

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Казанский государственный аграрный университет»

Институт механизации и технического сервиса

Кафедра общепрофессиональных дисциплин

**ПРАКТИКУМ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

Практикум для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по теоретической механике для студентов очной и заочной формы обучения по направлениям подготовки:

35.03.06 - «Агроинженерия»,

23.03.03 - «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»,

20.03.01 «Техносферная безопасность» и

23.05.01 – «Наземные транспортно-технологические средства»

Казань
2018

УДК 531
ББК 22.21

Авторы-составители: Мудров А.П., Пикмуллин Г.В.

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Машиноведение и инженерная графика» КНИТУ-КАИ Рошин В.В.
Зав. кафедрой «Техносферная безопасность» КГАУ, кандидат технических наук, доцент Гаязиев И.Н.

Практикум по теоретической механике обсужден и рекомендован к печати на заседании кафедры «Общеинженерные дисциплины» Казанского ГАУ (протокол № 10 от 29.03. 2018г.) и заседании методической комиссии Института механизации и технического сервиса Казанского ГАУ (протокол №7 от 09.04.2018г.).

Мудров А.П. Практикум для выполнения лабораторных и самостоятельных работ по теоретической механике/ А.П. Мудров, Г.В. Пикмуллин. - Казань: Изд-во Казанского ГАУ, 2018. - 42с.

Практикум предназначен для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Теоретическая механика» и способствуют формированию общепрофессиональных и профессиональных компетенций для направлений подготовки: 35.03.06 Агроинженерия, 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 20.03.01 Техносферная безопасность и 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства.

УДК 531
ББК 22.21

©Казанский государственный аграрный университет, 2018 г.

Введение

Теоретическая механика, изучающая общие законы движения и равновесия материальных тел и возникающие при этом их взаимодействия, является фундаментальной дисциплиной. Она не только представляет собой научную базу современной техники, позволяющую заложить прочную основу для усвоения студентами всех последующих дисциплин инженерно-механического профиля, но и способствует формированию у них диалектико-материалистического мировоззрения, развивает логическое мышление и дает возможность понять широкий круг явлений, относящихся к механическому движению. Замечательный российский учёный-механик, академик АН СССР А.Ю. Ишлинский писал: «Многие ошибки в исполнении технических замыслов обусловлены недостаточной квалификацией специалистов в области самой механики». Вот почему преподаванию механики следует отвести соответствующее место. Совершенно необходимы еженедельные упражнения, индивидуальные домашние задания и демонстрация различных явлений механики.

В свете отмеченного выше, для усвоения студентами учебного материала теоретической механики трудно переоценить значение практических занятий, в том числе и выполнение лабораторных работ. На лабораторных занятиях студенты учатся применять на практике полученные знания, производить быстро и аккуратно необходимые расчёты, слаженно работать в коллективе и чётко формулировать свои мысли при сдаче отчётов по сделанной работе.

Лабораторная работа выполняется в составе звена, параллельно оформляется отчёт (на двенадцати листовой тетради в клетку), защита которого завершает выполнение лабораторной работы.

Лабораторная работа №1

Тема: Исследование плоской системы

сходящихся сил

Цель работы – ознакомление с различными способами определения сил при исследовании равновесия плоской системы сходящихся сил.

1.1. Теоретические основы исследования

Плоской системой сходящихся сил называется система, линии действия сил которой лежат в одной плоскости и сходятся в одной точке.

На рисунке 1 показана плоская система сходящихся сил, действующих на точку подвеса груза (т.О). Система состоит из трёх сил: сил натяжения нитей 1, 2 – Q_1 , Q_2 , связывающих точку О с точками А и В закрепления нитей и силы тяжести G груза 3, подвешенного в точке О. Линии действия сил Q_1 и Q_2 составляют с горизонталью (осью X) соответственно углы α и β . Значения этих углов меняются в зависимости от длины нитей (т.е. расстояний $AO=l_1$ и $BO=l_2$).

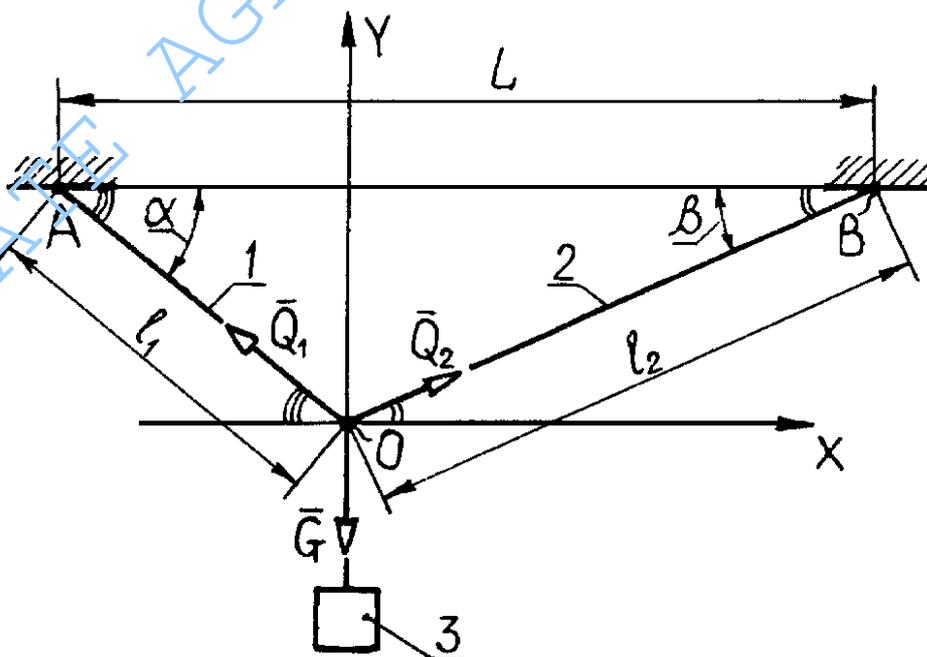
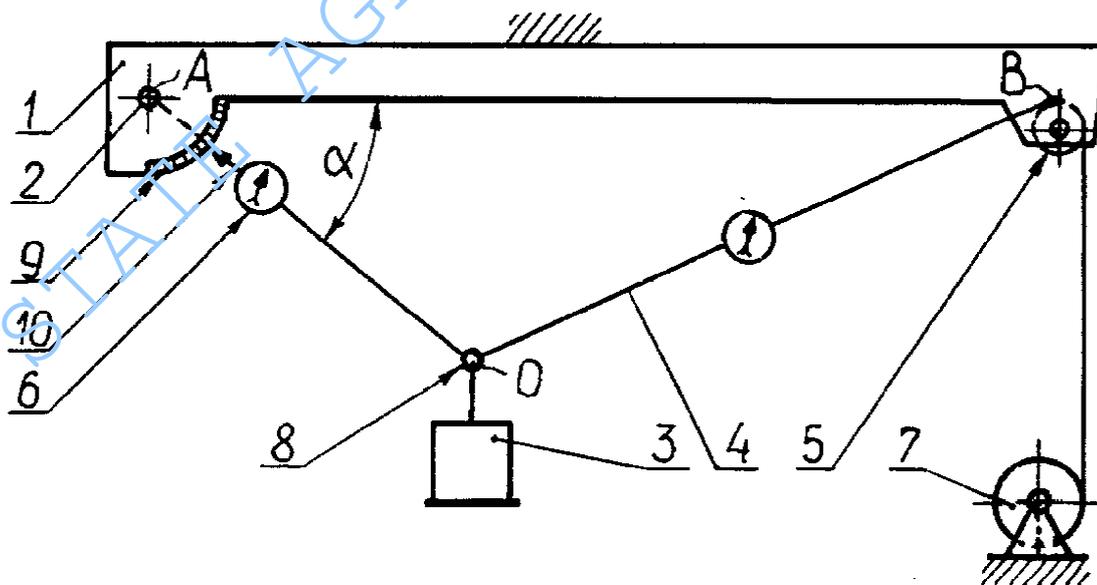


Рисунок 1- Плоская система сходящихся сил

Задача исследования – найти модули сил Q_1 , Q_2 в зависимости от величины силы тяжести G и расположения нитей в плоскости, определяемого параметрами L , l_1 и α (смотри рисунок 1). Эта задача может быть решена тремя способами: экспериментальным, аналитическим и графическим.

Экспериментальный способ. Модули искомых сил Q_1 и Q_2 для данного расположения груза, указанного веса G , определяются непосредственно на лабораторной установке по показаниям динамометров. Лабораторная установка исполнена в двух вариантах. Принципиального отличия в конструкции вариантов лабораторной установки нет, и в том и в другом случае она включает в себя несущую балку 1 (смотри рисунок 2) с шарнирной опорой 2 и подвижным блоком 5, трос 4, съёмный груз 3, два динамометра 6 и ручную лебёдку 7. Различны только способы подвески съёмного груза 3. У первого варианта лабораторной установки, показанной на рисунке 2, съёмный груз подвешивается к кольцу 8 троса 4, поэтому длина его левой ветви $AO=l_1$ остается неизменной при изменении угла α , который указывается на транспортире 9 стрелкой 10, прикреплённой к тросу, длина второй ветви $BO=l_2$ меняется.



1-рама; 2- шарнирная опора; 3- груз; 4-трос;
5- подвижный блок; 6-динамометр;7-лебедка

Рисунок 2- Конструктивная схема лабораторной установки

Для второго варианта лабораторной установки съёмный груз выполнен на роликовой опоре и устанавливается симметрично относительно точек подвеса (точки А и В). Здесь $AB=L$ – расстояние между точками подвеса левой и правой ветвей троса 3.

Аналитический способ. Этот способ заключается в том, что составляется векторное уравнение равновесия плоской системы сил (Q_1, Q_2, G), которое затем проецируется на оси прямоугольной системы координат ХОУ (смотри рисунок 1) и из полученных двух алгебраических уравнений определяются две неизвестные величины – искомые модули сил Q_1, Q_2 .

