

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
Казанский государственный аграрный университет

Кафедра физики и
математики

Тетрадь

для Компьютерная работа
по дисциплине "Математика"

учени _____ класса _____

_____ школы _____

Выполнила: студентка
1 курса агрономического
факультета, группа
Б102-04, направление:
землеустройство и ка-
дастры

Ахметзянова З.С.

Номер зач. кн.: АЗ20634

Проверила: Киселева Н.Г.

Казань, 2020

Контрольная работа.

24. Решите систему линейных уравнений тремя способами: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x + y - 5z = 2 \\ x - y + 2z = 0 \\ 3x + 2y - z = 8 \end{cases}$$

Решение:

а) по формулам Крамера.

Найдём определитель матрицы системы по правилу треугольников:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 4 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \cdot (-5) + \\ &+ 1 \cdot 2 \cdot 3 - (-5) \cdot 1 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 \cdot 4 = \\ &= -30. \end{aligned}$$

Найдём определители $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 0 & -1 & 2 \\ 8 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \cdot 8 + 0 \cdot 2 \cdot (-5) -$$

$$- 1 \cdot 5) 1 \cdot 1) \cdot 8 - 1 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 1) - 2 \cdot 1 \cdot 2 = -30$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 8 & -1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 1) + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 5) -$$

$$- 1 \cdot 5) 0 \cdot 3 - 2 \cdot 8 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1) = -90$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 \cdot 1) 8 + 1 \cdot 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 \cdot 1) 3 -$$

$$- 0 \cdot 2 \cdot 4 - 1 \cdot 1 \cdot 8 = -30$$

По формулам Крамера находим:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-30}{-30} = 1$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-90}{-30} = 3$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{-30}{-30} = 1$$

Ответ: $x=1$; $y=3$; $z=1$

б) с помощью обратной матрицы

Составим:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Когда исходная система в матричной форме выглядит так:

$$AX = B$$

Ее решение:

$$X = A^{-1} B$$

Найдем A^{-1} методом присоединенной матрицы

Определитель матрицы системы был найден выше: $\Delta = -30$.

Выпишем алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot 1 \cdot 1) - 2 \cdot 2 = -3$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot 1) - 2 \cdot 3 = -4$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 1) \cdot 3 = 5$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - (-5) \cdot 2 = -9$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1) - (-5) \cdot 3 = 11$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 \cdot 2 - 1 \cdot 3 = -5$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - (-5) \cdot (-1) = -3$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 \cdot 2 - (-5) \cdot 1 = -13$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 = -5$$

Получили матрицу алгебраических дополнений.

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 3 \\ -9 & 11 & -5 \\ -3 & -13 & -5 \end{pmatrix}$$

Обратная матрица равна:

$$A^{-1} = \frac{\tilde{A}^T}{\Delta} = \frac{1}{-30} \begin{pmatrix} -3 & -9 & -3 \\ 9 & 11 & -13 \\ 5 & -5 & -5 \end{pmatrix} = \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 3 & 9 & 3 \\ -9 & 11 & 13 \\ -5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Следовательно:

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 3 & 9 & 3 \\ -9 & 11 & 13 \\ -5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} = \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 + 9 \cdot 0 + 3 \cdot 8 \\ -9 \cdot 2 + 11 \cdot 0 + 13 \cdot 8 \\ -5 \cdot 2 + 5 \cdot 0 + 5 \cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Получили $x=1, y=3, z=1$.

Ответ: $x=1, y=3, z=1$.

б) методом Гаусса.

Из коэффициентов при неизвестных и свободных членах составим расширенную матрицу системы:

$$(A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 8 \end{array} \right)$$

Элементарными преобразованиями приведем ее к ступенчатому виду.

$$(A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -5 & 2 \\ 3 & 2 & -1 & 8 \end{array} \right)$$

Добавим 1-ю строку на (-4) и прибавим ко второй строке, добавим 1 строку на (-3) и прибавим к 3 строке:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & -13 & 2 \\ 0 & 5 & -7 & 1 \end{pmatrix}$$

Прибавим 2-ю строку на 1-ю и прибавим к 3-й строке.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & -13 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

Следовательно из 3-й строки получаем:

$$6x = 6$$

$$x = 1$$

Из 2-й строки получаем:

$$5y - 13x = 2$$

$$5y - 13 \cdot 1 = 2$$

$$5y = 15$$

$$y = 3$$

Из 1-й строки получаем:

$$x - y + 2z = 0$$

$$x - 3 + 2 \cdot 1 = 0$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1$; $y = 3$; $z = 1$.

5. Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:

- 1) длину стороны AC;
- 2) уравнение стороны AB;
- 3) уравнение высоты CH;
- 4) уравнение медианы AM;
- 5) точку N пересечения медианы AM и высоты CH;
- 6) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB.

$$A(-1; 0), B(5; 3), C(2; 4)$$

Решение:

Обозначим координаты вершин треугольника $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.

- 1) длина стороны AC:

$$AC = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{25} = 5 \quad \text{Ответ: } AC = 5$$

- 2) уравнение стороны AB

Уравнение прямой, проходящей

через точки A и B:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}, \text{ т.е. } \frac{y-0}{3-0} = \frac{x+1}{5+1} \Rightarrow$$

$$\frac{y-0}{3} = \frac{x+1}{6} \Rightarrow 3x - 6y + 3 - 0 = 0 \Rightarrow x - 2y + 1 = 0.$$

Ответ: уравнение стороны AB $\Rightarrow x - 2y + 1 = 0$

3) уравнение высоты CH

Уравнение высоты CH составим как уравнение прямой, имеющей угловой коэффициент k_{CH} и проходящей через точку C (x_3, y_3)

$$y - y_3 = k_{CH} (x - x_3).$$

Поскольку $CH \perp AB$, то $k_{CH} = -\frac{1}{k_{AB}}$. Найдем угловой коэффициент прямой AB из ее уравнения $x - 2y + 1 = 0$

$$x - 2y + 1 = 0$$

$$-2y = -1 - x$$

$$2y = 1 + x$$

$$y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x$$

Следовательно $k_{AB} = \frac{1}{2}$, а $k_{CH} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$

Уравнение высоты CH примет вид:

$$y - 4 = -2(x - 2)$$

$$y - 4 = -2x + 4$$

$$2x - 4 - 4 + y = 0$$

$$2x + y - 8 = 0$$

Ответ: уравнение высоты CH $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x + y - 8 = 0$$

4) уравнение медианы AM

Медиана AM выходит из точки A $(-1, 0)$ и по свойству медианы делит противоположную сторону BC на две равные части, значит M - середина стороны BC. Найдем координаты точки M по формуле середины отрезка BC:

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{5 + 2}{2} = 3,5$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + 4}{2} = 3,5$$

Следовательно M $(3,5; 3,5)$.

Найдем уравнение медианы AM, используя формулу уравнения прямой, проходящей через две точки.

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 0}{3,5 - 0} = \frac{x + 1}{3,5 + 1}$$

$$\frac{y - 0}{3,5} = \frac{x + 1}{4,5}$$

$$4,5y = 3,5x + 3,5$$

$$-3,5x + 4,5y - 3,5 = 0$$

$$3,5x - 4,5y + 3,5 = 0 \text{ или } 7x - 9y + 7 = 0$$

Ответ: уравнение медианы AM $\Rightarrow$

$$3,5x - 4,5y + 3,5 = 0 \text{ или } 7x - 9y + 7 = 0.$$

5) точка N пересечение медианы AM и высоты СН

Чтобы найти точку N пересечения медианы AM и высоты СН, необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 7x - 9y + 7 = 0 \\ 2x + y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9y = -7 - 7x \\ y = 8 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{7}{9} + \frac{7}{9}x \\ y = 8 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{9} + \frac{7}{9}x = 8 - 2x \\ y = 8 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8 - 2x \\ y = 8 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{9}x + 2x = 8 - \frac{7}{9} \\ 2\frac{7}{9}x = \frac{65}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8 - 2x \\ y = 8 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{25}{9}x = \frac{65}{9} \\ y = 8 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{65}{25} \\ y = 8 - 2 \cdot \frac{65}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{14}{5} \end{cases}$$

значит точка N $(\frac{13}{5}; \frac{14}{5})$

Ответ: N $(\frac{13}{5}; \frac{14}{5})$

6) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB.

Эта прямая имеет тот же угловой коэффициент k , что и прямая AB, т.е. $k = k_{AB} = \frac{1}{2}$. Уравнение прямой, имеющей коэффициент k и проходящей через точку C, имеет вид: $y - y_3 = k(x - x_3)$

$$y - 4 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$-\frac{1}{2}x + y - 3 = 0$$

$$\frac{1}{2}x - y + 3 = 0$$

$$x - 2y + 6 = 0$$

Ответ: уравнение прямой, проходящей через вершину C

параллельно стороне $AB \Rightarrow$
 $x - 2y + 6 = 0$

84 Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$. Вычислите.

- 1) объем пирамиды;
 - 2) длину ребра AB ;
 - 3) площадь грани ABC
 - 4) угол между ребрами AB и AD .
- $A(3, 2, 7), B(1, 3, 2), C(1, 2, 1, 3), D(4, -2, 3)$.

