_C y_C} > 0$ , то главная ось инерции, относительно которой главный момент инерции сечения принимает максимальное значение, проходит через четные четверти. Поэтому  $I_{z_0} = I_{\max} = 3228,56 \text{ см}^4$ ;  $I_{y_0} = I_{\min} = 1197,35 \text{ см}^4$ .

Правильность вычислений значений главных моментов инерции сечения проверяем по выполнению условий:

а) сумма моментов инерции сечения относительно двух взаимно перпендикулярных осей при повороте осей не меняется

$$\begin{aligned} I_{z_0} + I_{y_0} &= I_{z_C} + I_{y_C}, \\ 3228,56 + 1197,35 &= 2820,7 + 1605,2, \\ 4425,91 &\approx 4425,9; \end{aligned}$$

б) центробежный момент инерции сечения относительно главных осей равен нулю

$$I_{z_0y_0} = \frac{I_{z_C} - I_{y_C}}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{z_C y_C} \cos 2\alpha_0 =$$

$$= \frac{2820,7 - 1605,2}{2} \sin 2(-26,62)^\circ - 813,7 \cdot \cos 2(-26,62)^\circ = -486,90 - 486,97 = 0,07 \approx 0.$$

Значит, расчет выполнен точно.

## ЗАДАНИЕ 2

### ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ ДЛЯ БАЛОК И РАМ

Целью задания является построение эпюр внутренних силовых факторов в балках и рамах при плоском изгибе.

Для консольных, шарнирно опертых балок и плоских рам (рисунки 2.1, 2.2, 2.3, 2.4) требуется:

- 1) определить реакции опор;
- 2) написать аналитические выражения внутренних силовых факторов по участкам и вычислить их значения в характерных точках (начало и конец участков, а где требуется – в промежуточном сечении);
- 3) определить все экстремальные значения внутренних силовых факторов;
- 4) по вычисленным значениям построить эпюры внутренних силовых факторов;
- 5) проверить правильность построения эпюр внутренних силовых факторов, используя дифференциальные зависимости между внутренними силовыми факторами и интенсивностью распределенной нагрузки.

Исходные данные взять из таблицы 2.1.

Таблица 2.1- Исходные данные

Номер строки	$l$ , м	$l_1/l$	$l_2/l$	$l_3/l$	$q$ , кН/м	$F$ , кН	$M$ , кН·м
	а	б	в	г	а	в	б
1	1,0	0,4	0,5	2,0	10	5	20
2	2,0	0,3	0,6	0,9	20	6	18
3	3,0	0,7	0,4	0,8	12	8	16
4	1,5	0,6	0,8	1,5	14	10	15
5	2,5	0,5	0,7	0,6	16	12	14
6	1,0	0,7	0,3	2,5	18	14	12
7	2,0	0,8	0,6	1,8	22	15	10
8	3,0	0,4	0,8	0,9	8	16	30
9	1,5	0,5	0,4	2,0	6	18	25
0	2,5	0,6	0,5	0,8	4	20	22