Векторное уравнение равновесия рассматриваемой системы сил имеет вид

$$\bar{G} + \bar{Q}_1 + \bar{Q}_2 = 0. \quad (1)$$

Оно же в проекциях на оси Х и Y

$$\left. \begin{aligned} -Q_1 \cos \alpha + Q_2 \cos \beta &= 0, \\ Q_1 \sin \alpha - Q_2 \sin \beta - G &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Решая их совместно, имеем

$$Q_1 = \frac{G}{\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}, \quad (3,а)$$

$$Q_2 = \frac{G \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}. \quad (3,б)$$

Учитывая (см. рис.1) что

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{l_1 \cdot \sin \alpha}{L - l_1 \cos \alpha} \quad (4)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{L}{l_2} \cdot \sin \alpha = \frac{L \cdot \sin \alpha}{\sqrt{L^2 + l_1^2 - 2 \cdot L \cdot l_1 \cdot \cos \alpha}}, \quad (5)$$

в итоге получаем

$$Q_1 = \frac{G(L - l_1 \cdot \cos \alpha)}{L \cdot \sin \alpha}, \quad (6)$$

$$Q_2 = \frac{G\sqrt{L^2 + l_1^2 - 2 \cdot L \cdot l_1 \cdot \cos \alpha}}{L \cdot \operatorname{tg} \alpha}. \quad (7)$$

Для второго варианта лабораторной установки (когда $\alpha = \beta$) имеем

$$Q_1 = Q_2 = \frac{G}{2 \sin \alpha}. \quad (8)$$

Графический способ. Он заключается в графическом решении векторного уравнения (1) путём построения соответствующего плана сил. План сил начинаем строить с заданной силы G [Н] тяжести груза, изображая её вертикальным отрезком Oa [мм] (смотри рисунок 3), который рекомендуется брать длиной не менее 70 миллиметров. Затем, через точки O и a этого отрезка проводим линии действия сил Q_1 и Q_2 под соответствующими углами $90^\circ - \alpha$ и $90^\circ - \beta$ к отрезку Oa (угол β находим из выражения (4) по заданным величинам α, L, l_1). Пересечение указанных линий даёт точку b , последнюю вершину замкнутого векторного треугольника $OabO$, являющегося планом сил уравновешенной плоской системы сходящихся сил (Q_1, Q_2, G).

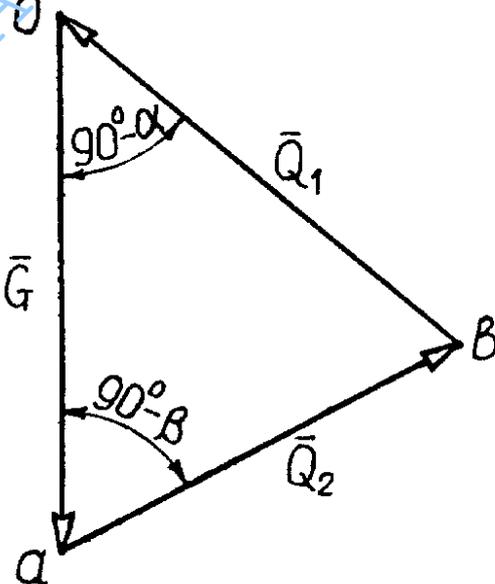


Рисунок 3 - План сил системы (Q_1, Q_2, G).

Модули сил Q_1 и Q_2 найдём из выражений $Q_1 = vO \cdot K$, $Q_2 = av \cdot K$, где K , Н/мм - масштаб силы, определяемый из соотношения $K = G/aO$ (силу G берём в Н, отрезок aO в мм)

1.2. Порядок выполнения работы

1.2.1. Ознакомиться с содержанием работы и порядком её выполнения.

1.2.2. Подготовить лабораторные установки к исследованию: по указанию преподавателя установить длину l_1 левой ветви троса и подвесить груз заданного веса.

1.2.3. Записать значения линейных параметров (L, l_1) и силы тяжести (G).

1.2.4. Для каждого значения угла α (угол α меняется от 20° до 80° с интервалом 10°) с трёхкратной повторностью снять показания модулей сил Q_1 , Q_2 с динамометров и записать их в таблицу 1 (смотри приложение). Найти средние значения искомых сил и построить их графики зависимости от α , т.е. $Q_i = f_i(\alpha)$.

1.2.5. Для заданного преподавателем значения угла α найти те же силы аналитическим и графическими способами.

1.2.6. Провести сравнительный анализ величин, полученных экспериментальным, графическим и аналитическим способами, с определением относительной погрешности в % по формулам

$$\Delta_1 = \frac{Q_i^a - Q_i^g}{Q_i^a} \cdot 100\%; \quad \Delta_2 = \frac{Q_i^a - Q_i^g}{Q_i^a} \cdot 100\%,$$

где Q_i^a , Q_i^g , Q_i^c - силы найденные соответственно аналитическим, экспериментальным и графическим способом (верхний индекс у буквы Q указывает на способ определения сил, а нижний - $i = 1, 2$).

1.2.7. Сделать выводы по работе, оценив достоинства, недостатки и возможности указанных способов исследования.

1.3. Содержание отчёта

1.3.1. Название лабораторной работы.

1.3.2. Схемы лабораторных установок.

1.3.3. Основные параметры: L , l_1 , α и G .

1.3.4. Таблица измерения сил.

1.3.5. Графики сил $Q_i = f_i(\alpha)$, ($i = 1, 2$).

1.3.6. Определение сил тремя описанными способами для одного указанного значения α .

1.3.7. Вычисление относительных погрешностей Δ_1 и Δ_2 для каждой из найденных сил натяжения ветвей троса.

1.3.8. Выводы по работе.

Приложение. Таблица 1- Результаты замера сил натяжения

Сила	Номер измерения	Угол α						
		20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
Q_1	1 кгс							
	2 кгс							
	3 кгс							
	Среднее значение	кгс						
Н								
Q_2	1 кгс							
	2 кгс							
	3 кгс							
	Среднее значение	кгс						
Н								

1.4. Вопросы для самоподготовки

1. Что называется силой?
2. Единица измерения силы?
3. Что называется системой сил?
4. Какая система сил называется плоской системой сходящихся сил?
5. Что называется равнодействующей системы сил?
6. Какая система сил называется уравновешенной?
7. Что называется проекцией силы на ось и как она находится?
8. Сформулировать условия равновесия (геометрическая и аналитическая формы) плоской системы сходящихся сил?
9. Что такое масштаб силы и для чего он используется?
10. Что такое план сил и для чего он нужен?

Лабораторная работа №2

Тема: Исследование кинематики твёрдого тела

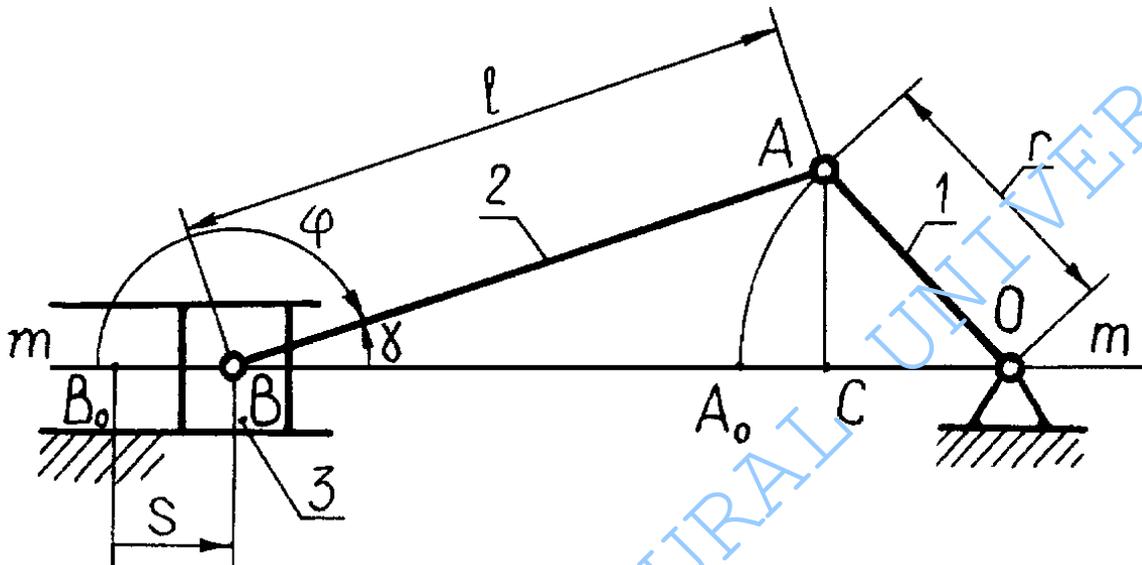
Цель работы – изучение аналитического и экспериментального методов кинематического исследования простейших движений твёрдого тела.

2.1. Теоретические основы исследования

Существуют два вида простейших движений твёрдого тела — поступательное и вращательное. Их комбинация позволяет получать более сложные движения тела, в частности, плоскопараллельное (плоское). Все три указанных движения совершают звенья кривошипно-ползунного механизма, кинематическая схема которого приведена на рисунке 4. Рассмотрим их поочерёдно.

Поступательным называется движение твёрдого тела, при котором любая прямая, проведённая в теле, остаётся параллельной своему первоначальному положению.

начальному положению в каждый момент времени. Отличительной особенностью этого движения является то, что траектории, скорости и ускорения всех точек тела одинаковые.



1 - кривошип; 2 - шатун; 3 - ползун

Рисунок 4 - Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма

О движении всего тела можно судить по движению одной его точки, обычно, это центр масс. Таким образом, изучение поступательного движения тела сводится к изучению движения точки. Если траектория данной точки – прямая линия, то движение называется поступательным прямолинейным. Такое движение совершает ползун 3 (смотри рисунок 4) в неподвижных направляющих. Центр масс (точка В) ползуна перемещается вдоль прямой $m-m$ – оси направляющих. В этом случае, положение точки В, а значит и ползуна, определяется параметром S , представляющим собой некоторую функцию от времени t , т.е. $S = f(t)$.

Скорость ползуна получим, взяв первую производную по времени от перемещения

$$\bar{V} = \frac{d\bar{S}}{dt} = f'(t), \quad (9)$$

а ускорение – производную по времени от скорости или вторую производную по времени от перемещения

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{d^2\bar{S}}{dt^2} = f''(t). \quad (10)$$

Вращательное – это движение твёрдого тела, при котором две его точки остаются неподвижными. Линия, проходящая через эти точки, является осью вращения тела. У кривошипно-ползунного механизма вращательное движение совершает кривошип 1 (смотри рисунок 4). Положение тела определяется его углом поворота α , зависящим от времени t . Если эта зависимость, т.е. $\alpha = \phi(t)$, известна, то вращательное движение тела считается заданным. Угловая скорость (ω_1) и угловое ускорение (ε_1) тела (кривошипа) находятся соответственно первой и второй производными по времени от угла его поворота

$$\omega_1 = \frac{d\alpha}{dt} = \phi'(t), \quad (11)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \phi''(t). \quad (12)$$

Под плоскопараллельным (или плоским) подразумевается движение твёрдого тела, при котором все его точки движутся параллельно одной неподвижной плоскости. Пример – движение шатуна 2 в кривошипно-ползунном механизме. Это движение можно представить как объединение поступательного движения тела вместе с полюсом (для шатуна за полюс берётся точка В) и относительного вращательного (определяемого углом поворота $\varphi = \psi(t)$) вокруг этого полюса.

По известному уравнению относительного вращательного движения шатуна ($\varphi = \psi(t)$) можно найти его угловую скорость (ω_2) и угловое ускорение (ε_2), взяв соответственно первую и вторую производные по времени от угла φ :

$$\omega_2 = \frac{d\varphi}{dt} = \psi'(t), \quad (13)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \psi''(t). \quad (14)$$

Рассмотрим аналитический и экспериментальный способы определения параметров поступательного прямолинейного движения ползуна и составляющей части плоского движения шатуна (смотри рисунок 4) - относительного вращательного движения вокруг точки В, шарнирно связывающей шатун с ползуном.

Аналитический способ

Поступательное прямолинейное движение ползуна. Найдём уравнение этого движения, для чего зададим движение центра масс ползуна – точки В (смотри рисунок 4). Точка В движется по прямой $m-m$. Координата S , определяющая положение точки В на этой прямой, отсчитывается от её начального положения (т. В₀), при котором шатун и кривошип лежат на одной линии (угол $\alpha = 0$). Тогда для любого значения $\alpha = \omega_1 t$ (где $\omega_1 = const$) координата S находится из выражения

$$S = OB_0 - (BC + CO). \quad (15)$$

Учитывая, что

$$OB_0 = l + r, \quad BC = \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}, \quad CO = r \cdot \cos \alpha,$$

выражение (7) можно записать в таком виде

$$S = l + r - r \cos \alpha - \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha},$$

или

$$S = r(1 - \cos \alpha) + l(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}), \quad (16)$$

где $\lambda = \frac{r}{l}$.

После преобразований в итоге получим

$$S = r(1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \alpha). \quad (17)$$

Скорость точки В определим, взяв производную по времени от перемещения S

$$V = \frac{dS}{dt} = \omega_1 r (\sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha), \quad (18)$$

где ω_1 – угловая скорость кривошипа. Дифференцируя по времени выражение (18) и учитывая, что $\omega_1 = const$, найдём ускорение точки

$$a = \frac{dV}{dt} = \omega_1^2 r (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha). \quad (19)$$

Относительное вращательное движение шатуна. Рассмотрим вращательное движение шатуна 2 (смотри рисунок 4) относительно точки В (центра шарнира) ползуна 3. Положение шатуна характеризуется углом φ . Этот угол так же, как и угол α , отсчитывается по часовой стрелке. Величину угла φ найдём из выражения

$$\varphi = 180^\circ - \gamma. \quad (20)$$

По теореме синусов имеем

$$\frac{\sin \gamma}{r} = \frac{\sin \alpha}{l},$$

отсюда $\gamma = \arcsin(\lambda \sin \alpha)$, тогда выражение (20) будет иметь вид

$$\varphi = 180^\circ - \arcsin(\lambda \sin \alpha), \quad (21)$$

где $\lambda = \frac{r}{l}$.

Угловую скорость шатуна найдём, дифференцируя по времени угол φ

$$\omega_2 = \frac{-\lambda \omega_1 \cos \alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (22a)$$

Так как знаменатель этой формулы мало отличается от единицы, то с достаточной степенью точности можно считать, что

$$\omega_2 = -\lambda \omega_1 \cos \alpha. \quad (226)$$

Следовательно, угловое ускорение шатуна (при $\omega_1 = const$) равно

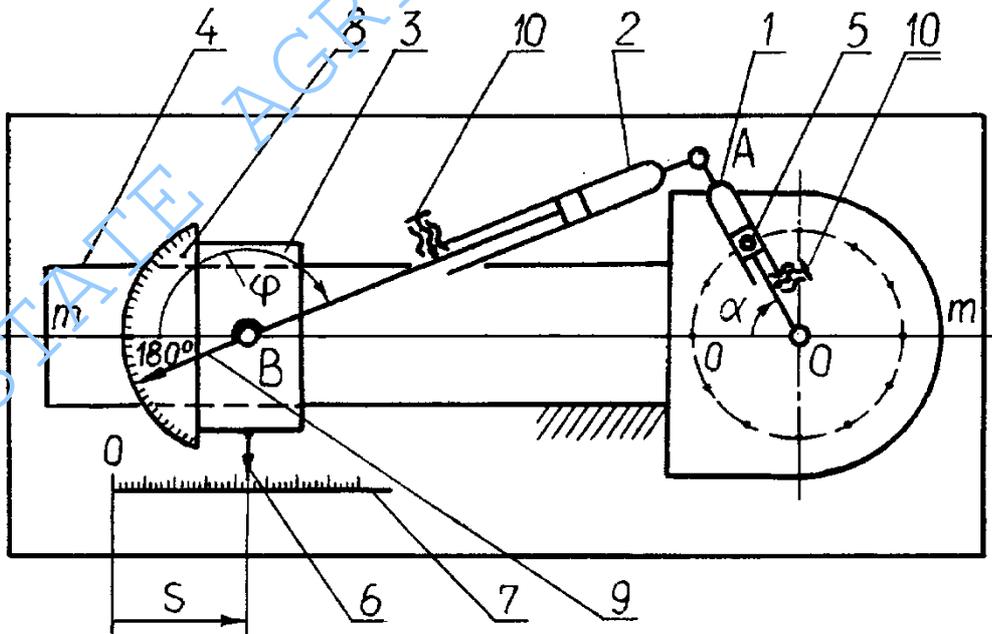
$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \omega_1^2 \lambda \sin \alpha. \quad (23)$$

Это приближённая формула, позволяющая получить ε_2 достаточной точности, более точного значения можно добиться, воспользовавшись выражением

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda \omega_1^2 (1 - \lambda^2) \sin \alpha}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha)^{3/2}}.$$

Экспериментальный способ

Разберём его с помощью лабораторной установки (смотри рисунок 5). Она представляет собой модель кривошипно-ползунного механизма, закреплённую на доске. Механизм состоит из кривошипа 1, шатуна 2, ползуна 3 и станины с направляющими 4. Кривошип и шатун выполнены изменяемой длины, которая фиксируется стопорными винтами 10. Кривошип и шатун выполнены изменяемой длины, которая фиксируется стопорными винтами 10.



- 1-кривошип; 2-шатун; 3-ползун; 4- станина; 5-рукоятка-фиксатор;
6, 9- стрелка; 7-линейка; 8-транспортир; 10-стопорный винт

Рисунок 5 - Схема лабораторной установки

С кривошипом связана рукоятка-фиксатор 5. С её помощью по круговой шкале устанавливается необходимая величина угла поворота кривошипа α (градуировка шкалы сделана через 30^0). К ползуну крепятся: стрелка 6 для указания его перемещения (координаты S) на линейке 7 с миллиметровой шкалой; транспортир 8, на котором стрелкой 9, жёстко связанной с шатуном, показывается угол поворота шатуна относительно ползуна (угол φ).

Лабораторная установка позволяет одновременно снимать характеристики поступательного прямолинейного движения ползуна и относительного вращательного движения шатуна за полный оборот кривошипа.

Поступательное прямолинейное движение ползуна определяется движением точки В – его центра масс. Необходимо найти, как изменяются параметры, характеризующие это движение, за один рабочий цикл – полный оборот кривошипа (угол его поворота α изменяется от 0 до 360^0).

Положение точки В от начала отсчёта показывает параметр S , значения которого в миллиметрах замеряем по линейке 7, затем, после перевода в метры, заносим в соответствующую таблицу (смотри таблицу №2 приложения). На лабораторной установке величину S можно измерить только в зависимости от угла α , меняя его значения с интервалом в 30^0 .

По табличным данным строится первый из трёх графиков, которые должны быть расположены на одном листе друг под другом – график зависимости перемещения S ползуна от угла α : $S = f(\alpha)$ (смотри рисунок 6).

По горизонтальной координатной оси откладывается угол α в масштабе K_α (принимается $K_\alpha = 3$ град./мм), по вертикальной – величина S в масштабе K_S , м/мм (выбирается произвольно). Однако полученную кривую можно принять за зависимость S от времени t – $S = f(t)$, поскольку при равномерном вращении кривошипа ($\omega_1 = const$) угол α пропорционален времени ($\alpha = \omega_1 t$). Масштаб времени K_t в с/мм подсчитывается по формуле:

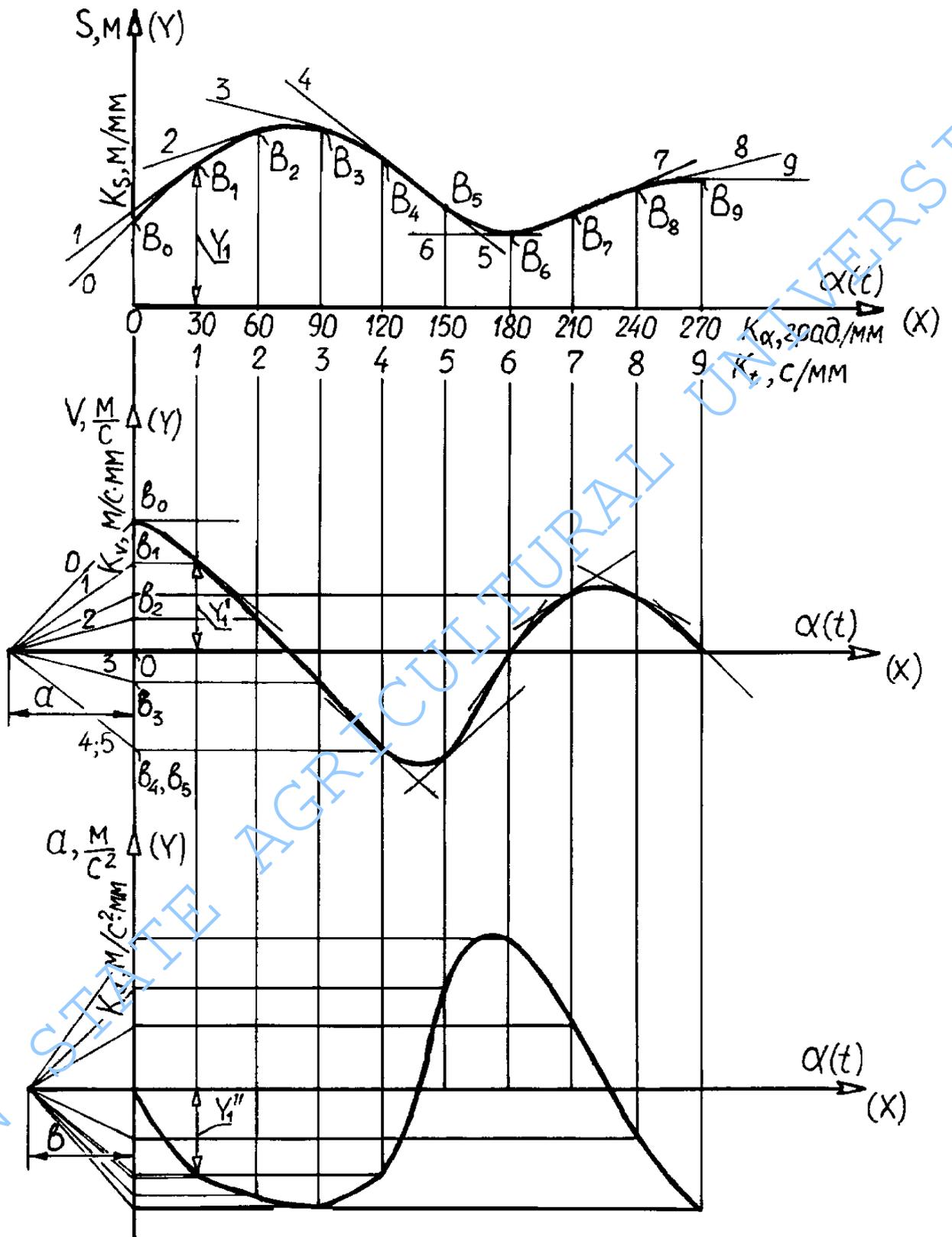


Рисунок 6 - К определению скорости и ускорения точки графическим дифференцированием

$$K_t = \frac{K_\alpha \pi}{\omega_1 180^0}, \quad (24)$$

если принять $\omega_1 = 1$ рад/с, то масштаб K_t по модулю будет равен K_α , выраженному в рад./мм.

График скорости $V=f'(t)$ точки В, а значит ползуна, получим графическим дифференцированием построенной кривой $S = f(\alpha)$ ($S = f(t)$) способом касательных. Он заключается в следующем. На горизонтальной координатной оси будущего графика скорости откладывается влево от начала координат (смотри рисунок 6) отрезок “а” произвольной длины в миллиметрах (от длины отрезка “а” зависит масштаб получаемого графика). Через конец этого отрезка чертим лучи параллельно касательным, проведённым к кривой $S = f(t)$ в характерных точках B_0, B_1, \dots, B_{12} , лежащих на ординатах. При этом номер луча соответствует номеру касательной. Отрезки $Ov_0, Ov_1, \dots, Ov_{12}$, отсекаемые на оси ординат указанными лучами, будут искомыми скоростями ползуна, изображёнными в масштабе K_V , м/с·мм, величина которого определяется по формуле:

$$K_V = \frac{K_S}{K_t \cdot a}. \quad (25)$$

Перенеся эти отрезки на соответствующие ординаты (y_i) и соединяя их концы плавной кривой, получим искомый график $V=f'(t)$. По этому графику можно определить скорость ползуна для любого положения. Для этого достаточно замерить ординату y'_i и умножить её на масштаб K_V , т.е.

$$V = y'_i \cdot K_V, \quad (26)$$

где y'_i - отрезок в миллиметрах в масштабе K_V соответствующий скорости ползуна для его i -го положения.

Аналогично строится график ускорения ползуна в функции времени, т.е. $a = f''(t)$. Здесь масштаб ускорения K_a определяется по формуле:

$$K_a = \frac{K_v}{K_t \cdot b}. \quad (27)$$

Размерность его – м/с²·мм. Отрезок “b” берётся, как и отрезок “a”, произвольно в миллиметрах (в частном случае b=a).

Относительное вращательное движение шатуна вокруг точки В характеризуется углом φ , изменение которого за один оборот кривошипа (угол α изменяется от 0 до 360° с интервалом 30°) определяем по транспорту 8 лабораторной установки (смотри рисунок 5). Для начального положения шатуна (шатун с кривошипом вытянуты в одну линию и угол $\alpha=0$) начальное значение угла φ равно 180°. Изменяя угол α , для каждого его значения находим φ в градусах и, после перевода в радианы, заносим в таблицу (смотри таблицу №2 приложения). По табличным данным строится график $\varphi = \psi(\alpha)$. Как было доказано для поступательного прямолинейного движения ползуна, полученный график можно считать зависимостью угла φ от времени t , т.е. $\varphi = \psi(t)$. Затем описанным выше графическим дифференцированием находим угловую скорость

$$\omega_2 = \frac{d\varphi}{dt} = \psi'(t) \quad (28)$$

и угловое ускорение шатуна

$$\varepsilon_2 = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \psi''(t). \quad (29)$$

Их масштабы вычисляются по формулам, аналогичным приведённым в предыдущем пункте

$$K_\omega = \frac{K_\varphi}{K_t \cdot a}, \quad K_\varepsilon = \frac{K_\omega}{K_t \cdot b}, \quad (30)$$

где a и b – отрезки в миллиметрах, откладываемые на соответствующих

осях абсцисс графиков, K_φ - масштаб угла φ в рад/мм, выбираемый произвольно, K_t – масштаб времени, определяемый по выражению (24).

Все три графика - $\varphi = \psi(t)$, $\omega_2 = \psi'(t)$, $\varepsilon_2 = \psi''(t)$ располагаются на одном листе друг под другом, а их оси ординат находятся на одной вертикальной линии (аналогично рисунку 6).

2.2. Порядок выполнения работы

2.2.1. Ознакомиться с содержанием работы и порядком её выполнения.

2.2.2. Получив задание, установить указанные длины кривошипа (r) и шатуна (l) кривошипно-ползунного механизма (рисунок 5).

2.2.3. Исследовать поступательное прямолинейное движение шатуна экспериментальным методом с построением трёх графиков $S = f(t)$, $V = f'(t)$, $a = f''(t)$. Масштабы K_S , K_V , K_a должны быть определены и записаны вдоль соответствующих осей ординат полученных графиков. Для заданного значения угла α найти по этим графикам каждый из трёх параметров S , V , a .

2.2.4. Определить те же параметры аналитическим методом.

2.2.5. Оценить полученные результаты с вычислением относительной погрешности (в %) определения каждого параметра по формуле:

$$\Delta = \frac{B^a - B^b}{B^a} \cdot 100\%, \quad (31)$$

где вместо B^a , B^b подставляются величины S , V , a , найденные соответственно аналитическим и экспериментальным методами.

2.2.6. Исследовать относительное вращательное движение шатуна экспериментальным методом с построением трёх графиков $\varphi = \psi(t)$, $\omega_2 = \psi'(t)$, $\varepsilon_2 = \psi''(t)$. Масштабы K_φ , K_ω , K_ε определить и записать вдоль соответствующих осей ординат полученных графиков. Для за-

данного значения угла α найти по графикам каждый из трёх параметров φ , ω_2 , ε_2 .

2.2.7. Определить те же параметры аналитическим методом.

2.2.8. Оценить полученные результаты по формуле (31).

2.2.9. Сделать выводы по работе, оценив достоинства, недостатки и возможности рассмотренных методов исследования двух движений.

2.3. Содержание отчёта

2.3.1. Название лабораторной установки.

2.3.2. Схема лабораторной установки в произвольном масштабе с указанием заданных значений длин кривошипа (r) и шатуна (l).

2.3.3. Результаты измерений параметров S и φ , сведённые в таблицы 2 и 3 (смотри приложение).

2.3.4. Три оформленных графика $S = f(t)$, $V = f'(t)$, $a = f''(t)$ для поступательного прямолинейного движения ползуна с вычислением масштабов K_S , K_V , K_a . Масштабы должны быть записаны в указанных единицах измерения вдоль осей ординат соответствующих графиков.

2.3.5. Вычисление значений S , V , a экспериментальным и аналитическим методами для заданной величины угла α . Определение относительной погрешности вычисления каждой величины по формуле (31).

2.3.6. Три оформленных графика $\varphi = \psi(t)$, $\omega_2 = \psi'(t)$, $\varepsilon_2 = \psi''(t)$ для относительного вращательного движения шатуна с вычислением масштабов K_φ , K_ω , K_ε .

2.3.7. Вычисление значений φ , ω , ε экспериментальным и аналитическим методами для заданной величины угла α . Определение относительной погрешности вычисления каждой величины по формуле (31).

2.3.8. Выводы по работе.

Приложение. Таблица 2- Результаты измерения перемещения ползуна

α ,град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
S , м													

Приложение. Таблица 3- Результаты измерения угла поворота шатуна

α ,град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
φ ,град													
φ , рад													

2.4. Вопросы для самоподготовки

1. Предмет кинематики?
2. Какое движение называется механическим?
3. Что называется системой отсчёта?
4. Что такое траектория точки?
5. Что значит «задать движение» точки?
6. Какие способы задания движения точки знаете?
7. Что такое перемещение? Чем оно отличается от пройденного пути?
8. Что называется скоростью точки?
9. Что такое среднее ускорение точки?
10. Какое движение тела называется поступательным, какое – вращательным, какое – плоским?
11. Какими параметрами определяется положение тела при этих движениях?
12. Как проводится определение скорости по графику перемещения?
13. Как проводится графическое дифференцирование?
14. Показать на графиках, когда точка движется ускоренно, а когда – замедленно.

Лабораторная работа №3

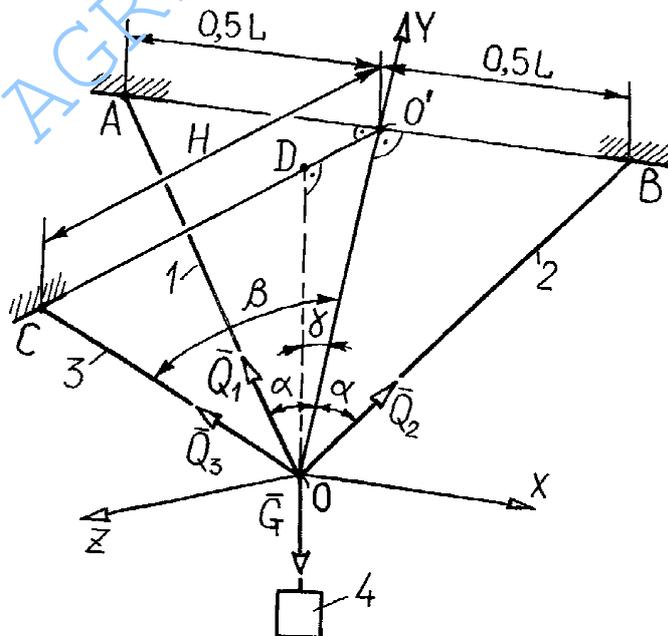
Тема: Исследование пространственной системы сходящихся сил

Цель работы – ознакомление с различными способами определения сил при исследовании равновесия пространственной системы сходящихся сил.

3.1. Теоретические основы исследования

Пространственной системой сходящихся сил называется система, линии действия сил которой сходятся в одной точке и не лежат в одной плоскости.

Рассмотрим простейшую пространственную систему сходящихся сил, действующих на точку подвеса груза (точка O – смотри рисунок 7). Система состоит из четырёх сил: сил натяжения тросов 1, 2 и 3 – Q_1 , Q_2 , Q_3 , связывающих точку O с точками A , B и C , не лежащими в одной плоскости, и силы тяжести G груза 4, подвешенного в точке O .



1,2,3-трос; 4- груз

Рисунок 7 - Пространственная система сходящихся сил

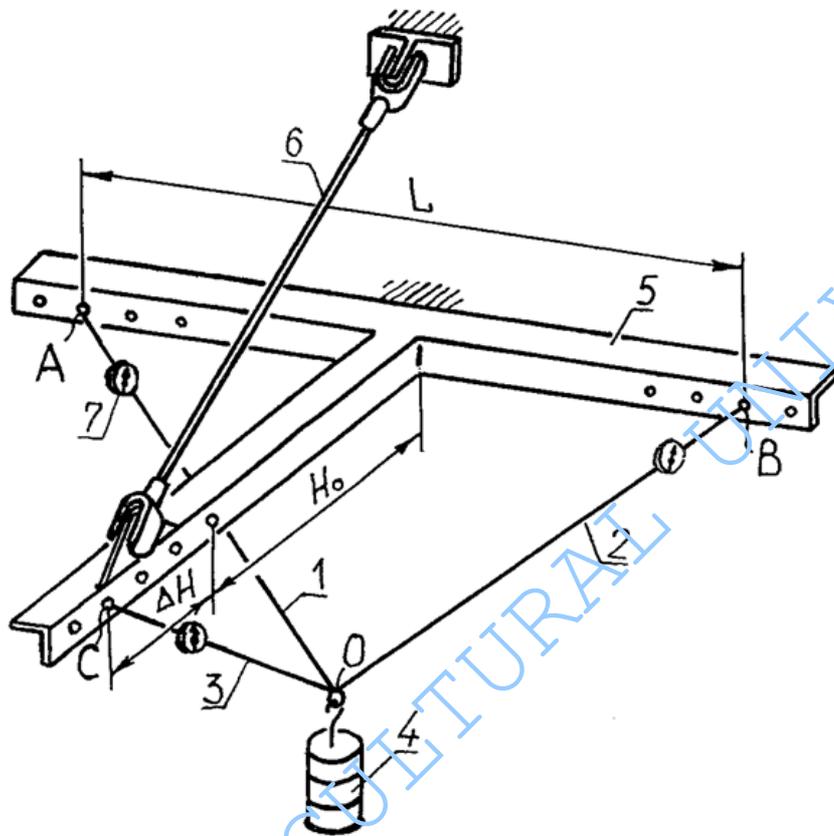
Силы Q_1 и Q_2 лежат в плоскости треугольника ABO или XOY , а Q_3 и G - в плоскости треугольника COO' или YOZ . Линией пересечения этих плоскостей является линия OO' или ось Y . Линии действия сил Q_1, Q_2 составляют с осью Y равные углы α , а линии действия сил Q_3 и G - соответственно углы β и γ . Значения этих углов меняются в зависимости от положения точек A, B и C подвески тросов и их длин.

Задача исследования - определить модули сил Q_1, Q_2, Q_3 в зависимости от величины силы тяжести G и расположения тросов в пространстве, в частности, расположения троса 3, определяемого точкой C его закрепления. Эта задача может быть решена тремя способами: экспериментальным, аналитическим и графическим.

Экспериментальный способ. Искомые силы Q_1, Q_2, Q_3 для заданного расположения тросов 1, 2, 3 и указанного модуля силы тяжести G определяются на лабораторной установке по показаниям динамометров. Лабораторная установка состоит из Т-образной горизонтальной балки 5 (смотри рисунок 8), прикрепленной к вертикальной стене (на рисунке не показана) и удерживаемой в этом положении дополнительной опорой - растяжкой 6. К балке на тросах 1, 2 и 3 подвешен груз 4. Для замера сил натяжения тросов они прикреплены в точках A, B , и C к балке через динамометры 7. Здесь $AB=L$ - расстояние между точками подвеса тросов 1 и 2; $OA=OB=l_1=l_2$ и $OC=l_3$ - длины тросов; H_0 - расстояние от линии AB до начального положения точки C закрепления троса 3; ΔH - расстояние между начальным и текущим положениями точки C (ΔH может меняться от 0 до 0,4м с интервалом 0,1м).

Аналитический способ. Этот способ заключается в следующем: составляется векторное уравнение равновесия пространственной системы сил (Q_1, Q_2, Q_3, G) , которое затем проецируется на оси прямоугольной системы координат XYZ (см. рисунок 7) и из полученных трёх алгебраиче-

ских уравнений определяются три неизвестные величины – искомые модули сил Q_1 , Q_2 , Q_3 .



1,2,3 - трос; 4 - груз; 5 - балка; 6- растяжка; 7- динамометр

Рисунок 8 - Конструктивная схема лабораторной установки

Векторное уравнение равновесия рассматриваемой системы сил имеет вид

$$\vec{G} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 = 0. \quad (32)$$

Оно же в проекциях на оси X, Y и Z даёт три следующих алгебраических уравнения

$$\left. \begin{aligned} -Q_1 \sin \alpha + Q_2 \sin \alpha &= 0, \\ Q_1 \cos \alpha + Q_2 \cos \alpha + Q_3 \cos \beta - G \cos \gamma &= 0, \\ Q_1 \sin \beta - G \sin \gamma &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Решая их совместно, имеем

$$Q_3 = G \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}, \quad (34)$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{G \sin(\beta - \gamma)}{2 \cos \alpha \sin \beta}. \quad (35)$$

Входящие в эти зависимости углы α , β и γ определяются из следующих выражений, полученных на основании рисунка 7

$$\alpha = \arcsin(0,5L / l_1), \quad (36)$$

$$\beta = \arccos \left[\frac{l_1^2 - 0,25L^2 + l_3^2 - (H_0 + \Delta H)^2}{2l_3 \sqrt{l_1^2 - 0,25L^2}} \right], \quad (37)$$

$$\gamma = 90^\circ - \arccos \left[\frac{l_1^2 - 0,25L^2 - l_3^2 + (H_0 + \Delta H)^2}{2(H_0 + \Delta H) \sqrt{l_1^2 - 0,25L^2}} \right], \quad (38)$$

Графический способ. Здесь решение векторного уравнения (32) проводится путём построения соответствующего плана сил. Так как силы натяжения тросов зависят от их расположения, то есть от линейных размеров лабораторной установки – L , l_1 , l_2 , l_3 , ΔH , H_0 и углов α , β , γ , сначала на плоскости необходимо построить план установки в масштабе K_L [м/мм], затем, зная положение тросов (то есть линий ОА, ОВ и ОС), которые определяют линии действия сил Q_1 , Q_2 и Q_3 , изображаем в масштабе K [Н/мм] план сил.

План установки начинаем строить с треугольника АВО (смотри рисунок 9, а), стороны которого в мм находим из соотношений: $AB = L/K_L$, $AC = BO = l_1/K_L$. Масштаб K_L [м/мм] рекомендуется выбирать таким, чтобы величина L отображалась на плане отрезком $AB \geq 70$ мм. В этом же масштабе чертим треугольник COO' (рисунок 9, б), у которого сторона CO' проводится горизонтально, вторая сторона OO' берётся из треугольника АВО (рисунок 9, а). Отрезки CO' и CO в мм определяются из соотношений: $CO' = (H_0 + \Delta H)/K_L$, $CO = l_3/K_L$. Затем, на стороне OO' как на высоте строим треугольник A_1B_1O равный АВО.

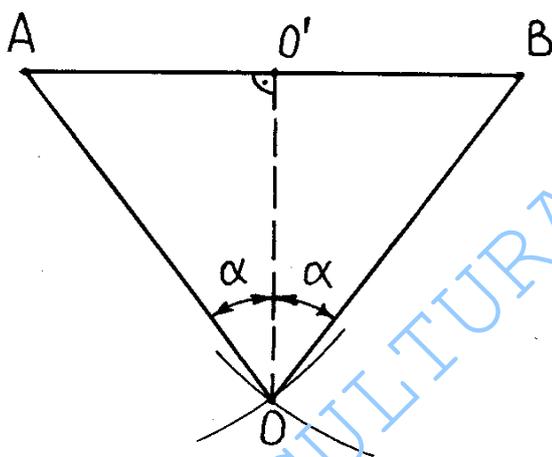
Для построения плана сил запишем уравнение (32) в таком виде

$$\bar{G} + \bar{Q}_{12} + \bar{Q}_3 = 0, \quad (39)$$

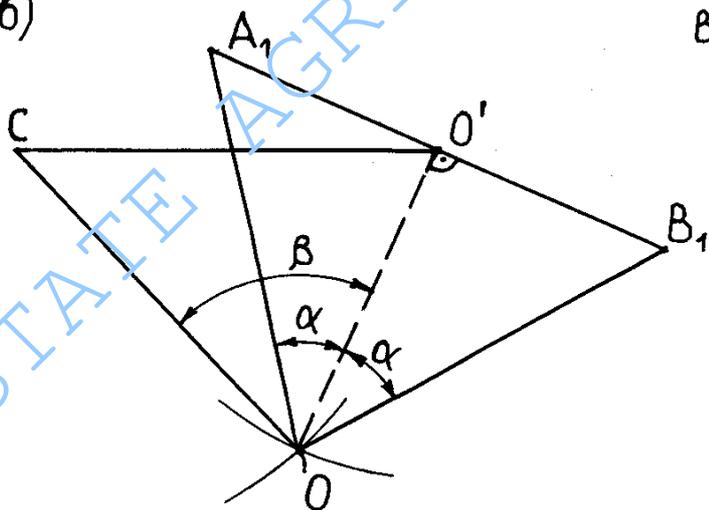
где \bar{Q}_{12} - равнодействующая сил \bar{Q}_1 и \bar{Q}_2 , т.е. $\bar{Q}_{12} = \bar{Q}_1 + \bar{Q}_2$.

Подсчитаем масштаб силы – $K = G/oa$ [Н/мм], где oa – отрезок, изображающий на чертеже силу тяжести G , рекомендуется брать длиной не менее 70 мм.

а)



б)



в)

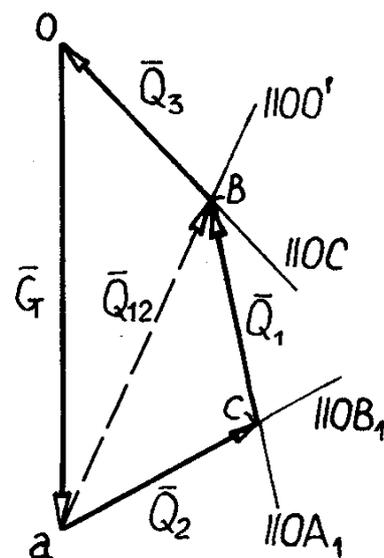


Рисунок 9 - К графическому способу исследования (а – треугольник АВО, б – спаренные треугольники СОО' и А₁В₁О, в – план сил)

Откладываем отрезок oa вертикально (смотри рисунок 9,в). Через точки o и a проводим прямые параллельно сторонам соответственно CO и OO' треугольника COO' (рисунок 9,б). Пересечение этих прямых даёт точку $в$, которая определяет отрезки $ав$ и $ов$, изображающие на плане силу Q_3 и равнодействующую Q_{12} . Теперь через точки a и $в$ проводим прямые параллельно сторонам OB_1 и OA_1 . Полученные от пересечения этих прямых отрезки $ас$ и $св$ изображают на плане силы Q_1 и Q_2 . Итак, построенный векторный четырёхугольник $оасв$ – план сил, является графическим решением векторного уравнения (32). Для получения приемлемой точности результатов все построения, относящиеся к графическому способу, должны проводиться очень аккуратно и на одном листе. Модули искомых сил [Н]

$$Q_1 = св \cdot K, \quad Q_2 = ас \cdot K, \quad Q_3 = ов \cdot K.$$

3.2. Порядок выполнения работы

3.2.1. Ознакомиться с содержанием работы и порядком её выполнения.

3.2.2. Подготовить лабораторную установку к исследованию, для чего установить точки A , B подвески тросов 1 и 2 на указанное расстояние L , а точку C подвески троса 3 в начальное положение, подвесить груз заданного веса.

3.2.3. Записать значения линейных параметров (L, l_1, l_2, l_3, H_0) и силы тяжести (G).

3.2.4. Снять показания с динамометров и занести их в таблицу 4 приложения, проводя замеры с трёхкратной повторностью для каждого значения ΔH . Найти средние значения искомых сил и построить их графики зависимости от ΔH , т.е. $Q_i = f_i(\Delta H)$.

3.2.5. Для одной из величин ΔH , заданной преподавателем найти те же силы аналитическим и графическими способами.

3.2.6. Провести сравнительный анализ величин, полученных экспериментальным, графическим и аналитическим способами, с определением относительной погрешности в % по формулам:

$$\Delta_1 = \frac{Q_i^a - Q_i^g}{Q_i^a} \cdot 100\%; \quad \Delta_2 = \frac{Q_i^a - Q_i^e}{Q_i^a} \cdot 100\%, \quad (40)$$

где Q_i^a , Q_i^g , Q_i^e - силы найденные соответственно аналитическим, экспериментальным и графическим способом (верхний индекс у буквы Q указывает на способ определения сил, а нижний $i=1, 2, 3$ - на номер троса).

3.2.7. Сделать выводы по работе, оценив достоинства, недостатки и возможности указанных способов исследования.

3.3. Содержание отчёта

3.3.1. Название лабораторной работы.

3.3.2. Схема лабораторной установки.

3.3.3. Основные параметры: L , l_1 , l_2 , l_3 , H_0 , ΔH и G .

3.3.4. Таблица измерения сил.

3.3.5. Графики сил $Q_i = f_i(\Delta H)$, ($i = 1, 2, 3$).

3.3.6. Определение сил тремя описанными способами для одного указанного значения ΔH .

3.3.7. Вычисление относительных погрешностей Δ_1 и Δ_2 для каждой из найденных сил натяжения тросов.

3.3.8. Выводы по работе.

Приложение. Таблица 4- Результаты измерений сил натяжения тросов

Сила	Номер измерения		ΔH , м				
			0	0,1	0,2	0,3	0,4
Q_1	1	кгс					
	2	кгс					
	3	кгс					
	Среднее значение	кгс					
		Н					
Q_2	1	кгс					
	2	кгс					
	3	кгс					
	Среднее значение	кгс					
		Н					
Q_3	1	кгс					
	2	кгс					
	3	кгс					
	Среднее значение	кгс					
		Н					

3.4. Вопросы для самоподготовки

1. Какая система сил называется пространственной системой сходящихся сил?
2. К чему приводится пространственная система сходящихся сил?
3. Что называется проекцией силы на плоскость? Как она находится?
4. Как находится проекция на ось силы, расположенной в пространстве не в одной плоскости с осью?

5. Какие условия должны выполняться для равновесия пространственной системы сходящихся сил?
6. Как в пространственной системе сходящихся сил найти силу графически?

Лабораторная работа №4

Тема: Определение центра масс и момента инерции твёрдого тела

Цель работы – ознакомление с различными способами определения центра масс и осевых моментов инерции твёрдых тел сложной формы.

4.1. Теоретические основы исследования

Движение твёрдого тела, как и любой механической системы, зависит не только от действующих на него сил и его массы, но и от её распределения в теле или механической системе. Важными характеристиками этого распределения являются центр масс (его положение) и момент инерции тела.

Центр масс твёрдого тела. Центром масс механической системы (или твёрдого тела) называется геометрическая точка (т. С), координаты которой в выбранной системе отсчёта определяются выражениями:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot x_i}{M}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot y_i}{M}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot z_i}{M}, \quad (41)$$

где M – масса механической системы (тела), m_i – масса i -ой материальной точки системы или частицы тела (число материальных точек или частиц тела равно n), x_i, y_i, z_i – её координаты.

Для твёрдого тела, находящегося в однородном поле тяжести, совпадают положения центра масс и центра тяжести (точки, через которую проходит равнодействующая сил тяжести частиц тела). Понятие о центре масс является более общим, чем понятие о центре тяжести, так как оно применимо не только для одного тела, но и для любой механической системы и, кроме того, имеет смысл не зависимо от того находится тело в поле тяжести или нет. Центр масс тела можно определить как аналитически, так и экспериментально.

Аналитический способ

Он заключается в том, что тело сложной формы разбивается на части, массу и центр масс которых можно легко определить (эти части тела должны иметь простейшую форму - цилиндр, параллелепипед и т.п.). Затем, зная указанные параметры всех частей, по формулам (41) определяются координаты центра масс всего тела.

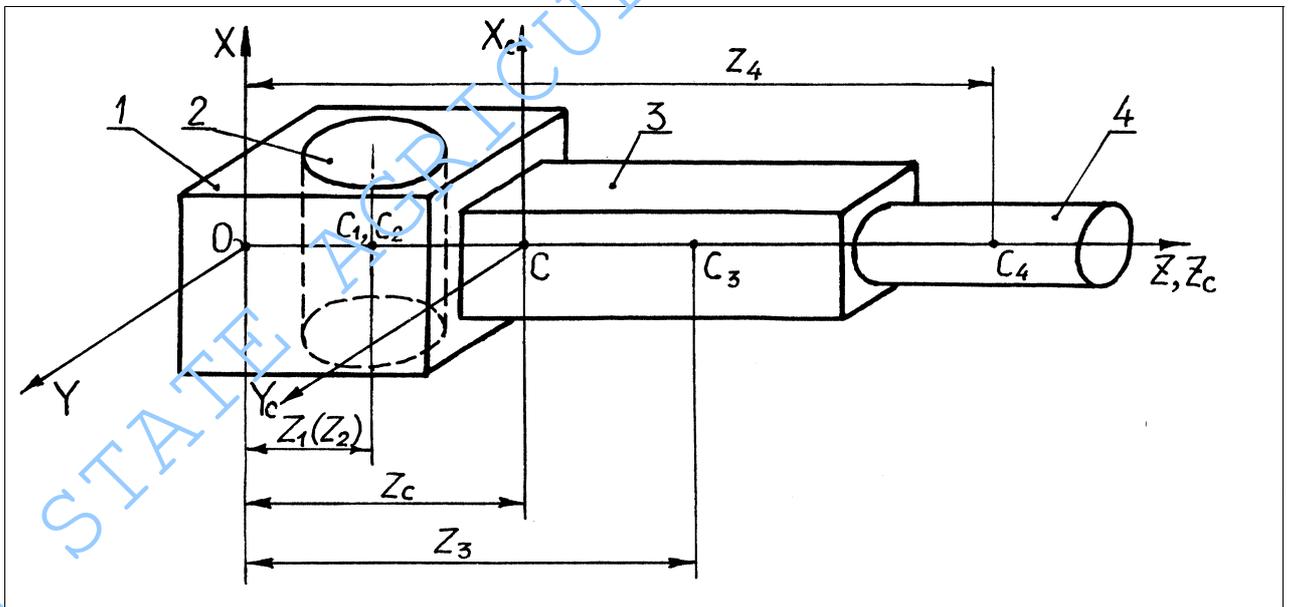


Рисунок 10 - К аналитическому способу определения положения центра масс.

Причём, если в теле имеется отверстие, то его рассматривают как часть тела, имеющую отрицательную массу. В том случае, когда тело сложной

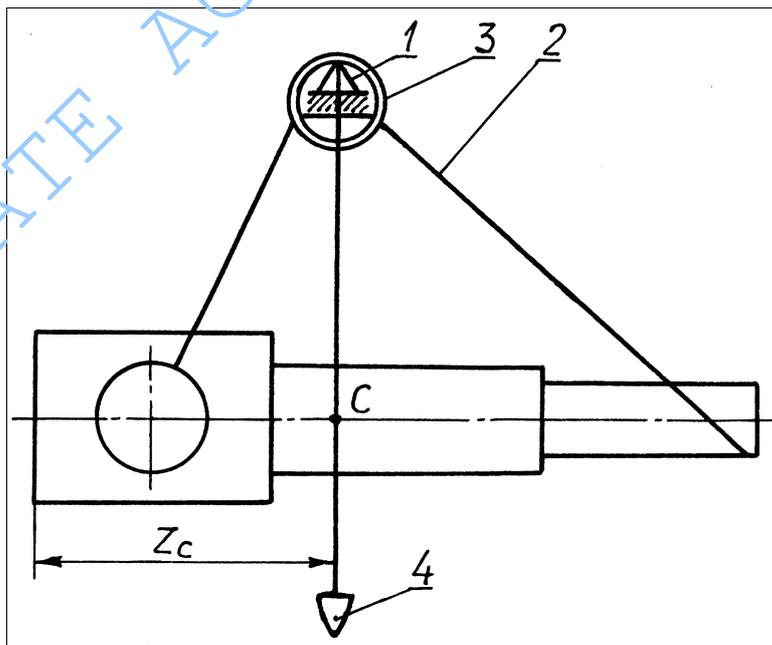
формы имеет ось материальной симметрии, его центр масс лежит на этой оси, и из трёх его координат остаётся определить одну – по данной оси.

Пусть имеется деталь сложной формы (смотри рисунок 10), имеющая ось материальной симметрии (ось Z). Центр масс детали лежит на этой оси, поэтому, надо найти только координату z_c . Разбиваем деталь на тела простейшей формы: 1 и 3 – параллелепипеды, 2 – вырезной цилиндр, 4 – цилиндр. Определяем массы указанных тел - m_1, m_2, m_3, m_4 (масса тела 2 как вырезного цилиндра берётся во всех формулах со знаком минус) и координаты z_1, z_2, z_3, z_4 их центров масс (точки C_1, C_2, C_3, C_4). Массы отдельных тел определяем по их объёму и плотности материала (плотность стали – $7,8 \text{ г/см}^3$). Находим координату z_c центра масс детали

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot z_i}{M} = \frac{m_1 z_1 - m_2 z_2 + m_3 z_3 + m_4 z_4}{M}. \quad (42)$$

Экспериментальный способ

Центр масс тела легко найти подвешиванием (смотри рисунок 11).

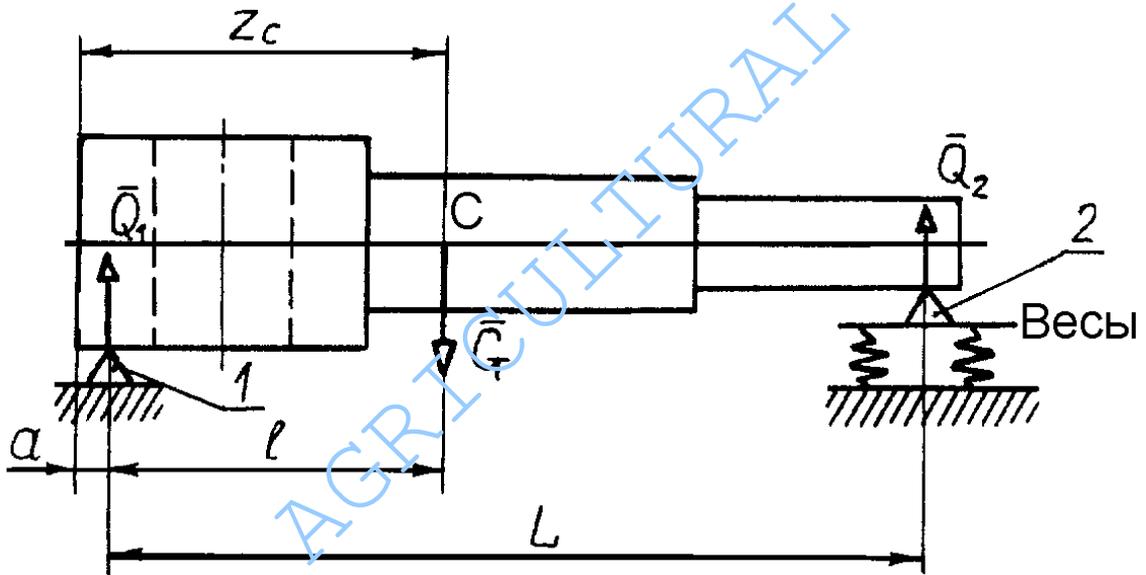


1-призма; 2-канатик; 3- кольцо; 4 -отвес

Рисунок 11 - К определению подвешиванием центра масс тела

Тело (деталь) подвешивают на призме 1 с помощью канатика 2, пропущенного через кольцо 3. На ту же призму подвешивают отвес 4. Пересечение нити отвеса с осью детали покажет положение её центра масс (точки С) на оси детали. Если тело не симметрично, то его необходимо подвесить два раза за разные точки. Направление нити отвеса, проходящей через точку подвеса тела, покажет направление линии действия силы тяжести. Пересечение этих линий и даст центр масс тела.

Положение центра масс тела можно определить и взвешиванием. Для этого тело устанавливают одним концом на неподвижную опору 1 (смотри рисунок 12), а другим – на опору 2, расположенную на платформе весов.



1,2 - опоры

Рисунок 12 - К определению взвешиванием центра масс тела

Тело находится в равновесии под действием силы тяжести G тела и реакций опор Q_1 и Q_2 и тогда

$$Q_2 \cdot L - G \cdot l = 0. \quad (43)$$

Измерив расстояние L и определив взвешиванием Q_2 , из выражения (3) получим

$$l = Q_2 \cdot L / G. \quad (44)$$

По найденной величине l , замерив a , находим координату z_c центра масс

$$z_c = l + a.$$

Момент инерции. Моментом инерции (I_X) тела относительно данной оси (оси X) называется скалярная величина, равная сумме произведений масс всех точек тела на квадрат их расстояний до этой оси

$$I_X = \sum_{i=1}^n m_i h_i^2. \quad (45)$$

Осевой момент инерции является мерой инертности тела при его вращательном движении. При вычислении осевого момента инерции расстояния от точек до осей можно выразить через координаты x_i, y_i, z_i этих точек (например, квадрат расстояния от i -ой точки до оси X равен $h_i^2 = y_i^2 + z_i^2$ и т.п.). Тогда моменты инерции твёрдого тела относительно каждой из осей системы координат XYZ примут вид

$$I_X = \sum_{i=1}^n m_i (y_i^2 + z_i^2), \quad I_Y = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + z_i^2), \quad I_Z = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2). \quad (46)$$

Согласно теореме Гюйгенса момент инерции ($I_{X'}$) тела относительно какой-либо оси (оси X') равен моменту инерции (I_{X_c}) относительно оси (X_c), ей параллельной и проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы (M) всего тела на квадрат расстояния (d) между осями

$$I_{X'} = I_{X_c} + M \cdot d^2. \quad (47)$$

Центробежные моменты инерции относительно осей XY, XZ, YZ определяются соответствующими выражениями

$$I_{XY} = \sum_{i=1}^n m_i x_i y_i, \quad I_{XZ} = \sum_{i=1}^n m_i x_i z_i, \quad I_{YZ} = \sum_{i=1}^n m_i y_i z_i. \quad (48)$$

Проходящие через точку O координатные оси X, Y, Z , относительно которых все три центробежные моменты инерции равны нулю, т. е.

$I_{XY} = I_{XZ} = I_{YZ} = 0$, называются главными осями инерции тела для точки O , а осевые моменты инерции относительно таких осей – главными моментами инерции тела. Главные оси инерции, проходящие через центр масс тела, являются главными центральными осями инерции тела, а моменты инерции относительно этих осей – главными центральными моментами инерции тела.

В лабораторной работе требуется определить главный центральный момент инерции заданной детали аналитическим и экспериментальным методами.

Аналитический способ

Рассмотрим его на примере той же детали (смотри рисунок 13). Необходимо определить главный центральный момент инерции I_{Xc} детали относительно оси Xc (на рисунке эта ось, перпендикулярная его плоскости, спроецировалась в точку C). Деталь разбивается на отдельные тела простейшей формы (так же, как при нахождении центра масс). Определяется для каждого тела главный центральный момент инерции относительно оси параллельной Xc (по формулам приведённым в приложении) – для тела 1 – момент инерции $I_{X_1}^{(1)}$ относительно оси X_1 ; для тела 2 - момент инерции $I_{X_2}^{(2)}$ относительно оси X_2 , совпадающей с осью X_1 ; для тела 3 - момент инерции $I_{X_3}^{(3)}$ относительно оси X_3 и для тела 4 момент инерции $I_{X_4}^{(4)}$ относительно оси X_4 (оси X_1, X_2, X_3, X_4 перпендикулярны плоскости рисунка и проецируются в соответствующие центры масс тел C_1, C_2, C_3, C_4). Затем, используя теорему Гюйгенса, находим моменты инерции указанных тел относительно оси Xc по формуле:

$$I_{Xc}^{(i)} = I_{X_i}^{(i)} + m_i h_i^2, \quad (49)$$

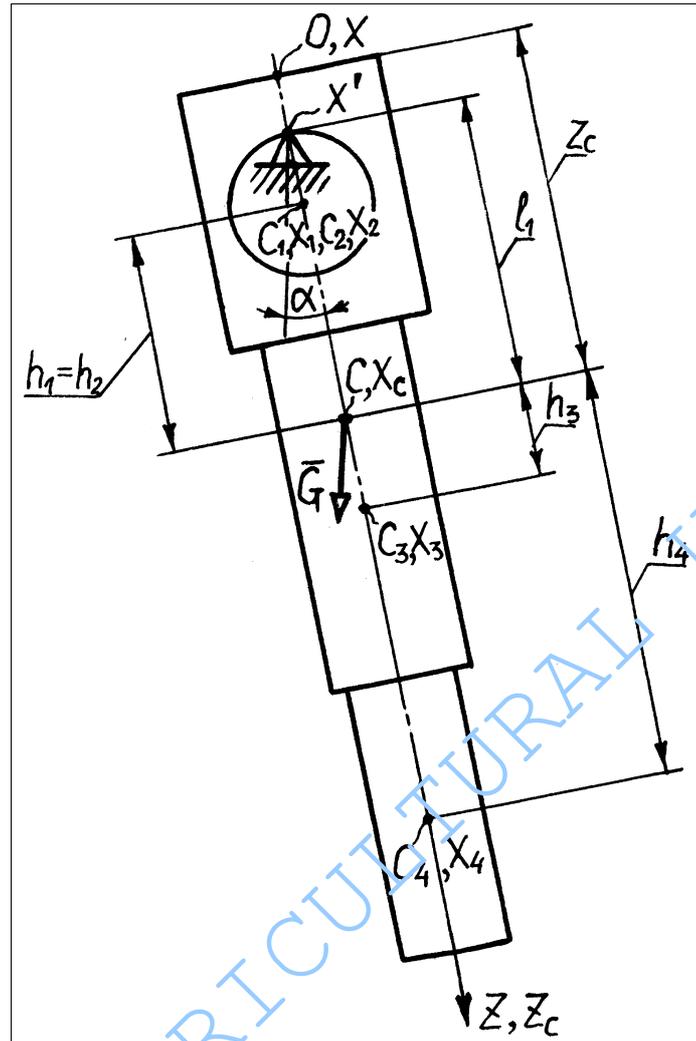


Рисунок 13 - К определению момента инерции тела

где m_i – масса i – го тела, h_i – кратчайшее расстояние от оси X_i до X_c , $i=1...4$ – номер тела. После того, как моменты всех тел, составляющих деталь, относительно оси X_c определены, суммируя их, находим главный центральный момент инерции всей детали (момент инерции $I_{X_c}^{(2)}$ тела 2, как вырезного цилиндра, берётся со знаком минус)

$$I_{X_c} = \sum_{i=1}^4 I_{X_c}^{(i)}. \quad (50)$$

Экспериментальный способ

Для экспериментального определения момента инерции тела существуют несколько способов, но наиболее простой и быстрый – способ физического маятника. Этим способом удобно определять моменты инерции тел, имеющих отверстия на концах для подвешивания на призме, и центры масс которых лежат значительно ниже этих отверстий. Для превращения тела в физический маятник его достаточно подвесить на призме (см. рис.4) и, отклонив на небольшой угол, привести в колебания. Период колебаний T в секундах такого маятника равен

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_{X'}}{Gl_1}}, \quad (51)$$

где $I_{X'}$ в кг·м², G в Н, l_1 в м.

Откуда
$$I_{X'} = \frac{Gl_1 T^2}{4\pi^2}. \quad (52)$$

Экспериментально период колебаний T определяют по формуле:

$$T = t / n, \quad (53)$$

где t – время в с, n – количество полных колебаний маятника (n берётся не менее 50). Необходимо величину T замерить несколько раз и взять среднеарифметическое значение.

Глазный центральный момент инерции детали находим, используя теорему Гюйгенса

$$I_{Xc} = I_{X'} - M \cdot l_1^2, \quad (54)$$

где M – масса детали в кг, определяется взвешиванием.

4.2. Порядок выполнения работы

4.2.1. Ознакомиться с содержанием работы и порядком её выполнения.

4.2.2. Сделать эскиз заданной детали с нанесением всех необходимых размеров и разбивкой на тела простейшей формы.

4.2.3. Определить положение центра масс детали аналитическим и экспериментальными методами (заэскизировать нахождение центра масс подвешиванием и взвешиванием).

4.2.4. Определить аналитическим и экспериментальными методами главный центральный момент инерции детали.

4.2.5. Провести сравнительный анализ искомых величин, полученных разными способами, с определением относительной погрешности Δ по формуле:

$$\Delta = \frac{B^{\text{э}} - B^{\text{а}}}{B^{\text{э}}} \cdot 100\%, \quad (55)$$

где $B^{\text{э}}$, $B^{\text{а}}$ – величины z_c и I_{Xc} найденные соответственно экспериментальным и аналитическим методом.

4.2.6. Сделать выводы по работе, оценив достоинства, недостатки и возможности рассмотренных способов определения центра масс и момента инерции тела.

4.3. Содержание отчёта

4.3.1. Название лабораторной работы.

4.3.2. Эскиз детали с необходимыми размерами и разбивкой её на тела простейшей формы.

4.3.3. Определение аналитическим методом положения центра масс детали.

4.3.4. Рисунки, относящиеся к экспериментальному определению центра масс детали взвешиванием и подвешиванием.

4.3.5. Рисунок к определению момента инерции детали.

4.3.6. Вычисление аналитическим методом главного центрального момента инерции детали.

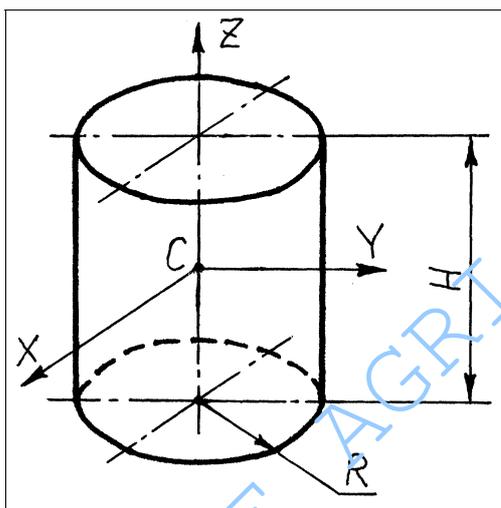
4.3.7. Экспериментальное определение этого момента методом физического маятника.

4.3.8. Нахождение относительных погрешностей для полученных аналитическим путём координаты центра масс (Z_c^a) и главного центрального момента инерции (I_{Xc}^a) детали.

4.3.9. Выводы по работе.

Приложение. Формулы для определения главных центральных моментов инерции для тел простейшей формы

1. Круглый сплошной цилиндр

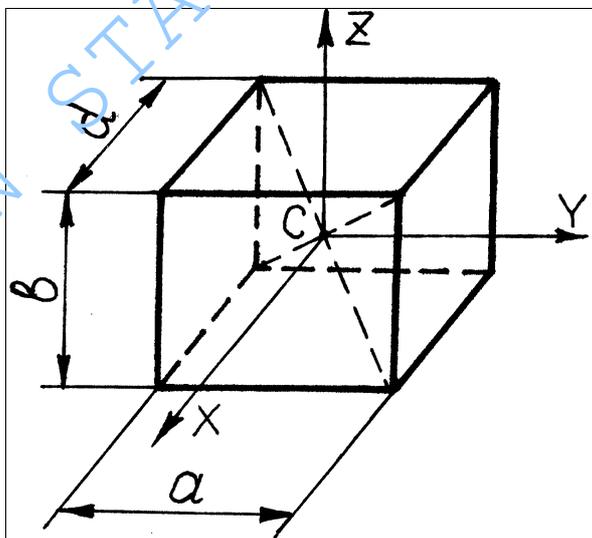


$$I_{Zc} = \frac{M \cdot R^2}{2},$$

$$I_{Xc} = I_{Yc} = M \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right),$$

где M – масса цилиндра.

2. Сплошной прямоугольный параллелепипед



$$I_{Xc} = \frac{M}{12} \cdot (a^2 + b^2),$$

$$I_{Yc} = \frac{M}{12} \cdot (b^2 + d^2),$$

$$I_{Zc} = \frac{M}{12} \cdot (a^2 + d^2),$$

где M – масса параллелепипеда.

4.4. Вопросы для самоподготовки

1. Что изучает динамика?
2. Что такое масса тела?
3. Что называется инертностью?
4. Что является мерой инертности тела при поступательном и при вращательном его движении?
5. Что такое центр масс тела? Чем он отличается от центра тяжести?
6. Что называется осевым моментом инерции тела?
7. Какой осевой момент называется главным центральным моментом инерции?
8. Какой из осевых моментов инерции для тела будет минимальным?
9. Как читается теорема Штейнера-Гюйгенса?
10. Единицы измерения осевого момента инерции тела?
11. Пояснить какие величины входят в формулу для экспериментального определения момента инерции с помощью физического маятника?

Литература

1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Часть 1. /А.А. Яблонский, В.А. Никифоров – М.: В.Ш., 2015. – 410с.
2. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Часть 2. /А.А. Яблонский, В.А. Никифоров – М.: В.Ш., 2015. – 352с.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 2007. – 478с.

Программное обеспечение

1. Теоретическая механика. Часть I. Статика. Мультимедийное обучающее электронное издание. – Саранск: МГУ им. Н.П. Огарева, 2008.

2. Теоретическая механика. Часть II. Кинематика. Мультимедийное обучающее электронное издание. – Саранск: МГУ им. Н.П. Огарева, 2010.

3. Теоретическая механика. Часть III. Динамика и элементы аналитической механики. Мультимедийное обучающее электронное издание. – Саранск: МГУ им. Н.П. Огарева, 2010