Решение:

Обозначим координаты вершин пирамиды $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3), D(x_4, y_4, z_4)$.

- 1) Объем пирамиды

Объем пирамиды вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{6} |\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}|$

Найдем векторы $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

$$\vec{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k} =$$
$$= (1 - 3)\vec{i} + (3 - 2)\vec{j} + (2 - 7)\vec{k} = -2\vec{i} + 1\vec{j} - 5\vec{k}$$

$$\vec{AC} = (x_3 - x_1)\vec{i} + (y_3 - y_1)\vec{j} + (z_3 - z_1)\vec{k} =$$
$$= (1 - 3)\vec{i} + (2 - 2)\vec{j} + (1 - 7)\vec{k} = -2\vec{i} - 6\vec{k}$$

$$\vec{AD} = (x_4 - x_1)\vec{i} + (y_4 - y_1)\vec{j} + (z_4 - z_1)\vec{k} =$$

$$= (4-3)\vec{i} + (1-2-2)\vec{j} + (3-7)\vec{k} = \vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$$

Находим скалярное произведение этих векторов.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -5 \\ -5 & -1 & -4 \\ 1 & -4 & -4 \end{vmatrix} = -2 \cdot (-1) \cdot (-4) + 1 \cdot 1 \cdot 1 +$$

$$+ (-5) \cdot (-4) \cdot (-5) - (-5) \cdot (-1) \cdot 1 - 1 \cdot (-4) \cdot (-4) - 1 \cdot (-5) \cdot (-4) = -105$$

Т.к. объем пирамиды равен $\frac{1}{6}$ объема параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$, то

$$V = \frac{1}{6} \cdot |-105| = \frac{105}{6} = 17,5 \text{ (куб. ед.)}$$

Ответ: $V = 17,5$ (куб. ед.)

2) длина ребра AB

Длина ребра AB вычисляем по формуле: $AB = |\vec{AB}|$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2 + z_{AB}^2} = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-5)^2} = \sqrt{30}$$

Ответ: $AB = \sqrt{30}$.

3) площадь грани ABC

Площадь треугольника ABC равна

половине площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, поэтому находим векторное произведение этих векторов.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 1 & -5 \\ -5 & -1 & -4 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -5 & -4 \end{vmatrix} +$$

$$+ \vec{k} \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} = -9\vec{i} + 17\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\text{Следовательно, } S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \cdot \vec{AC}| =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{81 + 289 + 49} = \frac{1}{2} \sqrt{419} \text{ (кв. ед.)}$$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{419}$ (кв. ед.)

4) угол между ребрами AB и AD

Обозначим угол между ребрами AB и AD за α

$$\cos \alpha = \frac{(\vec{AB} \cdot \vec{AD})}{|\vec{AB}| |\vec{AD}|} = \frac{-2 \cdot 1 + 1 \cdot (-4) + (-5) \cdot (-4)}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{33}} = \frac{14}{\sqrt{30} \sqrt{33}}$$

$$\approx 0,4449$$

$$\alpha \approx \arccos 0,4449 = 63,58^\circ$$

Ответ: $\alpha = 63,58^\circ$.

114. Найти пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x + 6}{3x^2 - x - 14}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot x^5 - 4x^4}{7x^5 + 3x + 1}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 84x}{\sin^2 6x}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-5} \right)^{2x-3}$

Решение:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x + 6}{3x^2 - x - 14} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(3x-7)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{3x-7} =$
 $= \frac{-2+3}{3 \cdot (-2) - 7} = -\frac{1}{13}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^4}{7x^5 + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5(3x - 4x^{-1})}{x^5(7 + 3x^{-4} + x^{-5})} =$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^4}{7 + 3x^{-4} + x^{-5}} = \frac{0 - 1 - 0}{7 + 0 + 0} = -\frac{1}{7}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 84x}{\sin^2 6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin 4x}{\cos^2 4x \sin^2 6x} =$
 $= \frac{2}{9} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos^2 4x} \cdot \frac{\sin 4x}{x} \cdot \left(\frac{\sin 6x}{6x} \right)^2 = \left\{ \text{проблем}$

замещающий предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ =
 $= \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{\cos^2 0} \cdot 1 \cdot 1^2 = \frac{2}{9}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-5} \right)^{2x-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2x-3}{2x-5} - 1 \right)^{2x-3} =$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{2x-5} \right)^{2x-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x-5}{2}} \right)^{2x-3} =$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x-5}{2}} \right)^{\frac{2x-5}{2} \cdot \frac{2}{2x-5} \cdot (2x-3)} =$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x-5}{2}} \right)^{\frac{2x-5}{2}} = \left\{ \text{высшей за-} \right.$
 $\left. \text{мещающий предел: } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e \right\} =$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{2(2x-3)}{2x-5}} = e^2$