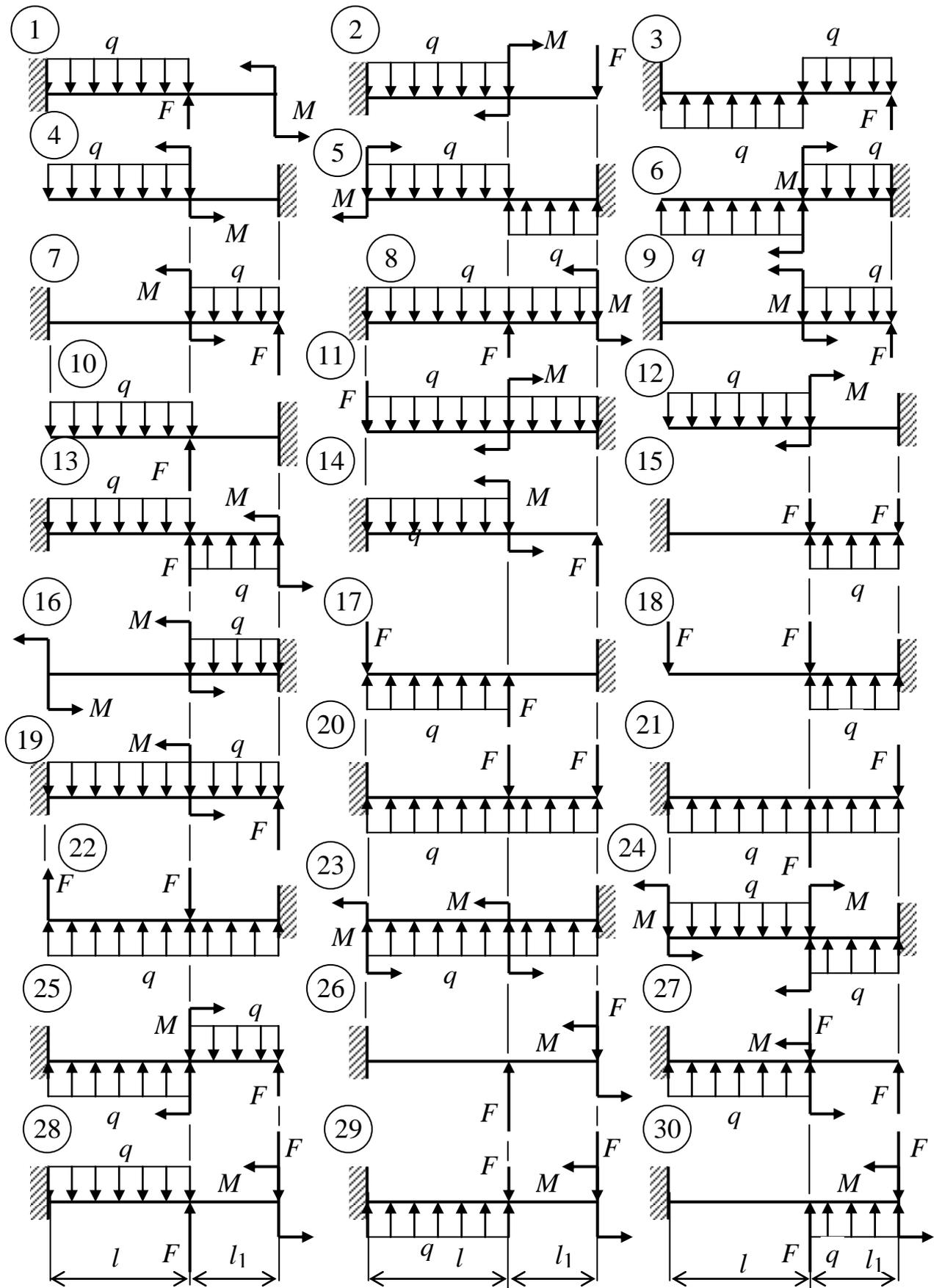


Рисунок 2.1

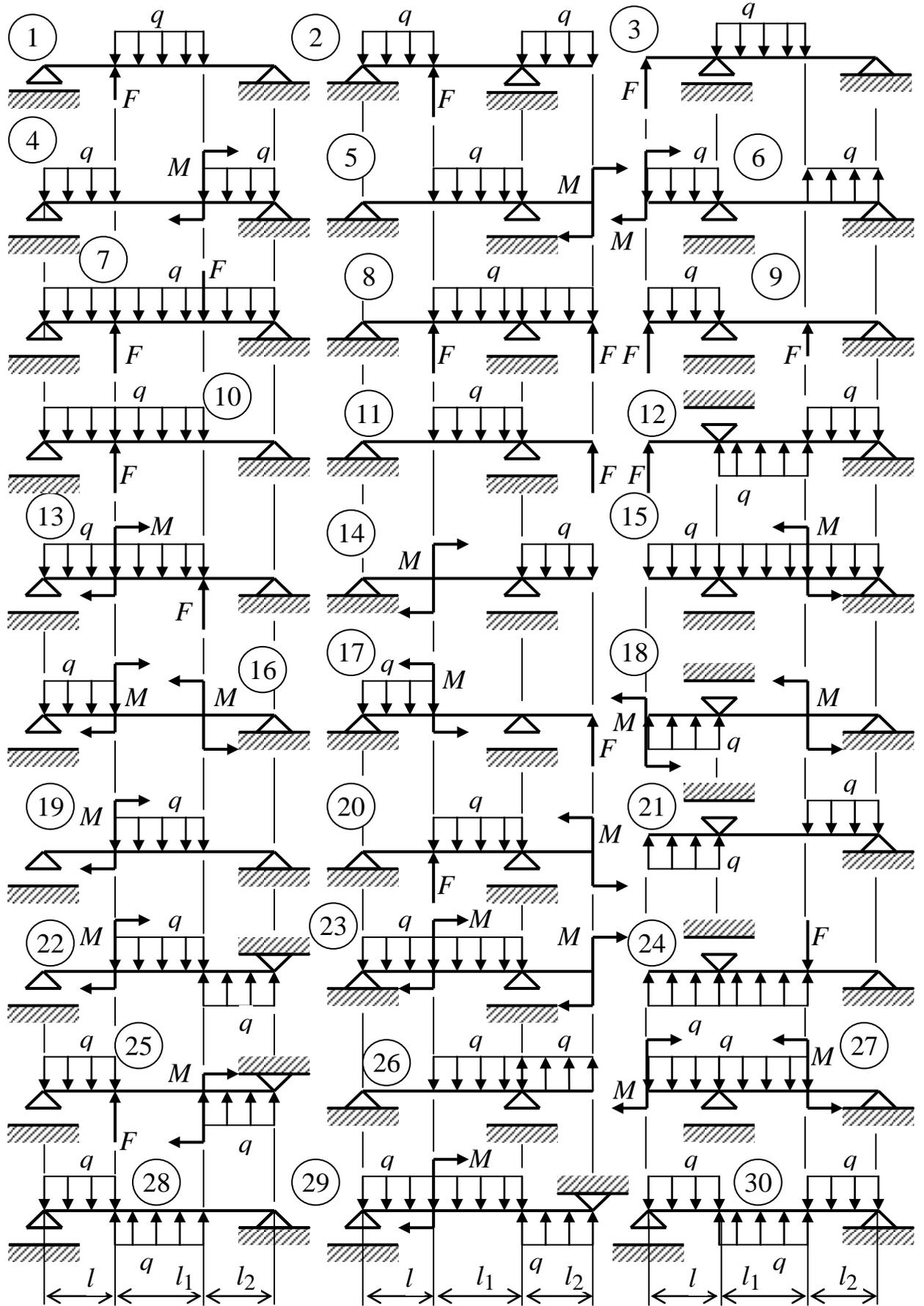


Рисунок 2.2

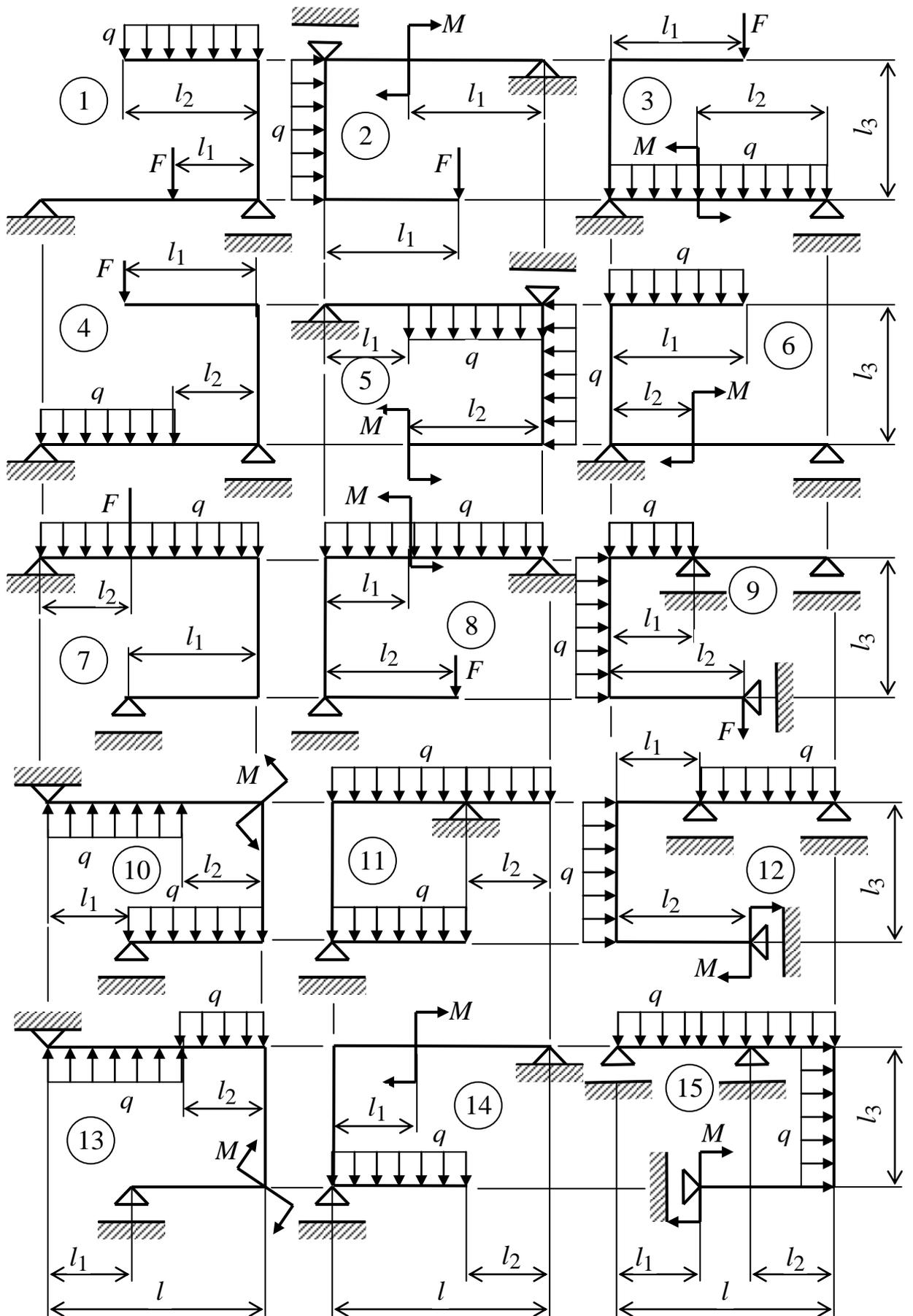


Рисунок 2.3

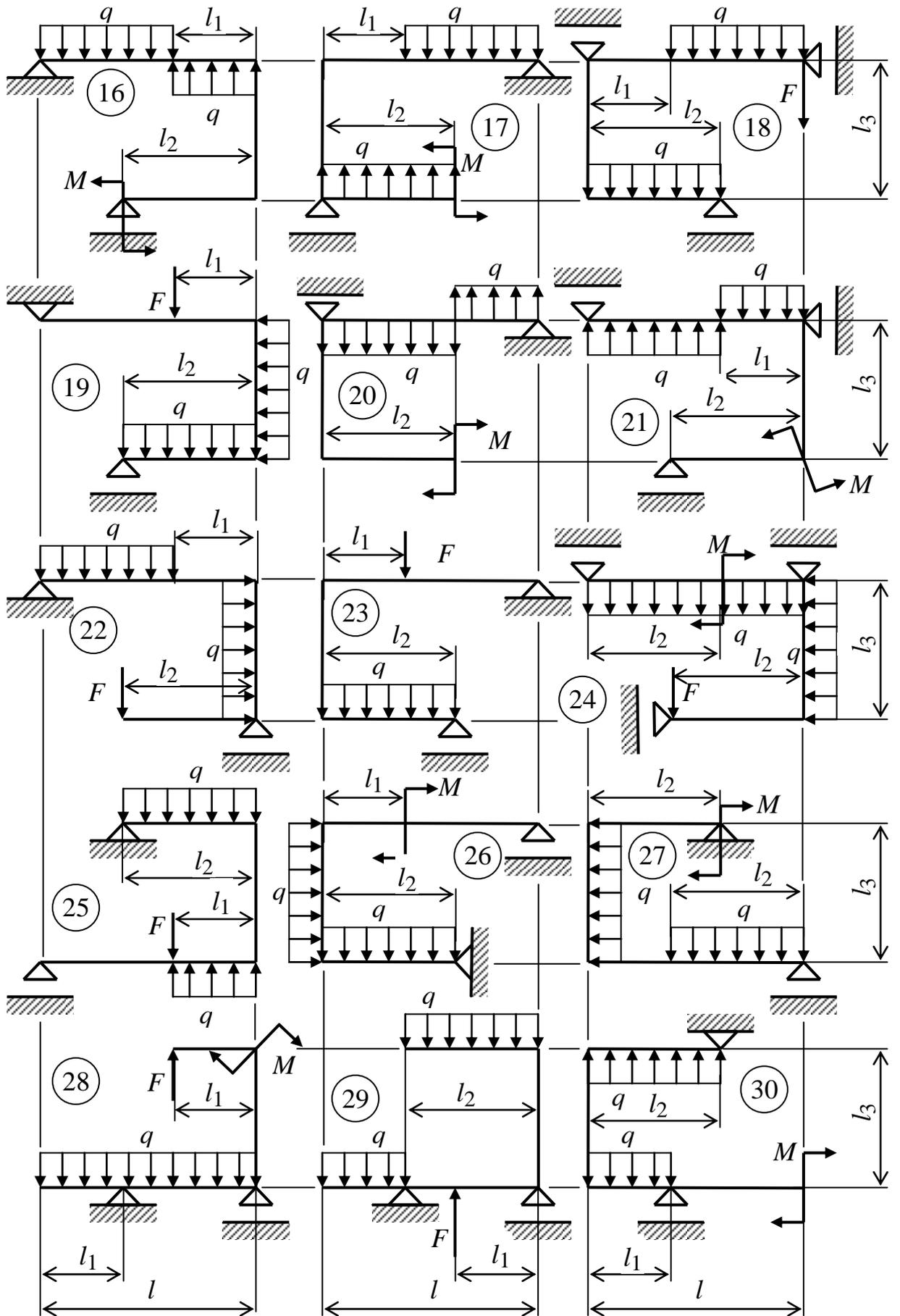


Рисунок 2.3

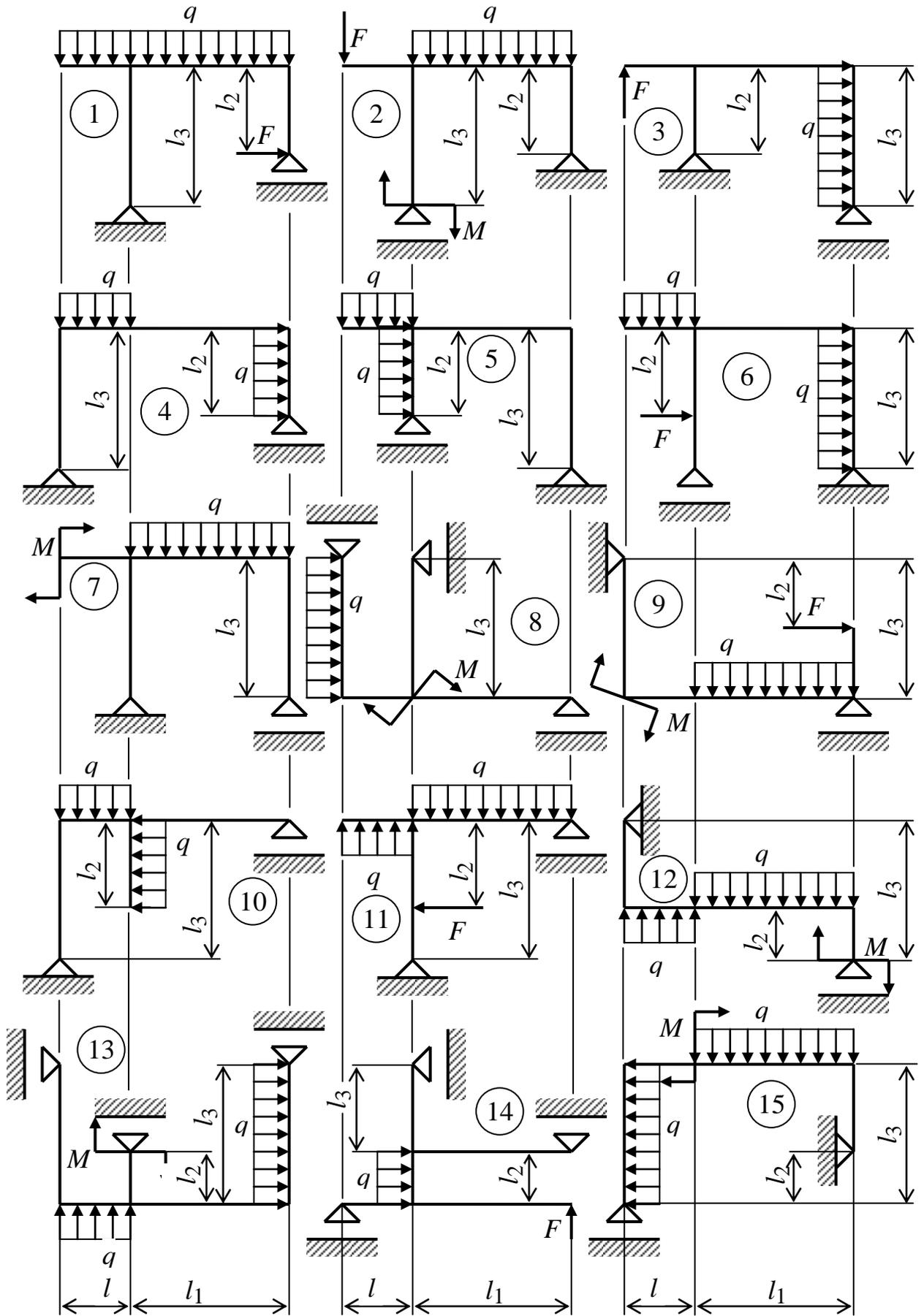


Рисунок 2.4 (начало)

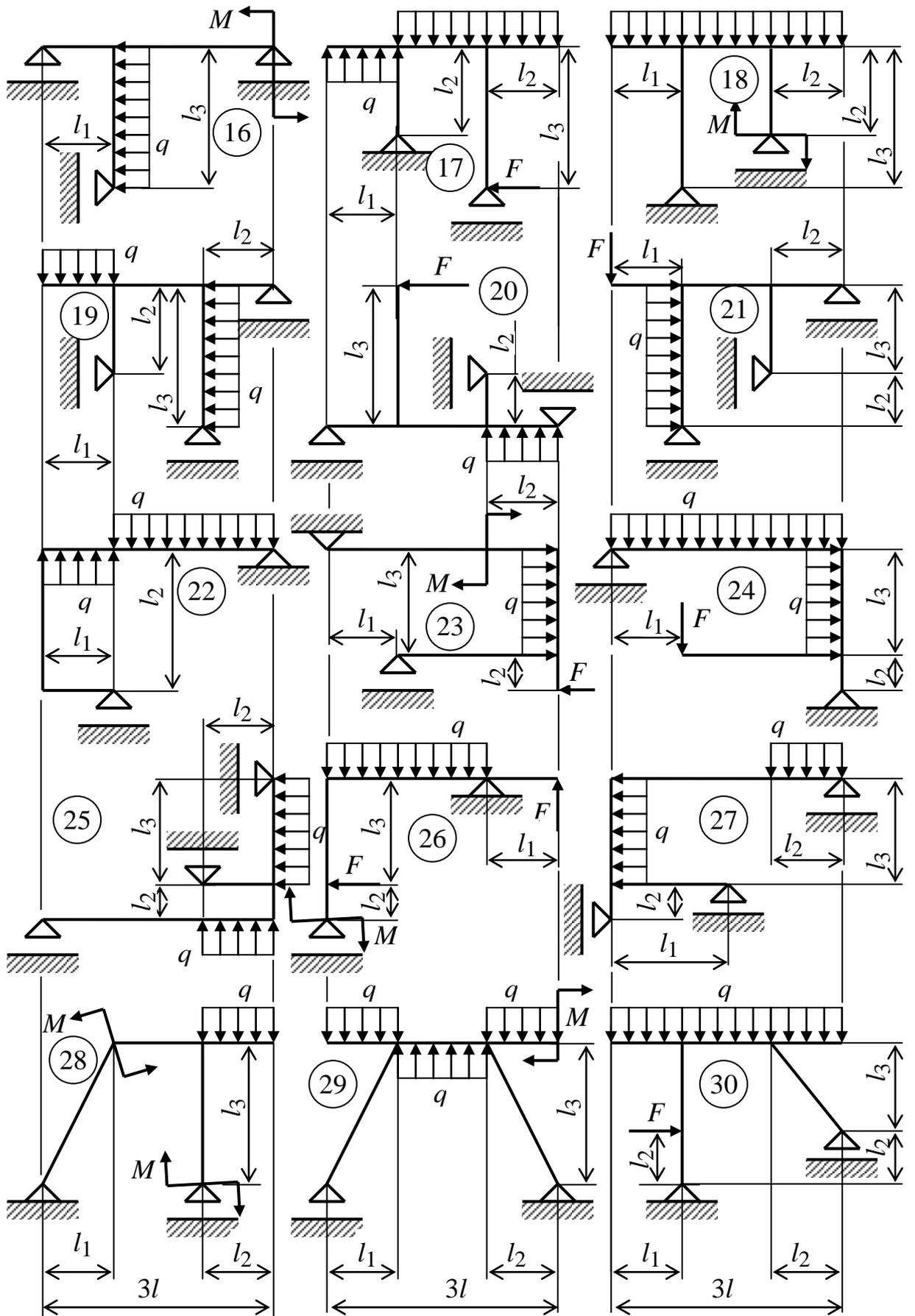


Рисунок 2.4 (окончание)

## ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 2

**Пример 1.** Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для консольной балки (рисунок 2.5).

Исходные данные:  $F = 3$  кН,  $q = 2$  кН/м,  $M = 5$  кН·м,  $l = 2,0$  м,  $l_1 = 1,5$  м.

Решение

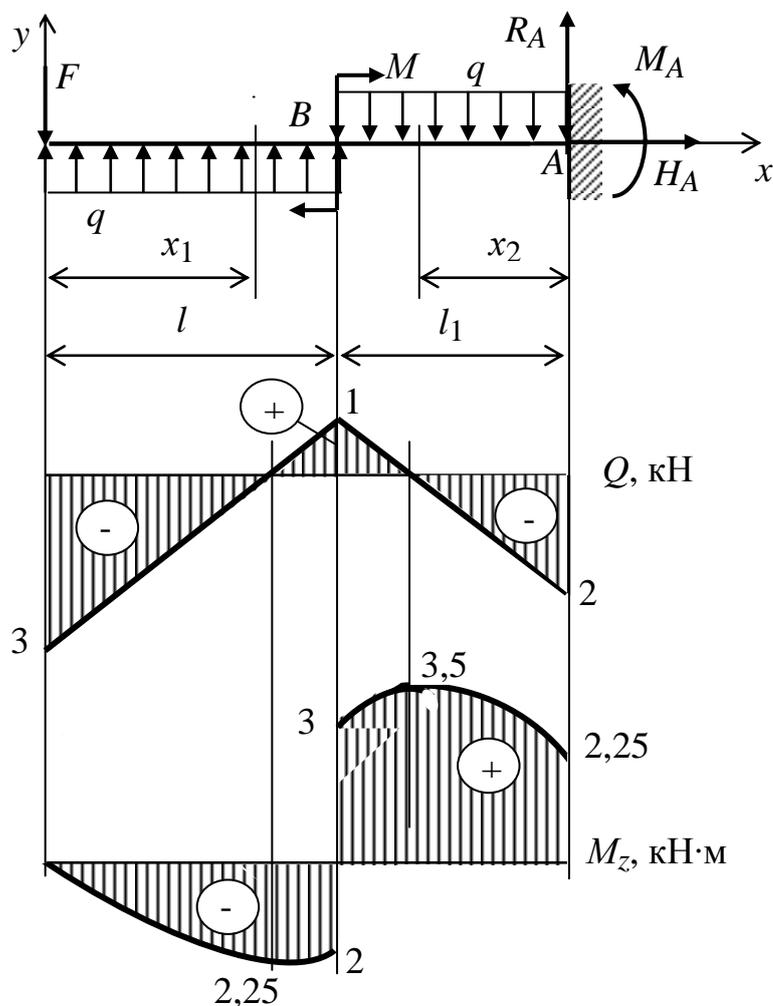


Рисунок 2.5 - Эпюры поперечной силы и изгибающего момента

1. Определяем реакции опор. В защемлении возникают три реактивных усилия  $H_A$ ,  $R_A$ ,  $M_A$ . Для их определения составим уравнения равновесия:

$$\sum F_x = 0, \quad H_A = 0;$$

$$\sum F_y = 0, \quad ql + R_A - F - ql_1 = 0; \quad R_A = F - ql + ql_1 = 3 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1,5 = 2 \text{ кН};$$

$$\sum M_A = 0, \quad F \cdot (l_1) - M_A - ql(l/2 + l_1) + ql_1^2/2 - M = 0;$$

$$M_A = ql(l/2 + l_1) - F \cdot (l_1) - ql_1^2/2 + M = 2 \cdot 2(2/2 + 1,5) - 3(2 + 1,5) - 2 \cdot 1,5^2/2 + 5 = 2,25 \text{ кН·м}.$$

Проверим правильность определения реакций опор. Для этого составим уравнение равновесия – сумму моментов всех сил относительно любой точки балки, кроме точки  $A$ , например, точки  $B$ :

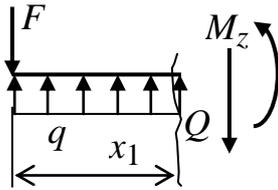
$$\begin{aligned}\sum M_B = 0, \quad M_A + Fl - ql(l/2) + R_A l_1 - ql_1^2/2 - M = 0; \\ 2,25 + 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2/2 + 2 \cdot 1,5 - 2 \cdot 1,5^2/2 - 5 = 0, \\ 0 = 0.\end{aligned}$$

Значит, реакции опор определены правильно.

2. Используя метод сечений, разбиваем балку на участки, заменив на каждом из них действие отброшенной части внутренними силовыми факторами. Составим выражения поперечной силы и изгибающего момента по участкам, используя правило знаков для внутренних силовых факторов.

Границами участков являются поперечные сечения балки, в которых приложены сосредоточенные нагрузки (в том числе и опорные реакции), или в которых начинается либо заканчивается распределенная нагрузка, или в которых интенсивность этой нагрузки изменяется по новому закону.

Рассматриваемая балка имеет два участка. Для упрощения выражений поперечной силы и изгибающего момента участки можно брать как с левого, так и с правого концов балки.



1-й участок (рисунок 2.6):  $0 \leq x_1 \leq l$ ,  $0 \leq x_1 \leq 2$  м;

$$Q = qx_1 - F = 2x_1 - 3;$$

$$M_z = qx_1^2/2 - Fx_1 = x_1^2 - 3x_1.$$

При  $x_1 = 0$   $Q = -3$  кН,  $M_z = 0$ , при  $x_1 = 2$  м

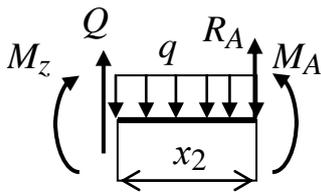
$$Q = 1 \text{ кН}, \quad M_z = -2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Рисунок 2.6

На этом участке эпюра поперечной силы пересекает нулевую линию, меняя знак с плюса на минус, поэтому в этом сечении эпюра изгибающего момента принимает минимальное (экстремальное) значение. Определим это значение по теореме Д.И. Журавского:

$$Q = 2x_1^{\text{экс}} - 3 = 0, \quad x_1^{\text{экс}} = 1,5 \text{ м}.$$

$$M_{1\text{min}} = (x_1^{\text{экс}})^2 - 3x_1^{\text{экс}} = 1,5^2 - 3 \cdot 1,5 = -2,25 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$



2-й участок (рисунок 2.7):  $0 \leq x_2 \leq l_1$ ,  $0 \leq x_2 \leq 1,5$  м;

$$Q = qx_2 - R_A = 2x_2 - 2;$$

$$M_z = R_A x_2 + M_A - qx_2^2/2 = 2x_2 + 2,25 - x_2^2.$$

При  $x_1 = 0$   $Q = -2$  кН,  $M_z = 2,25$  кН·м,

при  $x_2 = 1,5$  м  $Q = 1$  кН,  $M_z = 3$  кН·м.

Рисунок 2.7

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

**Пример 2.** Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для шарнирно опертой балки (рисунок 2.8).

Исходные данные:  $l = 2,5$  м;  $l_1 = 1,25$  м,  $l_2 = 3,5$  м,  $q = 3$  кН/м,  $F = 3,5$  кН,  $M = 6$  кН·м.

Решение

1. Определяем реакции опор. В шарнирно-неподвижной опоре две реакции, в шарнирно подвижной опоре одна реакция. Так как внешние силы, приложенные к балке, не дают горизонтальных реакций, то в шарнирно-неподвижной опоре горизонтальная реакция будет равна нулю. Для определения реакций опор составим уравнения равновесия:

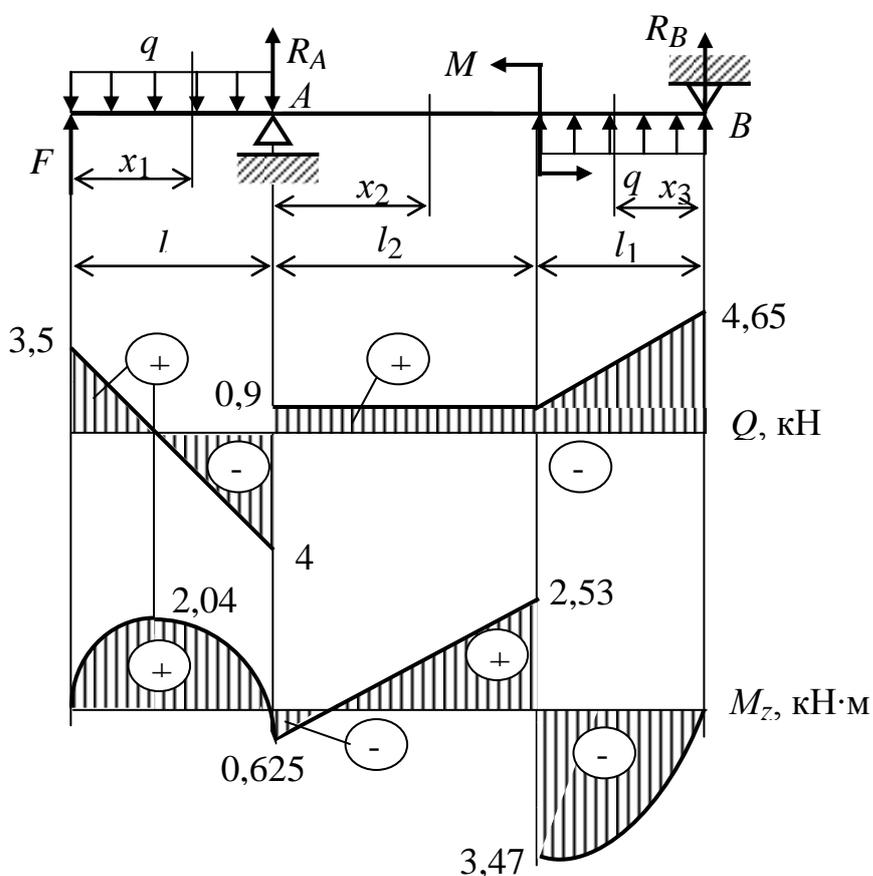


Рисунок 2.8 - Эпюры поперечной силы и изгибающего момента

$$\sum M_B = 0, \quad F(l + l_2 + l_1) - ql(l_1 + l_2 + l/2) + R_A(l_2 + l_1) + ql_1^2/2 - M = 0,$$

$$R_A = \frac{-F(l + l_2 + l_1) + ql(l_1 + l_2 + l/2) - ql_1^2/2 + M}{l_1 + l_2} =$$

$$= \frac{-3,5(2,5 + 3,5 + 1,25) + 3 \cdot 2,5(1,25 + 3,5 + 2,5/2) - 3 \cdot 1,25^2/2 + 6}{1,25 + 3,5} = 4,9 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0, \quad Fl - ql^2/2 - R_B(l_1 + l_2) - ql_1(l_2 + l_1/2) - M = 0,$$

$$R_B = \frac{Fl - ql^2/2 - ql_1(l_2 + l_1/2) - M}{l_1 + l_2} =$$

$$= \frac{3,5 \cdot 2,5 - 3 \cdot 2,5^2/2 - 3 \cdot 1,25(3,5 + 1,25/2) - 6}{1,25 + 3,5} = -4,65 \text{ кН}.$$

Проверим правильность определения реакций опор:

$$\sum F_y = 0, \quad F - ql + R_A + R_B + ql_1 = 0;$$

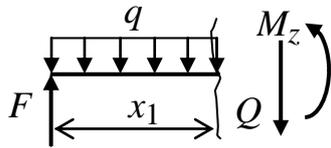
$$3,5 - 3 \cdot 2,5 + 4,9 - 4,65 + 3 \cdot 1,25 = 0,$$

$$0 = 0.$$

Значит, реакции опор определены правильно.

2. Разобьем балку на три участка и на каждом составим выражения поперечной силы и изгибающего момента, используя правило знаков для внутренних силовых факторов.

1-й участок (рисунок 2.9):  $0 \leq x_1 \leq l$ ,  $0 \leq x_1 \leq 2,5$  м;



$$Q = F - qx_1 = 3,5 - 3x_1;$$

$$M_z = Fx_1 - qx_1^2/2 = 3,5x_1 - 1,5x_1^2.$$

При  $x_1 = 0$   $Q = 3,5$  кН,  $M_z = 0$ , при  $x_1 = 2,5$  м  
 $Q = -4$  кН,  $M_z = -0,625$  кН·м.

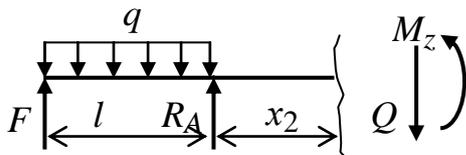
Рисунок 2.9

Вычисляем максимальное значение изгибающего момента:

$$Q = 3,5 - 3x_1 = 0, \quad x_1 = 1,167 \text{ м};$$

$$M_{1\max} = 3,5 \cdot 1,167 - 1,5 \cdot 1,167^2 = 2,04 \text{ кН·м}.$$

2-й участок (рисунок 2.10):  $0 \leq x_2 \leq l_2$ ,  $0 \leq x_2 \leq 3,5$  м;



$$Q = F - ql + R_A = 3,5 - 3 \cdot 2,5 + 4,9 = 0,9 \text{ кН};$$

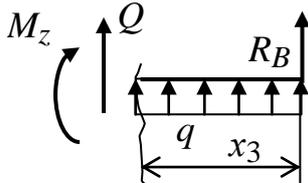
$$M_z = F(l + x_2) - ql(x_2 + l/2) + R_A x_2 =$$

$$= 3,5(2,5 + x_2) - 7,5(x_2 + 1,25) + 4,9x_2.$$

При  $x_2 = 0$   $M_z = -0,625$  кН·м, при  $x_2 = 3,5$  м  $M_z = 2,53$  кН·м.

Рисунок 2.10

3 участок (рисунок 2.11):  $0 \leq x_3 \leq l_1$ ,  $0 \leq x_3 \leq 1,25$  м



$$Q = -qx_3 - R_B = -3x_3 + 4,65;$$

$$M_z = qx_3^2/2 + R_B x_3 = 1,5x_3^2 - 4,65x_3.$$

При  $x_3 = 0$   $Q = 4,65$  кН,  $M_z = 0$ , при  $x_3 = 1,25$  м  
 $Q = 0,9$  кН,  $M_z = -3,47$  кН·м.

Рисунок 2.11

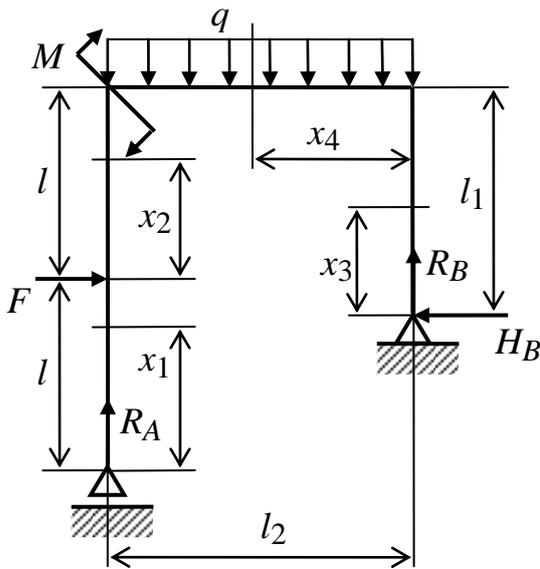
Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

**Пример 3.** Построить эпюры нормальной и поперечной силы, изгибающего момента для шарнирно опертой балки (рисунок 2.12).

Исходные данные:  $l = 2,5$  м;  $l_1 = 3$  м,  $l_2 = 4$  м,  $q = 20$  кН/м,  $F = 30$  кН,  $M = 10$  кН·м.

Решение

1. Определяем реакции опор. Для их определения составим уравнения равновесия:



$$\sum F_x = 0, \quad F - H_A = 0,$$

$$H_A = F = 30 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0,$$

$$F(l_1 - l) - ql_2^2/2 + R_A l_2 + M = 0,$$

$$R_A = \frac{-F(l_1 - l) + ql_2^2/2 - M}{l_2} =$$

$$= \frac{-30(3 - 2,5) + 20 \cdot 4^2/2 - 10}{4} = 33,75 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0,$$

$$Fl + ql_2^2/2 - R_B l_2 + M - H_B(2l - l_1) = 0,$$

$$R_B = \frac{Fl + ql_2^2/2 + M - H_B(2l - l_1)}{l_2} =$$

Рисунок 2.12

$$= \frac{30 \cdot 2,5 + 20 \cdot 4^2/2 + 10 - 30(2 \cdot 2,5 - 3)}{4} = 46,25 \text{ кН.}$$

$$\sum F_y = 0, \quad -ql_2 + R_A + R_B = 0;$$

$$-20 \cdot 4 + 33,75 + 46,25 = 0,$$

$$0 = 0.$$

Значит, реакции опор определены правильно.

2. Разобьем балку на четыре участка и на каждом составим выражения поперечной и продольной силы, изгибающего момента, используя правило знаков для внутренних силовых факторов. При составлении выражений внутренних силовых факторов располагаемся внутри рамы.

1-й участок:  $0 \leq x_1 \leq l$ ,  $0 \leq x_1 \leq 2,5$  м;

$$N = -R_A = -33,75 \text{ кН}; \quad Q = 0; \quad M_z = 0.$$

2-й участок:  $0 \leq x_2 \leq l$ ,  $0 \leq x_2 \leq 2,5$  м;

$$N = -R_A = -33,75 \text{ кН}; \quad Q = -F = -30 \text{ кН}; \quad M_z = -Fx_2 = -30x_2.$$

При  $x_2 = 0$   $M_z = 0$ , при  $x_2 = 2,5$  м  $M_z = -75$  кН·м.

3-й участок:  $0 \leq x_3 \leq l_1$ ,  $0 \leq x_3 \leq 3$  м;

$$N = -R_B = -46,25 \text{ кН}; \quad Q = H_B = 30 \text{ кН}; \quad M_z = -H_B x_3 = -30x_3.$$

При  $x_3 = 0$   $M_z = 0$ , при  $x_3 = 3$  м  $M_z = -90$  кН·м.

4-й участок:  $0 \leq x_4 \leq l_1$ ,  $0 \leq x_4 \leq 4$  м;

$$N = -H_B = -30 \text{ кН}; \quad Q = qx_4 - R_B = 20x_4 - 46,25 ;$$

$$M_z = -H_B l_1 + R_B x_3 - qx_4^2 / 2 = -90 + 46,25x_3 - 10x_4^2.$$

При  $x_4 = 0$   $Q = 46,25$  кН,  $M_z = -90$  кН·м; при  $x_4 = 2$  м  $Q = -6,25$  кН,  $M_z = -37,5$  кН·м; при  $x_4 = 4$  м  $Q = 33,75$  кН,  $M_z = -65$  кН·м.

Вычисляем максимальное значение изгибающего момента:

$$Q = 20x_4 - 46,25 = 0, \quad x_4 = 2,3125 \text{ м};$$

$$M_{4\max} = -90 + 46,25 \cdot 2,3125 - 10 \cdot 2,3125^2 = -36,52 \text{ кН·м}.$$

Построим эпюры поперечных, продольных сил и изгибающих моментов (рисунок 2.13).

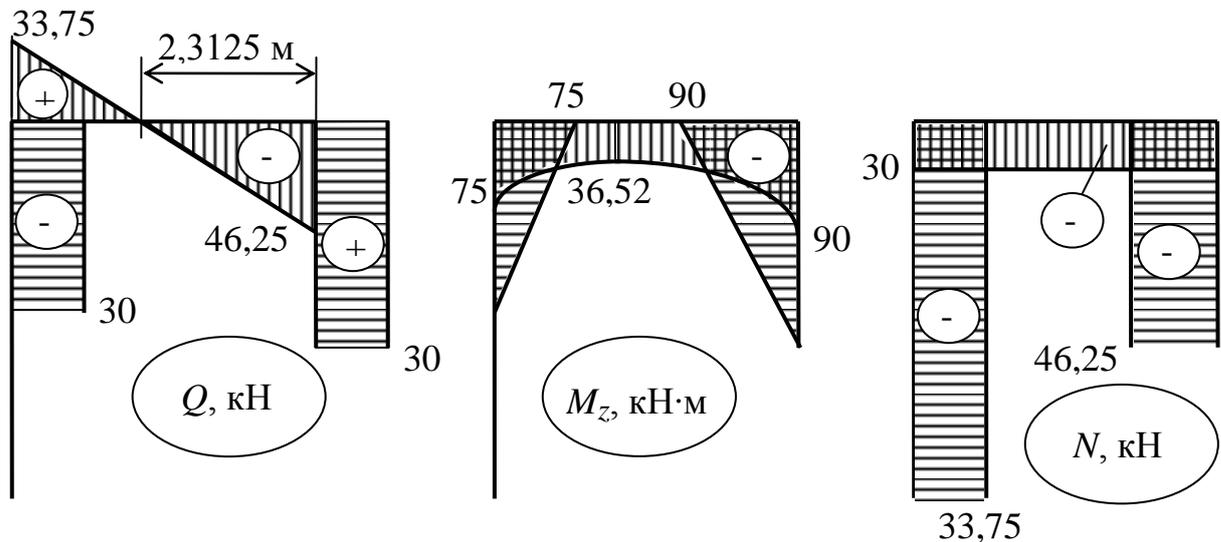


Рисунок 2.13 - Эпюры поперечных, продольных сил и изгибающих моментов

### ЗАДАНИЕ 3

#### РАСЧЕТ НА ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ

Целью данного задания является расчет на сложное сопротивление.

Шкив диаметром  $D_1$  и с углом  $\alpha$  наклона к горизонту вращается с частотой вращения  $n$  и передает мощность  $P$ . На вал постоянного сечения насажены две шестерни одинакового диаметра  $D_2$ , каждая из которых передает мощность  $P/2$  на вал, расположенный выше.

Для заданного вала (рисунок 3.1) требуется:

- 1) определить скручивающие моменты по заданной мощности и частоте вращения вала и построить эпюру крутящего момента;
- 2) определить силы натяжения ремня и окружную силу на шестерне по найденным значениям скручивающих моментов и заданным диаметрам;
- 3) определить силы, изгибающие вал в горизонтальных и вертикальных плоскостях. При расчете давление на вал со стороны ременной передачи принять равным сумме сил натяжений ветвей, вес шкива, шестерни и вала не учитывать;
- 4) построить эпюры изгибающего момента  $M_z$  и  $M_y$  от горизонтальных и вертикальных сил;
- 5) построить эпюру суммарного изгибающего момента, используя формулу

$$M_{\Sigma} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2};$$

б) по эпюрам крутящего и суммарного изгибающего моментов определить опасное сечение и вычислить величину расчетного момента по указанной теории прочности (при расчете принять коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ );

7) подобрать диаметр вала, приняв величину допускаемого напряжения  $\sigma_{adm} = 70$  МПа, и округлить его величину до стандартного размера.

Данные взять из таблицы 3.1.

Таблица 3.1- Исходные данные

Но- мер стро- ки	Номер схемы	$P$ , кВт	$n$ , мин <sup>-1</sup>	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$l_3$ , м	$l_4$ , м	$D_1$ , м	$D_2$ , м	$\alpha$	Теория проч- ности
1	1	10	100	1,1	0,9	1,1	0,4	0,3	0,2	10°	2
2	2	20	200	1,2	0,8	1,2	0,5	0,4	0,25	20°	3
3	3	30	300	1,3	0,7	1,3	0,6	0,5	0,3	30°	4
4	4	40	400	1,4	0,6	1,4	0,7	0,6	0,35	40°	2
5	5	50	500	1,5	1,1	1,5	0,8	0,7	0,4	50°	3
6	6	60	600	0,9	1,2	0,9	0,6	0,6	0,35	60°	4
7	7	70	700	0,8	1,3	0,8	0,5	0,5	0,3	70°	2
8	8	80	800	0,7	1,4	0,7	0,4	0,4	0,25	80°	3
9	9	90	900	0,6	1,5	0,6	0,3	0,3	0,2	90°	4
0	0	100	1000	0,5	0,5	0,5	0,9	0,5	0,4	45°	3

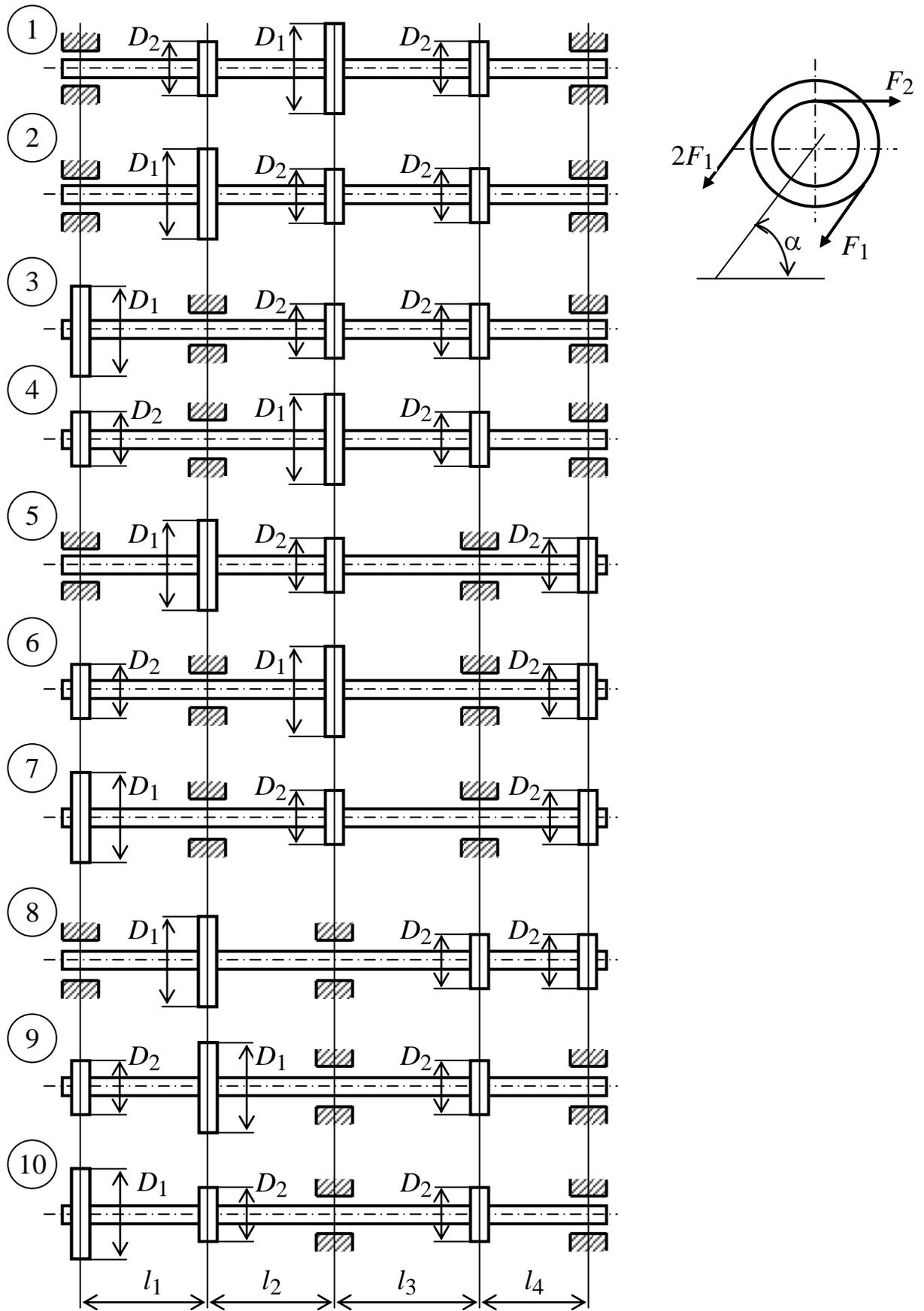


Рисунок 3.1 – Схемы вала

### ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 3

Подобрать диаметр вала, показанного на рисунке 3.2, *а*.

Исходные данные:  $P = 130$  кВт,  $n = 1000$  мин<sup>-1</sup>,  $a = 0,25$  м,  $b = 0,3$  м,  $c = 0,35$  м,  $D_1 = 0,6$  м,  $D_2 = 0,4$  м,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\sigma_{adm} = 70$  МПа, теория прочности - третья.

#### Решение

1. Определяем скручивающие моменты, приложенные к шкиву и шестерням:

$$T_1 = 9,736 \frac{P}{n} = 9,736 \frac{130}{1000} \approx 1,266 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$T_2 = T_1 / 2 = 1,266 / 2 = 0,633 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

2. Рисуем схему нагружения вала скручивающими моментами (рисунок 3.2, *б*). Строим эпюру крутящих моментов, которая показана на рисунке 3.2, *в*.

3. Определяем усилия  $F_1$  и  $F_2$  из условий равновесия

$$T_1 = 2F_1 \frac{D_1}{2} - F_1 \frac{D_1}{2} = \frac{F_1 D_1}{2};$$

$$T_2 = F_2 \frac{D_2}{2}.$$

$$F_1 = 2T_1/D_1 = 2 \cdot 1,266 / 0,6 = 4,22 \text{ кН};$$

$$F_2 = 2T_2/D_2 = 2 \cdot 0,633 / 0,4 = 3,165 \text{ кН}.$$

4. Вычисляем усилия, изгибающие вал в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$F_{1y} = 3F_1 \sin \alpha = 3 \cdot 4,22 \sin 60^\circ = 10,96 \text{ кН};$$

$$F_{1z} = 3F_1 \cos \alpha = 3 \cdot 4,22 \cos 60^\circ = 6,33 \text{ кН};$$

$$F_{2y} = 0; \quad F_{2z} = F_2 = 3,165 \text{ кН}.$$

5. Строим эпюру изгибающих моментов в горизонтальной плоскости. Расчетная схема для определения изгибающих моментов показана на рисунке 3.2, *г*. Определяем реакции опор:

$$\sum M_A = 0, \quad F_{2z}(a+c) + R_{Bz}c - F_{2z}(a+b) + F_{1z}b = 0;$$

$$R_{Bz} = [F_{2z}(a+b) - F_{2z}(a+c) - F_{1z}b] / c =$$

$$= (3,165 \cdot 0,55 - 3,165 \cdot 0,6 - 6,33 \cdot 0,3) / 0,35 = -5,88 \text{ кН};$$

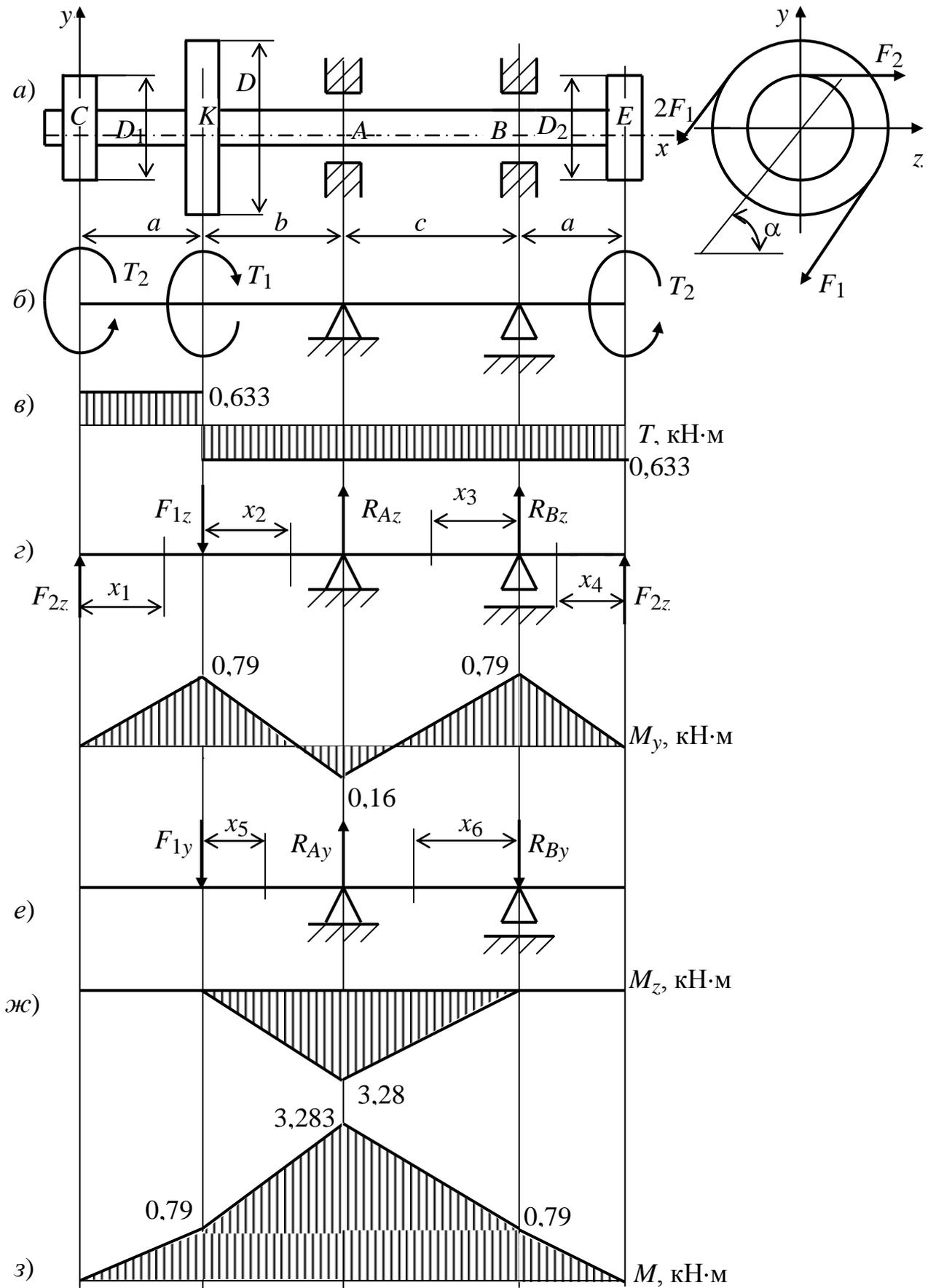


Рисунок 3.2 – Эпюры моментов

$$\begin{aligned}\sum M_B = 0, \quad F_{2z}(a+b+c) - F_{1z}(b+c) + R_{Az}c - F_{2z}a &= 0; \\ R_{Az} &= [F_{1z}(b+c) - F_{2z}(a+b+c) + F_{2z}a]/c = \\ &= (6,33 \cdot 0,65 - 3,165 \cdot 0,9 + 3,165 \cdot 0,25) / 0,35 = 5,88 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Проверяем правильность определения реакций опор:

$$\begin{aligned}\sum F_z = 0, \quad -F_{1z} + 2F_{2z} + R_{Az} + R_{Bz} &= 0; \\ -6,33 + 2 \cdot 3,165 + 5,88 - 5,88 &= 0, \quad 0 = 0.\end{aligned}$$

Составляем уравнения изгибающих моментов по участкам.

1-й участок:  $0 \leq x_1 \leq 0,25$  м;  $M_1 = F_{2z}x_1 = 3,165x_1$ .

2-й участок:  $0 \leq x_2 \leq 0,3$ ,  $M_2 = F_{2z}(a+x_1) - F_{1z}x_2 = 3,165(0,25+x_2) - 6,33x_2$ .

3-й участок:  $0 \leq x_3 \leq 0,35$  м;  $M_3 = F_{2z}(a+x_3) + R_{Bz}x_3 = 3,165(0,25+x_3) - 5,88x_3$ .

4-й участок:  $0 \leq x_4 \leq 0,25$  м;  $M_4 = F_{2z}x_4 = 3,165x_4$ .

Вычисляем значения моментов в характерных сечениях вала и результаты заносим в таблице 3.2.

Таблица 3.2 - Результаты значений моментов в характерных сечениях вала

№ участка, $i$	1		2		3		4	
$x_i$ , м	0	0,25	0	0,3	0	0,35	0	0,25
$M_i$ , кН·м	0	0,79	0,79	-0,16	0,79	-0,16	0	0,79

По данным таблицы строим эпюру изгибающих моментов (рисунок 3.2, д).

6. Строим эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости. Расчетная схема для определения изгибающих моментов показана на рисунок 3.2, е. Определяем реакции опор:

$$\begin{aligned}\sum M_A = 0, \quad F_{1y}b - R_{By}c &= 0; \\ R_{By} &= F_{1y}b/c = 10,96 \cdot 0,3 / 0,35 = 9,39 \text{ кН}; \\ \sum M_B = 0, \quad F_{1y}(b+c) - R_{Ay}c &= 0; \\ R_{Ay} &= F_{1y}(b+c)/c = 10,96 \cdot 0,65 / 0,35 = 20,35 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Проверяем правильность определения реакций:

$$\begin{aligned}\sum F_y = 0; \quad R_{Ay} - F_{1y} - R_{By} &= 0; \\ 20,35 - 10,96 - 9,39 &= 0, \quad 0 = 0.\end{aligned}$$

Составляем выражения изгибающих моментов по участкам.

5-й участок:  $0 \leq x_5 \leq 0,3$  м,  $M_5 = -F_{1y}x_5 = -10,96x_5$ .

6-й участок:  $0 \leq x_6 \leq 0,35$  м,  $M_6 = -R_{By}x_6 = -9,36x_6$ .

Результаты вычислений заносим в таблицу 3.3.

Таблица 3.3 - Результаты вычислений

№ участка, $i$	5		6	
$x_i$ , м	0	0,3	0	0,35
$M_i$ , кН·м	0	-3,28	0	-3,28

Строим эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости (рисунок 3.2, ж).

7. Вычисляем значения суммарных изгибающих моментов в характерных сечениях вала:

$$M_C = M_E = 0; \quad M_K = \sqrt{M_{yK}^2 + M_{zK}^2} = \sqrt{0,79^2 + 0} = 0,79 \text{ кН·м};$$

$$M_A = \sqrt{M_{yA}^2 + M_{zA}^2} = \sqrt{0,16^2 + 3,28^2} = 3,283 \text{ кН·м};$$

$$M_B = \sqrt{M_{yB}^2 + M_{zB}^2} = \sqrt{0,79^2 + 0} = 0,79 \text{ кН·м}.$$

Строим эпюру суммарных изгибающих моментов, которая показана на рисунке 3.2, з.

8. Определяем опасное сечение вала. Им будет сечение над опорой  $A$ , где крутящий момент  $T = 0,633$  кН·м, изгибающий момент  $M = 3,283$  кН·м.

9. Вычисляем расчетный момент по третьей теории прочности

$$M_{r4} = \sqrt{M^2 + T^2} = \sqrt{3,283^2 + 0,633^2} = 3,343 \text{ кН·м}.$$

10. Определяем необходимый диаметр вала. Из условия прочности имеем

$$W_Z = \frac{M_{r4}}{\sigma_{adm}} = \frac{3,343 \cdot 10^{-3}}{70} = 0,048 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Учитывая, что момент сопротивления  $W_z = \frac{\pi d^3}{32}$ , получаем

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_z}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0,048 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 0,0788 \text{ м}.$$

Принимаем стандартный диаметр  $d_{ст} = 80$  мм.

## ЗАДАНИЕ 4

### РАСЧЕТ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Целью данной задачи является расчет на устойчивость сжатых стержней по коэффициенту уменьшения основного допускаемого напряжения.

Стержень длиной  $l$  сжат силой  $F$ . Поперечное сечение стержня состоит из двух стандартных профилей (рисунок 4.1), соединенных между собой так, что их совместная работа, как единого стержня, обеспечена. При заданном способе закрепления концов стержня (рисунок 4.2) требуется:

1) подобрать по сортаменту номер профиля из условия работы стержня на продольный изгиб; расчет вести по коэффициенту  $\varphi$  уменьшения основного допускаемого напряжения;

2) определить расстояние  $a$  между профилями из условия равноустойчивости стержня во всех направлениях (равенства моментов инерции сечения относительно обеих главных центральных осей инерции);

3) определить расстояние  $h$  (рисунок 4.2) между планками соединительной решетки.

Основные допускаемые напряжения на сжатие принять:

для стали Ст.3  $\sigma_{adm} = 160$  МПа; для стали Ст.5  $\sigma_{adm} = 220$  МПа.

Исходные данные взять из таблицы 4.1.

Таблица 4.1 - Исходные данные

Номер строки	$F$ , кН	$l$ , м	Материал	Поперечное сечение по рисунку 4.1	Способ закрепления по рисунку 4.2
	а	б	в	г	а
1	200	2,0	Ст.3	1	1
2	300	2,3	Ст.5	2	2
3	400	2,6	Ст.3	3	3
4	300	3,0	Ст.5	4	4
5	200	3,3	Ст.3	5	1
6	600	3,6	Ст.5	1	2
7	500	4,0	Ст.3	2	3
8	400	4,5	Ст.5	3	4
9	300	5,0	Ст.3	4	1
0	800	5,5	Ст.5	5	4

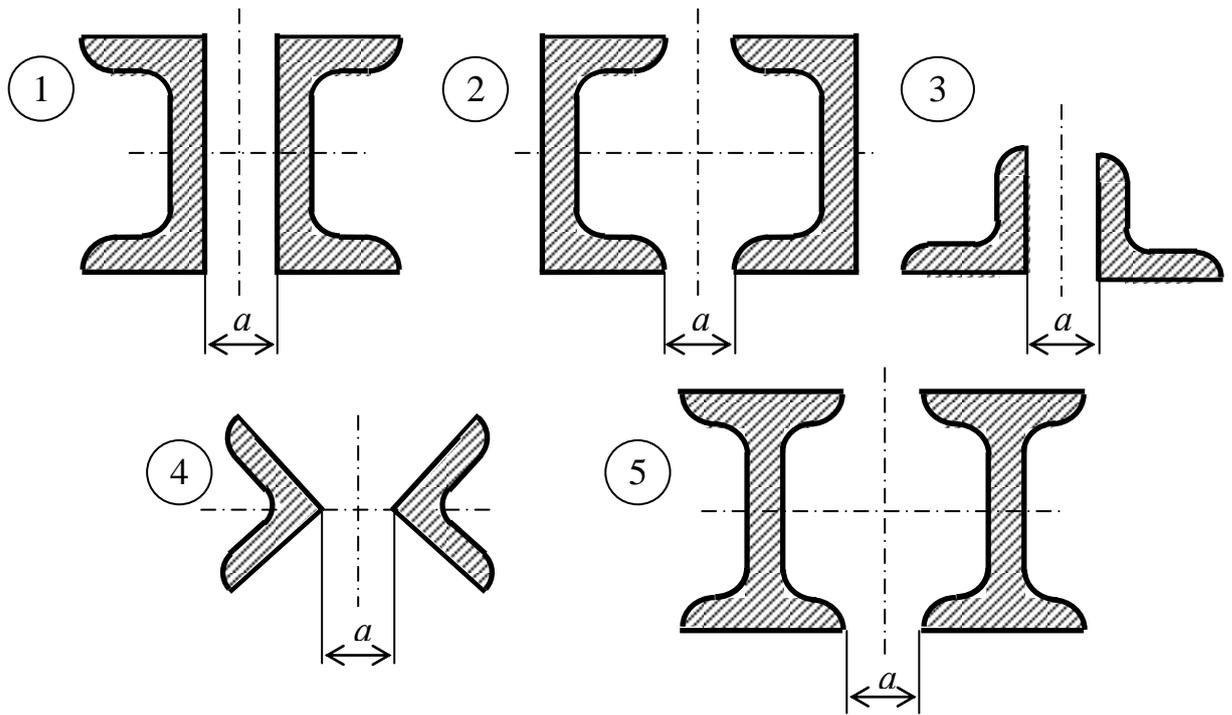


Рисунок 4.1

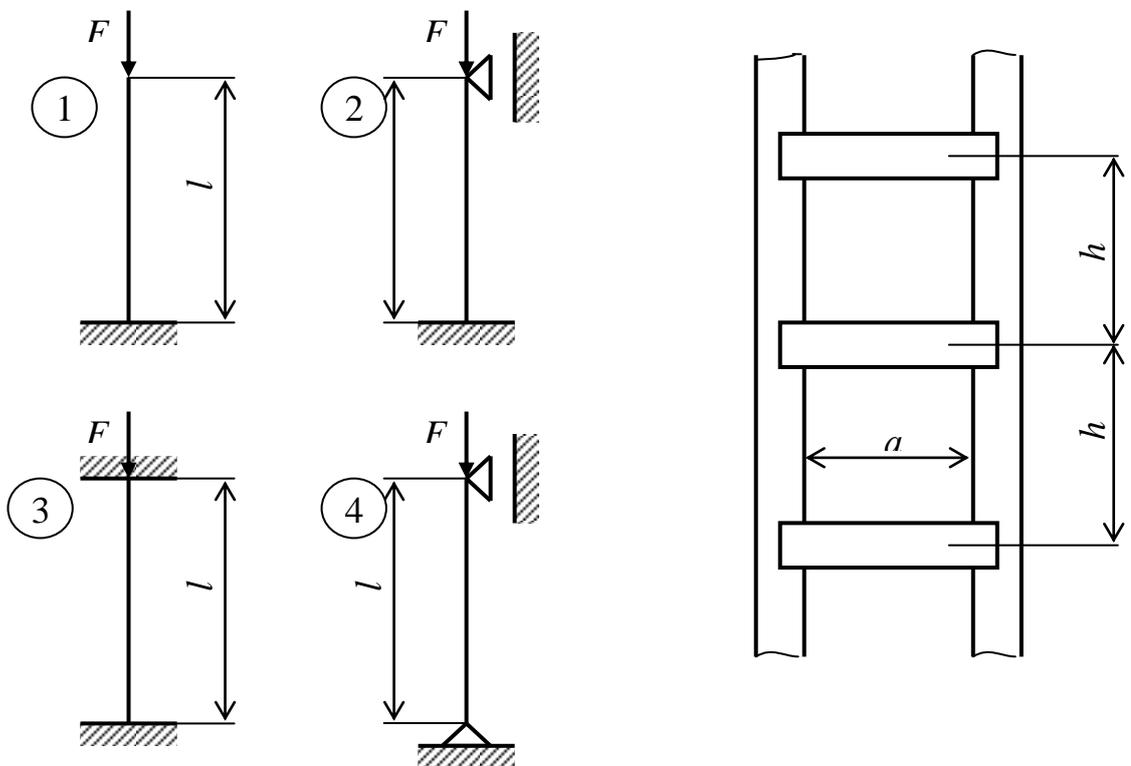


Рисунок 4.2

### ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 4

Для сжатого стержня (рисунок 4.3а) подобрать сечение – равнобокий уголок и определить расстояние  $a$  между уголками (рисунок 4.3б) и расстояние  $h$  между соединительными планками (рисунок 4.3в).

Исходные данные:  $F = 600$  кН,  $l = 5$  м, материал стойки - сталь Ст.3,  $\sigma_{adm} = 160$  МПа,  $\mu = 0,7$  (рисунок 4.3а).

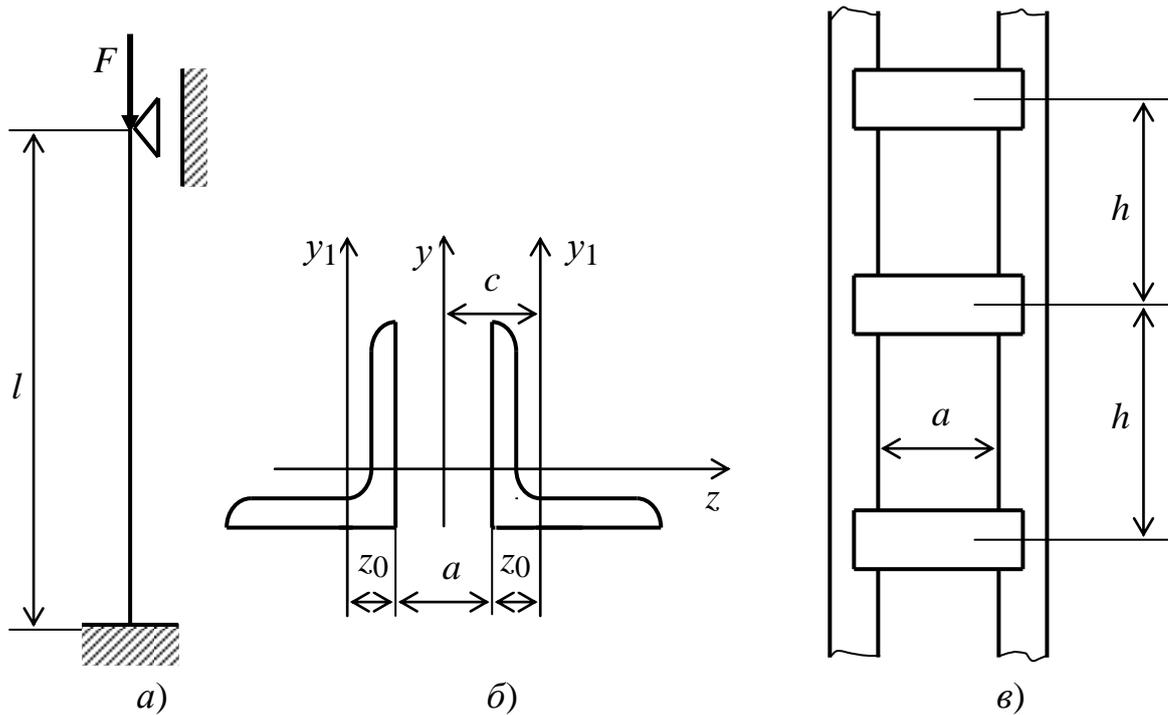


Рисунок 4.3 - Задание

#### Решение

1. Подбираем равнобокий уголок. В условии устойчивости

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} \leq \sigma_{adm}$$

не известны ни площадь сечения стойки, ни коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения. Поэтому расчет ведут по методу последовательных приближений, задаваясь коэффициентом  $\varphi$ .

а) Задаемся  $\varphi_1 = 0,5$ . Из условия устойчивости определяем необходимую площадь:

$$A = \frac{F}{\varphi_1 \sigma_{adm}} = \frac{600 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 75 \text{ см}^2.$$

Так как сечение состоит из двух уголков, то площадь одного уголка должна быть  $A_1 = 37,5 \text{ см}^2$ . По этой площади выбираем уголок  $125 \times 125 \times 16$ , у которого  $A_1^{\text{табл}} = 37,8 \text{ см}^2$ ,  $I_{z1} = 539 \text{ см}^4$ . Определяем минимальный радиус инерции сечения. По условию задачи стойка состоит из двух уголков. Уголки соединены между собой решеткой и расставлены так, чтобы обеспечить равенство моментов инерции сечения относительно обеих главных осей инерции (рисунок 4.3 б). Поэтому

$$i_{\min 1} = i_{z1} = \sqrt{\frac{2I_{z1}}{2A_1^{\text{табл}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 539}{2 \cdot 37,8}} = 3,78 \text{ см.}$$

Вычисляем гибкость стойки:

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min 1}} = \frac{0,7 \cdot 500}{3,78} = 92,6.$$

По величине гибкости определяем фактический коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения методом интерполяции:

$$\varphi'_1 = \varphi(92,6) = \varphi(90) - \frac{\varphi(90) - \varphi(100)}{10} 2,6 = 0,69 - \frac{0,69 - 0,6}{10} 2,6 = 0,67.$$

Проверяем стойку на устойчивость:

$$\sigma_{R1} = \frac{F}{2\varphi'_1 A_1^{\text{табл}}} = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,67 \cdot 37,8 \cdot 10^{-4}} = 118,5 \text{ МПа} \ll \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа.}$$

Значит, устойчивость стойки обеспечена с большим запасом (недогружена).

б) Задаемся  $\varphi_2 = (\varphi_1 + \varphi'_1)/2 = (0,5 + 0,67)/2 \approx 0,58$ ;

$$A_2 = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,58 \cdot 160} 10^4 = 32,3 \text{ см}^2.$$

Выбираем уголок  $140 \times 140 \times 12$  мм, у которого  $A_2^{\text{табл}} = 32,5 \text{ см}^2$ ,

$i_{\min 2} = i_{z2} = 4,31 \text{ см}$ :

$$\lambda_2 = \frac{0,7 \cdot 500}{4,31} = 81,2, \quad \varphi'_2 = 0,75 - \frac{0,75 - 0,69}{10} 1,2 = 0,74;$$

$$\sigma_{R2} = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,74 \cdot 32,5 \cdot 10^{-4}} = 115,2 \text{ МПа} \ll \sigma_{adm}.$$

Стойка недогружена.

в) Задаемся  $\varphi_3 = \frac{0,58 + 0,74}{2} = 0,66$ ;  $A_3 = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,66 \cdot 160} 10^4 = 28,4 \text{ см}^2$ .

Выбираем уголок  $125 \times 125 \times 12$  мм, у которого  $A_3^{\text{табл}} = 28,9 \text{ см}^2$ ,

$i_{\min 3} = 3,82$  см:

$$\lambda_3 = \frac{0,7 \cdot 500}{3,82} = 91,6; \quad \varphi'_3 = 0,69 - \frac{0,69 - 0,6}{10} 1,6 = 0,67;$$

$$\sigma_{R3} = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,67 \cdot 28,9 \cdot 10^{-4}} = 154,9 \text{ МПа.}$$

Определяем недогрузку:

$$\Delta = \frac{\sigma_{adm} - \sigma_{R4}}{\sigma_{adm}} 100\% = \frac{160 - 154,9}{160} 100 = 3,2\% < 5\%,$$

что допускается.

Итак, выбираем уголок  $125 \times 125 \times 12$  мм, у которого  $A_{уГ} = 28,9$  см<sup>2</sup>,  $I_{зуГ} = I_{ууГ} = 422$  см<sup>4</sup>,  $i_{y0} = i_{\min} = 2,46$  см,  $z_0 = 3,53$  см.

2. Определяем расстояние между уголками. Для этого используем условие равенства моментов инерции сечения относительно главных осей  $y$  и  $z$ :

$$I_z = I_y \quad \text{или} \quad 2I_{зуГ} = 2(I_{ууГ} + c^2 A_{уГ}),$$

$$c = \frac{I_{зуГ} - I_{ууГ}}{A_{уГ}} = \frac{422 - 422}{28,9} = 0.$$

Из рисунок 4.3б видно, что  $c = z_0 + a/2$ , поэтому расстояние между уголками  $a = 2(c - z_0) = 2(0 - 3,53) = -7,06$  см.

Расстояние между уголками получилось отрицательной величиной ( $a < 0$ ), что невозможно, поэтому принимаем  $a = 0$ .

3. Совместная работа составной стойки из двух ветвей (два уголка) будет обеспечена лишь при надежном соединении их с помощью планок (рисунок 4.3в). Расстояния  $h$  между соединительными планками должны быть выбраны так, чтобы отдельная ветвь не выпучилась в плоскости наименьшей жесткости сечения ветви. Поэтому расстояние между планками соединительной решетки определим из условия, что гибкость отдельной ветви (в нашем случае одного уголка) на длине  $h$  будет не больше гибкости всей стойки:

$$\lambda_{\text{ветви}} = \frac{h}{i_{\min}} \leq \lambda_{\text{стойки}},$$

$$h = i_{\min} \lambda_{\text{стойки}} = i_{\min} \lambda_3 = 3,53 \cdot 91,6 = 323,3 \text{ см.}$$

Значит, расстояние между соединительными планками принимаем равным половине длины стойки:

$$h = l/2 = 5/2 = 2,5 \text{ м}$$

(количество соединительных планок принимаем равным 3).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Биргер И.А. Сопротивление материалов: учеб. пособие для машиностроит. и авиац. вузов. - 2-е изд. - М.: Ленанд, 2015. - 560 с. : ил.
2. Пикмуллин Г.В. Учебное пособие «Сопротивление материалов» /Г.В. Пикмуллин, А.А. Мустафин, С.М. Яхин, Р.Х. Марданов. - Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2016. - 176 с. ISBN 978-5-905201-37-0.
- 3.Серазутдинов М.И. Прикладная механика: учебник /М.И.Серазутдинов, Э.Н. Островская, Н.П. Петухов, С.Г.Сидорин: под ред. М.Н. Серазутдинова – Казань, ООО Веда, 2011. – 322 с.
4. Степин П. А. Сопротивление материалов, 13-е изд., стер. М., "Высшая школа", 2014. – 320 с.
5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: изд. МГТУ, 2007. - 592с.
6. Березина Е.В. Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е.В. Березина. - М.: Альфа - М: ИНФРА-М, 2010. - 208 с.
7. Волосухин В.А. Сопротивление материалов [электронный ресурс]: Учебник / В.А. Волосухин, В.Б. Логвинов, С.И. Евтушенко. - 5-е изд. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 543 с.
8. Александров А.В. Сопротивление материалов. /А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П.Державин. М.: Высшая школа, 2010. –560 с.
9. Стородубцева, Т.Н. Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учеб. пособие - Электрон. дан. — Воронеж: ВГЛУТУ, 2015. — 196 с.
10. Сидорин С.Г. Сопротивление материалов: теория, тестовые задания, примеры решения: учеб. пособие / С.Г. Сидорин, Ф.С. Хайруллин. — М.: РИОР: ИНФРА - М, 2018. — 184 с.
11. Паршин Л.К. и др. Сборник задач по сопротивлению материалов. - М.: Наука, 2011. –432 с.
12. Атаров Н.М. Сопротивление материалов в примерах и задачах [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Н.М. Атаров. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 407 с.
13. Евтушенко С.И. Сопротивление материалов [электронный ресурс]: Сборник задач с решениями: Учебное пособие / С.И. Евтушенко, Т.А. Дукмасова, Н.А. Вильбицкая. - М.: ИЦРИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 210 с.
14. Миролюбов И.Н. Сопротивление материалов: пособие по решению задач / И.Н. Миролюбов [и др.]. - 9-е изд., испр. - СПб.: Лань, 2014. -512 с.

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский государственный аграрный университет»

Кафедра «Общеинженерные дисциплины»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА  
по дисциплине «Сопротивлению материалов»

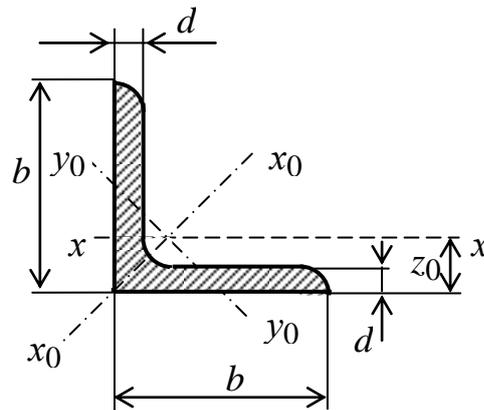
(шифр ХХХХ)

Выполнил студент группы 2841 Исаев Н.А.

Проверил доцент Пикмуллин Г.В.

## Сортамент прокатной стали

Таблица П1. Уголки равнополочные ГОСТ 8509-86



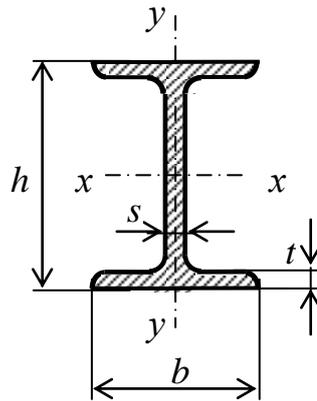
Но- мер про- фи- ля	$b$ , мм	$d$ , мм	Пло- щадь сече- ния $A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$I_{x_0}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x_0}$ , max, см	$I_{y_0}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y_0}$ , min, см	$z_0$ , см
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	1,69
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	1,74
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	1,78
7	70	5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	1,90
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	1,94
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	1,99
		8	10,70	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	2,02
		10	13,12	58,4	2,34	92,3	2,65	24,4	1,36	2,08
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	2,02
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	2,06
		7	10,10	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	2,10
		8	11,50	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	2,15
		9	12,80	66,1	2,27	105,0	2,86	27,5	1,46	2,18
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	2,17
		6	9,38	57,0	2,47	94,0	3,11	23,5	1,58	2,19
		7	10,80	65,3	2,45	104,0	3,09	27,0	1,58	2,23
		8	12,30	73,4	2,44	116,0	3,08	30,3	1,57	2,27

Но- мер про- фи- ля	$b$ , см	$d$ , см	Пло- щадь сече- ния $A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$I_{x_0}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x_0}$ , max, см	$I_{y_0}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y_0}$ , min, см	$z_0$ , см
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130,0	3,50	34,0	1,79	2,43
		7	12,3	94,3	2,77	150,0	3,49	38,9	1,78	2,47
		8	13,9	106,0	2,76	168,0	3,48	8	1,77	2,51
		9	15,6	118,0	2,75	188,0	3,46	48,6	1,77	2,55
10	100	6,5	12,8	122,0	3,09	193,0	3,88	50,7	1,99	2,68
		7	13,8	131,0	3,08	207,0	3,88	54,2	1,98	2,71
		8	15,6	147,0	3,07	233,0	3,87	60,9	1,98	2,75
		10	19,2	179,0	3,05	284,0	3,84	74,1	1,96	2,83
		12	22,8	209,0	3,03	331,0	3,81	86,9	1,95	2,91
		14	26,3	237,0	3,00	375,0	3,78	99,3	1,94	2,99
		16	29,7	264,0	2,98	416,0	3,74	112,0	1,94	3,06
11	110	7	15,2	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	2,96
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	3,00
12,5	125	8	19,7	294	3,87	467	4,87	122	2,49	3,36
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	3,40
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	3,45
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	3,53
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	3,61
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	3,68
14	140	9	24,7	465	4,34	739	5,47	192	2,79	3,78
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	3,82
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	3,90
16	160	10	31,4	744	4,96	1229	6,25	319	3,19	4,30
		11	34,4	884	4,95	1341	6,24	348	3,18	4,35
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	4,39
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	4,47
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	4,55
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	4,63
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	4,70
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	4,85
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	4,89

## Продолжение таблицы П1

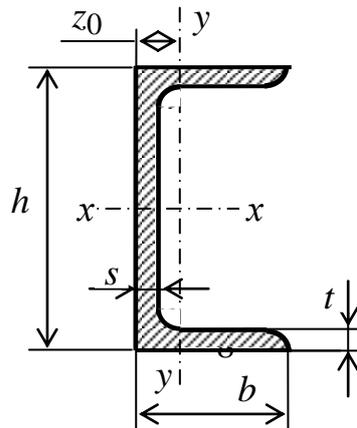
Но- мер про- фи- ля	$b$ , мм	$d$ , мм	Пло- щадь сече- ния $A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$I_{x_0}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x_0}$ , max, см	$I_{y_0}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y_0}$ , min, см	$z_0$ , см
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	5,37
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	5,42
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	5,46
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	5,54
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5,70
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	5,89
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	6,07
22	220	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	5,93
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	6,02
25	150	16	78,4	4717	7,76	6492	9,78	1942	4,98	6,75
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	6,83
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	6,91
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	7,00
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	7,11
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	7,23
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	7,31

Таблица П2. Балки двутавровые ГОСТ 8239-72



Но- мер бал- ки	$h$ , мм	$b$ , мм	$s$ , мм	$t$ , мм	Пло- щадь $A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x^*$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$i_y$ , см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114,0	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104,0	115,0	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114,0	155,0	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131,0	157,0	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143,0	206,0	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163,0	198,0	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178,0	260,0	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210,0	260,0	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229,0	337,0	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268,0	337,0	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292,0	436,0	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339,0	419,0	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423,0	516,0	2,89
40	400	155	8,0	13,0	72,6	19062	953	16,2	545,0	667,0	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708,0	808,0	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589	19,9	919,0	1043,0	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035	21,8	1181,0	356,0	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560	23,6	1491,0	1725,0	3,54
70a	700	210	15,0	24,0	202,0	152700	4360	27,5	2550,0	3240,0	4,01

Таблица ПЗ. Швеллеры ГОСТ 8240 – 72



Но- мер про- фи- ля	$h$ , мм	$b$ , мм	$s$ , мм	$t$ , мм	Пло- щадь сече- ния $A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$i_y$ , см	$z_0$ , см
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	1,92	5,61	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	2,54	8,70	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	3,16	12,8	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	3,99	20,4	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	4,78	31,2	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	5,60	45,4	1,7	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	5,66	57,5	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	6,42	63,3	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	6,49	78,8	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	7,24	86,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	7,32	105,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	8,07	113,0	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	8,15	139,0	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	8,89	151,0	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	8,99	187,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	9,73	208,0	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	9,84	254,0	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	10,9	262,0	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	12,0	327,0	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	13,1	410,0	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	14,2	513,0	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15520	15,7	642,0	3,23	2,75

Таблица П4. Коэффициенты  $\varphi$  уменьшения  
основного допускаемого напряжения

Гибкость	Материал		Гибкость	Материал	
	Сталь Ст.3	Сталь Ст.5		Сталь Ст.3	Сталь Ст.5
0	1,00	1,00	110	0,52	0,43
10	0,99	0,98	120	0,45	0,37
20	0,96	0,95	130	0,40	0,36
30	0,94	0,92	140	0,36	0,29
40	0,92	0,89	150	0,32	0,26
50	0,89	0,86	160	0,29	0,24
60	0,86	0,82	170	0,26	0,21
70	0,81	0,76	180	0,23	0,19
80	0,75	0,70	190	0,21	0,17
90	0,69	0,62	200	0,19	0,16
100	0,60	0,51			

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Общие указание о порядке выполнения.....	4
Правила выполнения и оформления контрольных заданий .....	4
Контрольные задания с примерами их выполнения .....	5
Задание 1 .....	5
Задание 2 .....	12
Задание 3 .....	24
Задание 4 .....	31
Литература.....	36
Приложение 1 .....	37
Приложение 2 .....	38
Приложение 3.....	43