144. Найти производные первого порядка данных функций, используя правила дифференцирования.

a) $y = \sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^5} - 5x^3$

б) $y = \ln x (2 - \cos^2 x)$

в) $y = \frac{4 \ln x}{1 - \ln x}$

г) $\begin{cases} x = \frac{1}{\sin^2(2-t)} \\ y = tg(2-t) \end{cases}$

д) $x \arccos \frac{x}{y} = x^2$

Решение:

a) $y = \sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^5} - 5x^3$

$y' = (\sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^5} - 5x^3)' = 3 \frac{\sqrt{x^3}}{2x} - \frac{2}{x^2} + \frac{20}{x^6} - 15x^2$

б) $y = \ln x (2 - \cos^2 x)$

$y' = (2 - \cos^2 x \cdot \ln x)' = (2 - \cos^2 x)' \cdot \ln x + (2 - \cos^2 x) \cdot (\ln x)' = 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \ln x + (1 - \cos^2 x + 2) \cdot \frac{1}{x} = 2 \ln x \cdot \sin x \cdot \cos x + \frac{-\cos^2 x + 2}{x}$

в) $y = \frac{4 \ln x}{1 - \ln x}$

$y' = \left(\frac{4 \ln x}{1 - \ln x} \right)' = \frac{(4 \ln x)' \cdot (1 - \ln x) - 4 \ln x \cdot (-\ln x)'}{(1 - \ln x)^2} = \frac{\frac{4}{x} (1 - \ln x + 1) - 4 \ln x (-\frac{1}{x})}{(-\ln x + 1)^2} = \frac{\frac{4}{x} (2 - \ln x + \ln x)}{(-\ln x + 1)^2} = \frac{8}{x (1 - \ln x)^2}$

г) $\begin{cases} x = \frac{1}{\sin^2(2-t)} \\ y = tg(2-t) \end{cases}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{2 \cos(t-2)}{\sin^3(t-2)} = -\frac{2 \cos(t-2)}{\sin^3(t-2)}$

$\frac{dy}{dt} = -tg^2(2-t) - 1$

Тогда:

$\frac{dy}{dx} = \frac{-tg^2(t-2) - 1}{-\frac{2 \cos(t-2)}{\sin^3(t-2)}} = \frac{(-tg^2(t-2) - 1) \sin^3(t-2)}{2 \cos(t-2)}$

д) $x \arccos \frac{x}{y} = x^2$

$(x \arccos \frac{x}{y})' = (x^2)'$

$y' = \left(\frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{y^2}}} \right)' - \arccos\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{x^2 y}{x^2} = \frac{x^2 y}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{y^2}}} - x^2 \ln x$

174 Построить график функции $y = f(x)$, используя общую схему исследования

$$y = \frac{1}{8}(x^3 - 6x^2)$$

Решение:

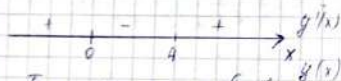
1. Область определения функции. $D(f): x \in (-\infty; +\infty)$
Симметричная функция относительно вида
Нули функции $x = 0, x = 6$.

2. Точки разрыва: нет точек разрыва.

3. Экстремумы:

$$y'(x) = \left(\frac{1}{8}(x^3 - 6x^2)\right)' = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{3}{8}x(x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$



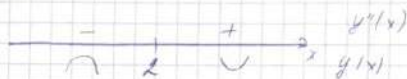
Т.е. функция возрастает на $x \in (-\infty; 0]$ и убывает на $x \in (0; 4)$.

$x = 0$ - точка локального максимума,
 $y(0) = 0$

$x = 4$ - точка локального минимума,
 $y(4) = -4$

4. Точки перегиба

$$y'(x) = \left(\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{2}x\right)' = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2} = 0, x_3 = 2$$



Т.е. функция вогнутая вверх на $x \in (-\infty; 2)$ и выпуклая вниз на $x \in (2; +\infty)$.

$x_3 = 2$ - точка перегиба, $y(2) = -2$

5. Асимптотика

Найдем наклонную асимптоту графика в виде $y = kx + b$

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{8}(x^3 - 6x^2)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x\right) = \infty$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{8}(x^3 - 6x^2) - \infty \cdot x\right) = -\infty$$

Следовательно, график функции не имеет асимптот.

6. Финишая все эти особенности, построим график.

расси график функции:

